

基于改进的二次曲面与BP神经网络组合模型的GNSS高程异常拟合

廖 勋

湖南省第一测绘院, 湖南 长沙

收稿日期: 2022年7月3日; 录用日期: 2022年7月29日; 发布日期: 2022年8月8日

摘 要

针对GNSS高程异常拟合模型未能很好拟合高程异常, 本文在传统二次曲面模型中, 引入一个附加高程的趋势项, 将其与BP神经网络进行组合建立组合模型, 并应用于高程异常拟合计算实例中。通过实例, 将二次曲面拟合模型、改进的二次曲面拟合模型、半参数平差模型以及BP神经网络模型与文中提出的组合模型进行比较分析。结果表明组合模型推估外部点精度最高。

关键词

改进的二次曲面高程异常, BP神经网络, 组合模型

GNSS Height Abnormal Fitting Based on Modified Combined Model of Quadric Surface and BP Neural Network

Xun Liao

The First Surveying and Mapping Institute of Hunan Province, Changsha Hunan

Received: Jul. 3rd, 2022; accepted: Jul. 29th, 2022; published: Aug. 8th, 2022

Abstract

In view of the fact that the GNSS elevation anomaly fitting model fails to fit the elevation anomaly well, this paper introduces an additional elevation trend term in the traditional quadratic surface model, combines it with the BP neural network to establish a combined model, and applies it to the elevation anomaly fitting calculation example. Through examples, the quadratic surface fitting

model, the improved quadratic surface fitting model, the semi-parametric adjustment model and the BP neural network model are compared and analyzed with the combined model proposed in this paper. The results show that the combined model has the highest accuracy in estimating external points.

Keywords

Improved Quadric, Surface Elevation Anomaly, BP Neural Network, Combined Model

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

目前, GNSS 测量技术已被广泛应用[1], 利用 GNSS 测量技术可快速测量地面上任意点的大地高, 传统的水准测量可测量地面上任意点的正常高[2]。在实际应用中, 目前由于我国采用的是正常高系统, 故需对高程进行转换, 二者的关系为[3]:

$$H = H_g + \zeta \quad (1)$$

式中, H 为大地高; H_g 为正常高; ζ 为高程异常。故 GNSS 测量代替水准测量的关键在于获取高精度的高程异常值。常用高程异常拟合方法有二次多项式曲面法、多面函数法和 BP 神经网络等[4] [5] [6] [7]。

雷伟伟等[8]使用二次曲面模型拟合高程异常, 模型精度可达厘米级。有些学者[9] [10] [11]使用二次曲面模型和 BP 神经网络的组合模型用于 GNSS 高程异常拟合, 其结果优于单一模型。有些学者[12] [13] [14] [15]在高程异常拟合中提出了加权二次曲面拟合和多面函数的组合模型, 在一定程度上提高了 GNSS 高程拟合的精度和稳定性。有些学者[16] [17] [18]提出最小二乘配置法的高程拟合, 该方法对于大面积高程异常值变化较大的地区能够取得较高的拟合精度。沈雪峰等[19]提出改进的 BP 神经网络用于拟合高程异常, 降低了模型误差。有些学者[20] [21] [22]采用自适应最小二乘来保持信号与噪声向量的权重矩阵相对应的方差系数恒定, 一定程度上控制了观测值粗差对检核点的影响。有的学者[23] [24]引入非参数模型补偿项建立高程异常的半参数拟合模型。张志杰等[25]使用遗传算法优化似大地水准面, 采用移去-恢复法对残差进行建模求解似大地水准面和参考椭球面之间的高程异常。

本文将改进的二次曲面和 BP 神经网络集成为组合模型, 并将其用于 GNSS 高程异常拟合中, 从内可靠度、外可靠度等方面对结果进行对比分析。

2. 原理与方法

2.1. 改进的二次曲面模型

改进的二次曲面拟合高程异常的数学模型为:

$$\zeta = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy + a_6h \quad (2)$$

