

基于傅里叶定律的高温作业专用服装设计

吴瑞龙¹, 王鹏威², 李婷婷^{1*}

¹河南科技大学土木建筑学院, 河南 洛阳

²河南科技大学数学与统计学院, 河南 洛阳

收稿日期: 2022年10月28日; 录用日期: 2022年11月23日; 发布日期: 2022年11月29日

摘要

热防护服是在对高温环境下工作人员设计出的一类能阻挡热量的专业服装, 服装的隔热性能是评价热防护服优劣的一个重要指标, 就多层热防护服而言, 材质一定的条件下, 每层的厚度则决定了该防护服的隔热性能。本文基于一定环境温度下, 利用傅里叶定律对整个防护服的传热过程进行了研究与分析, 建立相应热传导偏微分方程模型及优化改进模型, 进而设计出热防护服每层织物的最优厚度。

关键词

热防护服, 傅里叶定律, 偏微分方程, 最优化

Clothing Design for High-Temperature Operation Based on Fourier Law

Ruilong Wu¹, Pengwei Wang², Tingting Li^{1*}

¹School of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan

²School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan

Received: Oct. 28th, 2022; accepted: Nov. 23rd, 2022; published: Nov. 29th, 2022

Abstract

Thermal protective clothing is a kind of professional clothing designed for workers to block heat in high temperature environment. The thermal insulation performance of clothing is an important indicator to evaluate the merits of thermal protective clothing. For multi-layer thermal protective clothing, the thickness of each layer determines the thermal insulation performance of the clothing under certain material conditions. In this paper, based on a certain ambient temperature, Fourier law is used to study and analyze the heat transfer process of the whole protective clothing, and the

*通讯作者。

corresponding partial differential equation model of heat conduction and optimization and improvement model are established, and then the optimal thickness of each layer of the thermal protective clothing fabric is designed.

Keywords

Thermal Protective Clothing, Fourier Law, Partial Differential Equation, Optimization

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

热防护服是对在高温或超高温条件下工作的人员进行安全保护,从而避免热源对人体造成伤害的各种保护性服装[1],具有阻燃性、拒液性、燃烧时无熔滴产生、遇热时能够保持服装的完整性和穿着舒适性等特性,用于石油、化工、冶金、造船、消防、国防以及有明火、散发火花、熔融金属和有易燃物质的场所。热防护服的防护原理是降低热转移速度,使外界的高热缓慢而少量转移至皮肤,以起到对人体皮肤的保护作用。我们对热防护服内部的热传递规律进行研究,可以为热防护服的设计提供准确的理论依据。近年来,关于热防护服热传递模型研究是一个热点问题。国内外的研究者们针对此问题建立了不同的模型去求解,其中主要区别是在于热防护服的层数,是单层还是多层材料织就而成。Gibson [2]首先做出了单层织物的热传递模型, Ghazy [3]在此基础上对热防护服-空气层-皮肤系统进行了更深入的研究与分析,提出了一个简明的空气层模型。在单层模型的基础上, Mell [4], Lawson [5]和 Ghazy [6]等科学家又研究了多层织物下的热传递模型。本文针对生活中常见的三层织物材料构成的热防护服的设计问题,建立了相关的数学模型,可以很好的确定各种条件下所需热防护服的每层织物的最优厚度。

2. 热传递模型

在图 1 中给出了由三层热防护服——防护服与皮肤之间空气层组成的系统,其中热防护服由三层织物材料构成,记为 I、II、III 层,III 层与皮肤之间的空隙记为 IV 层。结合于实际生活,我们可以先确定 I 层及 III 层厚度固定为 0.6 mm 和 3.6 mm, II 层的厚度区间为 0.6 - 25 mm, IV 层的厚度区间为 0.6 - 6.4 mm。

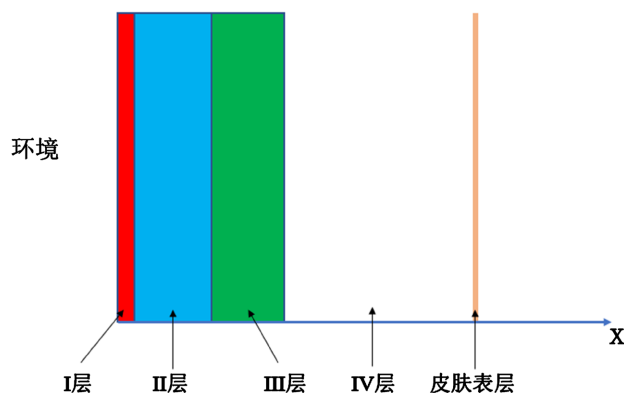


Figure 1. Three layers of thermal protective clothing—air layer system

图 1. 三层热防护服——空气层系统

2.1. 热防护服的热传递

傅里叶在 1822 年提出一条热力学定律[7]，该定律提出在在导热现象中，单位时间内通过给定截面的热量，正比例于垂直于该截面方向上的温度变化率和截面面积，而热量传递的方向则与温度升高的方向相反。傅里叶定律用热流密度 J_T 表达形式如下：

$$J_T = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \tag{1}$$

式中： J_T 是在 r 方向上的热流密度，它垂直于等温表面。比例常数 κ 是一个运输特性，称为热传导率，单位是(W(m·°C))。热流密度是一个向量，也可以将热流密度分解为 3 个分量：

$$J_T = -\kappa \nabla T = -\kappa \left(\bar{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \tag{2}$$