式中, $a_i (i=0,1,\dots,6)$ 为模型系数; (x, y) 为已知点平面坐标。由于 x, y 的数值过大, 故需对其进行归一化处理。有 n 个已知点的模型其误差方程为:

$$V = BX - \zeta \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & y_1^2 & x_1 y_1 & h_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & y_2^2 & x_2 y_2 & h_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & y_n^2 & x_n y_n & h_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\zeta} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

加入未知点到中心点的距离倒数平方作为评价各已知点对整个模型的贡献度,即定权,求出函数的拟合系数。引入距离定权,联测点 (x_p, y_p) 的权值为

$$p_i = \frac{1}{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}, i = (1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

根据最小二乘原理 $V^T P B = \min$, 可解得改进得二次曲面模型系数:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\zeta} \quad (5)$$

利用系数矩阵 \mathbf{B} 和式(2)即可求解待定点的高程异常 $\zeta(x, y)$, 再根据式(1)即可计算正常高。

2.2. BP 神经网络模型

BP 神经网络是一种监督学习,其用均方误差和梯度下降实现对连接权重的修改,旨在实现误差平方和最小以确保输出值接近预期值[26] [27] [28]。BP 神经网络是通过线性模型和连续可导激活函数的组合来实现的[29] [30] [31]。本文的 BP 神经网络模型使用 MATLAB 自带的神经网络工具箱实现。高程异常拟合模型中,输入层含有 3 个神经元,隐藏层含有 6 个神经元,输出层含有 1 个神经元,输入层到隐含层激活函数为双曲正切函数,隐含层到输出层激活函数为线性函数,训练方法结合了梯度下降法和牛顿法。其示意图如图 1。

输入层输入向量 \mathbf{X} 和隐含层输出向量 \mathbf{Y} 分别为:

$$\mathbf{X} = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$\mathbf{Y} = \{y_j\}, j = 1, 2, \dots \quad (7)$$

隐含层输入和输出分别为:

$$net_j = \sum_{i=1}^n v_{ij} x_i \quad (8)$$

$$y_j = f(net_j) \quad (9)$$

式中: v_{ij} 为隐含层系数; n 为输入自变量数量。

输出层输出向量 \mathbf{O} 和期望输出向量 \mathbf{D} 分别为

$$\mathbf{O} = \{o_k\}, k = 1 \tag{10}$$

$$\mathbf{D} = \{d_k\}, k = 1 \tag{11}$$

BP 神经网络输出层的输入和输出分别为:

$$net_k = \sum_{j=1}^m w_{jk} y_j \tag{12}$$

式中: w_{jk} 为输出层各神经元权重; m 为隐含层神经元个数。

$$O_k = f(net_k) \tag{13}$$

误差 E 为:

$$E = \frac{1}{2}(\mathbf{D} - \mathbf{O})^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (d_k - o_k)^2 \tag{14}$$

BP 神经网络法拟合高程异常主要包括以下处理步骤。

- 1) 权值设为较小的随机数。
- 2) 提供训练样本。选取 n 个点, 提取其 x 坐标, y 坐标, 大地高, 正常高作为训练样本。
- 3) 分别计算隐含层和输出层各神经元输出。
- 4) 计算输出误差。
- 5) 计算权值梯度。
- 6) 返回步骤 3 计算, 直到 E 满足用户设定数值或达到用户设定的迭代计算次数, 即可得出最终各连接权值。

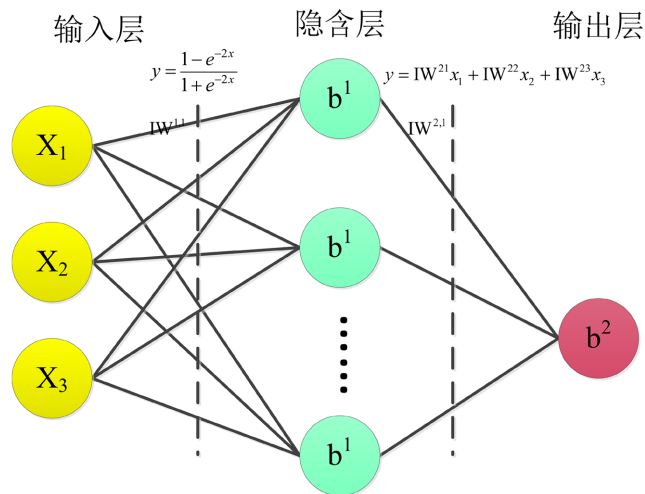


Figure 1. Schematic diagram of BP neural network
图 1. BP 神经网络示意

2.3. 组合模型

组合模型即将 GNSS 高程异常拟合模型组合起来, 以提高模型精度[32]。在本文中, 将改进得二次曲面模型和 BP 神经网络相结合建立组合模型。

设

$$\zeta = w_1 \zeta_1 + w_2 \zeta_2 \tag{15}$$

式中, ζ 为组合模型的高程异常值, ζ_1, ζ_2 分别为改进的二次曲面模型和 BP 神经网络模型求出的高程异常值; w_1, w_2 分别为二次曲面模型和 BP 神经网络模型对应的权重。

权值 w_1, w_2 由下式确定:

$$\begin{cases} w_1 = \frac{\frac{1}{\delta_1^2}}{\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2^2}} \\ w_2 = \frac{\frac{1}{\delta_2^2}}{\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2^2}} \end{cases} \quad (16)$$

式中: δ_1 和 δ_2 分别为改进的二次曲面模型和 BP 神经网络模型求得的已知点高程异常值的标准差。

3. 算例分析

为得到较为理想的高程异常拟合的效果, 降低数据对建模的影响, 先对坐标数据归一化处理, 其公式如下:

$$X = \frac{X - \text{Min}(X)}{\text{Max}(X) - \text{Min}(X)} \quad (17)$$

$$Y = \frac{Y - \text{Min}(Y)}{\text{Max}(Y) - \text{Min}(Y)} \quad (18)$$

本文使用 GNSS 测量计算观测了某水准控制网的 17 个点, 并使用水准测量观测了这些点, 选取其中 1~12 号点的建立拟合模型, 13~17 号点用于检核。点位分布如图 2 所示。

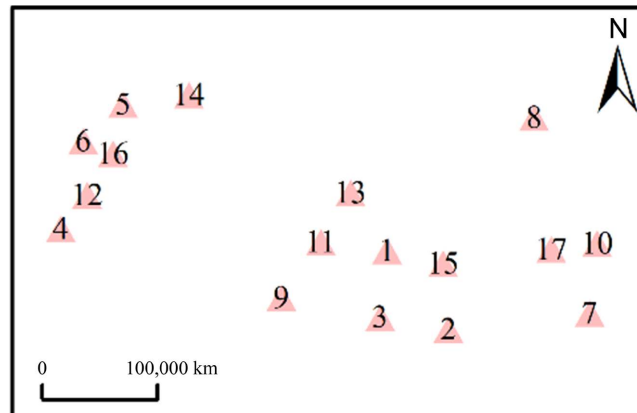


Figure 2. Point plan
图 2. 点位平面图

为对比各模型的拟合效果, 本文选取 4 种拟合方法分别建立高程异常拟合模型: 1) 二次曲面模型; 2) 改进的二次曲面模型; 3) BP 神经网络模型; 4) 组合模型。使用上述 4 种方法解算出测区高程异常拟合模型, 然后使用高程异常拟合模型计算出测区 5 个检核点的高程异常值。表 1 为各模型求解出的 13~17 号点高程异常估算值、模型拟合残差及中误差。为更直观的表达高程异常的拟合精度, 以外部检核点号为横坐标, 外部检核点高程异常改正数为纵坐标建立折线图, 折线图见图 3。

Table 1. Extrapolation checkpoint elevation anomaly estimation and fitting residuals
表 1. 外推检核点高程异常推估值及拟合残差

点号	高程异常值	二次曲面		改进二次曲面		BP 神经网络		组合模型	
	$\zeta(m)$	$\zeta(m)$	$V(mm)$	$\zeta(m)$	$V(mm)$	$\zeta(m)$	$V(mm)$	$\zeta(m)$	$V(mm)$
13	21.0554	21.0514	4.0	21.0523	3.1	21.0605	-5.1	21.0553	0.1
14	21.0826	21.0817	0.9	21.0836	-1.0	21.0821	0.5	21.0830	-0.4
15	21.0273	21.0259	1.4	21.0266	0.7	21.0253	2.0	21.0261	1.2
16	21.0744	21.0732	1.2	21.0735	0.9	21.0761	-1.7	21.0745	-0.1
17	21.0170	21.0160	1.0	21.0184	-1.4	21.0210	-4.0	21.0194	-2.4
中误差(mm)			2.3186		1.8849		3.5035		1.3591

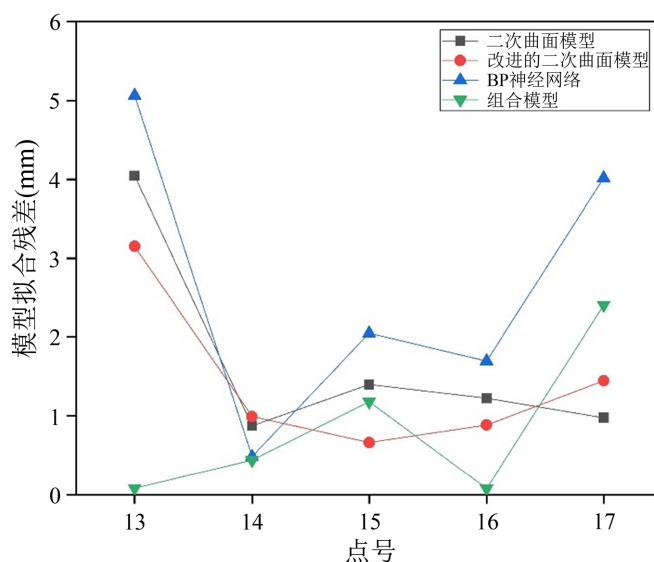


Figure 3. Extrapolation of the residual error of the abnormal fitting of the checkpoint elevation of each model
图 3. 各模型外推检核点高程异常拟合残差

从表 1 以及图 3 可知，二次曲面模型解算出检核点高程异常的中误差为 2.3186 mm，改进的二次曲面模型解算出检核点高程异常的中误差为 1.8849 mm，BP 神经网络模型解算出检核点高程异常的中误差为 3.5035 mm，而组合模型解算出检核点高程异常的中误差为 1.3591 mm，故就中误差而言，采用改进的二次曲面模型计算高程异常结果由于传统的二次曲面模型，而本文使用的组合模型计算出的检核点高程异常值是最优的。采用组合模型拟合高程异常可能会导致相对于单个模型有精度损失，但是其数值整体表现更加平稳，不会出现单个模型拟合出极值的现象，也就是说误差的跳跃性有所减小，结果更稳定。

为了更直观的表达高程异常的拟合精度，以各模型名称为横坐标，内、外符合精度为纵坐标建立直方图，如图 4 所示。

从表 2 及图 4 可知，使用半参数模型对高程异常进行拟合内符合精度最高，使用组合模型对高程异常进行拟合的内符合精度略低于二次曲面，但组合模型的外符合精度要高于改进的二次曲面模型。对于已知高程点采用半参数模型对其平差效果最好。对于已知一些点的高程异常来推估测区内其余点的高程异常，采用组合模型推算效果最佳。

Table 2. Accuracy of inside and outside of each model
表 2. 各模型内、外符合精度

拟合模型	内符合精度(mm)	外符合精度(mm)
二次曲面模型	4.3935	4.637289
半参数模型	1.9030	-
改进的二次曲面模型	4.3671	3.7699
BP 神经网络模型	5.6549	7.0071
组合模型	4.0142	2.7184

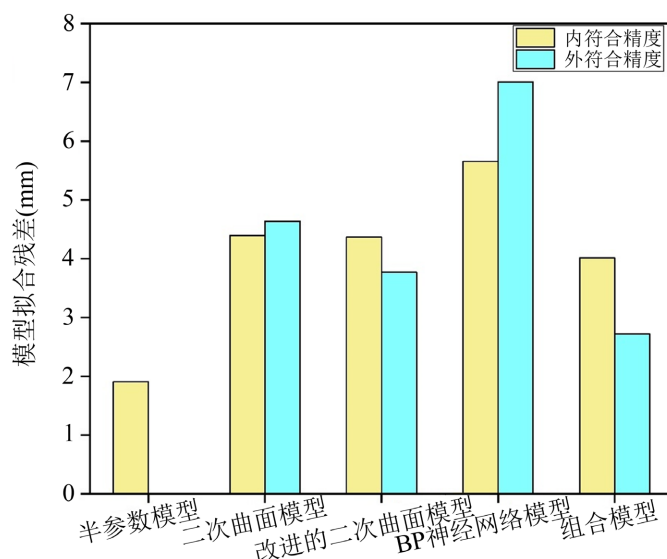


Figure 4. Accuracy histogram of the inside and outside of each model
图 4. 各模型内、外符合精度直方图

4. 结语

将 GNSS 测量的大地高转化为我国所用的正常高，实现 GNSS 测量的优越性，是当前是测绘行业研究的热点之一。本文提出的改进的二次曲面模型拟合高程异常，相较于传统的二次曲面模型增加了一项附加高程的去实现，提高了模型精度。通过实例解算，对比研究了 5 种 GNSS 高程拟合模型在实验测区的拟合效果，结果表明，改进的二次曲面拟合与 BP 神经网络组合拟合合法的拟合精度高于单一拟合合法的精度。从内、外符合精度控制上来看，半参数模型对要求较高的内符合度更适用，组合模型对推估外部点的效果更佳。

本文是基于试验数据不含有粗差，而当试验数据中含有粗差时有待进一步研究。

参考文献

- [1] Nasser, G., et al. (2022) A Review of GNSS-Independent UAV Navigation Techniques. *Robotics and Autonomous Systems*, **152**, Article ID: 104069. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2022.104069>
- [2] Zhang, P., Li, Z., Bao, L., et al. (2022) The Refined Gravity Field Models for Height System Unification in China. *Remote Sensing*, **14**, 1437. <https://doi.org/10.3390/rs14061437>
- [3] 石晨阳, 张振威, 袁晓燕, 柴香, 曹海迪. 神经网络实现线状工程 GNSS 高程转换[J]. 导航定位学报, 2022, 10(3): 166-170.

- [4] 钱建国, 樊意广. 基于改进小波神经网络的 GPS 高程拟合研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2022, 42(3): 253-257.
- [5] 谢洋洋, 付超, 解琨, 吴大鹏. 灰色最小支持向量机模型在高程拟合中的应用[J]. 测绘科学, 2021, 46(3): 55-60.
- [6] 赵春艳. 基于 Shepard 插值残差修正的 TIN 模型预测高程异常[J]. 地理空间信息, 2022, 20(6): 128-131.
- [7] 葛步月, 李瑞芳. 重力场模型在高程异常拟合中的应用[J]. 测绘技术装备, 2021, 23(4): 23-25.
- [8] 雷伟伟, 郑红晓. 二次曲面拟合法在区域似大地水准面精化中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2008, 31(6): 38-39+42.
- [9] 王小辉, 王琪洁, 丁元兰, 刘建. 基于二次曲面和 BP 神经网络组合模型的 GPS 高程异常拟合[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(6): 103-105.
- [10] 龙诗琳, 朱卫东, 王虎. 顾及长短波项与弱化模型误差的高程异常拟合方法[J]. 测绘与空间地理信息, 2019, 42(10): 104-106.
- [11] 方苏阳, 赵勇. GPS 高程拟合方法对比研究分析[J]. 全球定位系统, 2018, 43(4): 110-116.
- [12] 王明孝, 张之孔. 基于组合模型的高程拟合方法及精度分析[J]. 测绘工程, 2013, 22(2): 1-4.
- [13] 李明飞, 吴军超, 秦川. 基于移去 - 恢复法的局部似大地水准面精化模型对比研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2020, 40(9): 952-956.
- [14] 朱开银, 秦岩宾, 何友福. 二次 - 多面函数模型的 GPS 高程拟合及精度分析[J]. 测绘与空间地理信息, 2019, 42(2): 117-119.
- [15] 韩子清, 郭杨亮, 马瑞娟, 张顺幸. 多面函数在 GPS 高程拟合中的应用[J]. 四川有色金属, 2019(1): 5-7
- [16] 朱华. 基于三步搜索法的 LSSVM 在 GPS 高程拟合中的应用[J]. 测绘标准化, 2022, 38(2): 82-84.
- [17] 刘承伦, 岳东杰. 总体最小二乘法及其在 GNSS 高程拟合中的应用[J]. 甘肃科学学报, 2022, 34(1): 36-39.
- [18] 李广来. IGG 抗差估计在高程拟合中的应用研究[J]. 南方农机, 2021, 52(14): 144-147.
- [19] 沈雪峰, 高成发, 潘树国. 基于最小二乘配置法的 BP 神经网络 GPS 高程异常拟合方法研究[J]. 测绘工程, 2011, 20(4): 14-17+21.
- [20] 项学泳, 李智程. 抗差自适应最小二乘配置在高程拟合中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2019, 42(8): 126-129.
- [21] 刘青, 崔先强, 宋迎春. 结合总体最小二乘的自适应抗差滤波算法[J]. 科技视界, 2015(24): 64-66.
- [22] 杨元喜. 自适应抗差最小二乘估计[J]. 测绘学报, 1996(3): 206-211.
- [23] 袁浩涛, 张欢欢, 张俊. 利用半参数模型精化二次曲面 GPS 高程异常拟合模型[J]. 测绘与空间地理信息, 2019, 42(1): 37-40.
- [24] 柯生学. EGM2008 重力场模型在高程异常拟合中的应用[J]. 经纬天地, 2020(2): 51-56.
- [25] 张志杰, 王维兴, 王宝山. 基于遗传 Elman 神经网络进行矿区 GPS 高程拟合[J]. 测绘与空间地理信息, 2020, 43(4): 173-177+181.
- [26] 石晨阳, 袁晓燕, 江志成. 遗传模拟退火算法优化 BP 神经网络的 GPS 高程拟合[J]. 全球定位系统, 2021, 46(5): 55-59.
- [27] 张建奇. 基于 GSA-BP 神经网络的 GNSS 高程拟合方法[J]. 北京测绘, 2021, 35(3): 398-403.
- [28] 施利龙. 基于改进 BP 神经网络的 GPS 高程拟合方法[J]. 北京测绘, 2020, 34(2): 260-264.
- [29] 邵先锋. 基于 BP 神经网络和二阶多项式的高程异常拟合精度分析[J]. 山西建筑, 2020, 46(17): 168-171.
- [30] 韩必武, 刘可胜, 黄晖, 陈兴达. 基于遗传算法优化 BP 神经网络的 GNSS 高程转换[J]. 江西测绘, 2019(4): 3-5.
- [31] 邓才林, 周芳翊, 丁健. BP 神经网络在县域 GPS 高程拟合中的应用[J]. 工程勘察, 2018, 46(8): 51-56.
- [32] 吕建伟, 张志华, 张新秀, 刘祖昱. 二次曲面与最小二乘配置的组合模型在 GPS 高程异常拟合中的应用[J]. 测绘通报, 2020(5): 127-129.