上述式子中负号表示传热方向与温度梯度方向相反。

如果热量只在某一方向传导，就变成一维导热问题，本题则只考虑在水平方向(x 正向)上的热传递。基于模型假设，可得到三层的热防护服热传递模型[8]：

$$C_1^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_w) \tag{3}$$

$$C_2^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_w) \tag{4}$$

$$C_3^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_3 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_w) \tag{5}$$

式中： C_1^A ， C_2^A ， C_3^A 分别是第 I、II、III 层织物的显热容，其中 $C_i^A = \rho_i c_{p_i}$ ， $i=1,2,3$ ， ρ 是密度， c_p 是比热； T 是温度； t 是时间； x 是水平坐标，即厚度； $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 分别是第 I、II、III 层织物的热传导率； Ω_i 表示关于 x 的取值范围，其中 $\Omega_1 = (0, n_1)$ ， $\Omega_2 = (n_1, n_1 + n_2)$ ， $\Omega_3 = (n_1 + n_2, n_1 + n_2 + n_3)$ ， n_i 表示第 i 层的厚度， $i=1,2,3$ ； t_w 是工作时间。

三层热防护服的初始条件：

$$T(x, 0) = T_1(x) \tag{6}$$

式中： $T_1(x)$ 表示初始温度。

边界条件：针对在边界表面上存在对流换热的情况，给定边界表面上与周围流体之间的对流换热系数和环境温度数值，即

$$J_T = h(T_b - T_\infty) \tag{7}$$

式中， h 是对流换热系数， T_b 为边界温度， T_∞ 为环境温度。

2.2. 空气层中的热传递

根据假设条件，同防护服的热传递原理，可以得到在空气层中的热传递模型[8]：

$$C_4^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_4 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_4 \times (0, t_w) \tag{8}$$

式中： C_4^A 是空气层的显热容； T 是温度； t 是时间； x 是水平坐标，即厚度； κ_4 是空气层的热传导率；

Ω_4 表示关于 x 的取值范围, 其中 $\Omega_4 = (n_1 + n_2 + n_3, n_1 + n_2 + n_3 + n_4)$, n_4 表示空气层的厚度; t_w 是工作时间。

空气层的初始条件:

$$T(x, 0) = T_1(x) \tag{9}$$

为方便下面对问题的求解, 我们将以上方程进行整理得出该系统热传递的偏微分方程模型如下:

$$\begin{cases} C_1^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_w) \\ C_2^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_w) \\ C_3^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_3 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_w) \\ C_4^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_4 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_4 \times (0, t_w) \\ J_T = h(T_b - T_\infty) \\ T(x, 0) = T_1(x) \end{cases} \tag{10}$$

针对上述方程我们利用抛物型方程的有限差分法[9]。我们以一维热传导方程为例:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

采用显式差分(FTCS)

$$\frac{T_i^{l+1} - T_i^l}{\Delta t} = \kappa \frac{T_i^{l+1} - 2T_i^l + T_{i-1}^l}{\Delta x^2}$$

即:

$$T_i^{l+1} = T_i^l + \lambda(T_i^{l+1} - 2T_i^l + T_{i-1}^l)$$

其中 $\lambda = \kappa \Delta t / \Delta x^2$, 收敛和稳定性条件是 $\lambda \leq 1/2$

采用隐式差分

$$\frac{T_i^{l+1} - T_i^l}{\Delta t} = \kappa \frac{T_{i+1}^{l+1} - 2T_i^{l+1} + T_{i-1}^{l+1}}{\Delta x^2}$$

即:

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + (1 + 2\lambda) T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = T_i^l$$

或采用显式和隐式加权平均, 即 Crank-Nicolson 方法

$$\frac{T_i^{l+1} - T_i^l}{\Delta t} = \kappa \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1}^{l+1} - 2T_i^{l+1} + T_{i-1}^{l+1}}{\Delta x^2} \right]$$

即:

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + (1 + 2\lambda) T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = \lambda T_{i-1}^l + 2(1 - \lambda) T_i^l + \lambda T_{i+1}^l$$

上述方程便可采用三对角矩阵追赶法求解。

似于以上一维热传导方程的显隐式方法, 针对我们建立的热传导模型方程组给出相似的离散格式[9]。

首先对三层织物进行划分，将每一层离散为 $M+1$ 个点，则有：

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_{M_1} = n_1$$

$$n_1 = x_0 < x_1 < \dots < x_{M_1} = n_1 + n_2$$

$$n_1 + n_2 = x_0 < x_1 < \dots < x_{M_1} = n_1 + n_2 + n_3$$

第 I 层织物的离散格式

$$C_1^{j+1} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} = \kappa_1 \frac{T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2}$$

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \Lambda_1 (T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j), \Lambda_1 = \frac{\kappa_1 \cdot t}{C_1^{j+1} \cdot \Delta x^2}$$

第 II 层织物的离散格式

$$C_2^{j+1} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} = \kappa_2 \frac{T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2}$$

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \Lambda_2 (T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j), \Lambda_2 = \frac{\kappa_2 \Delta t}{C_2^{j+1} \cdot \Delta x^2}$$

第 III 层织物的离散格式

$$C_3^{j+1} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} = \kappa_3 \frac{T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2}$$

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \Lambda_3 (T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_{i-1}^j), \Lambda_3 = \frac{\kappa_3 \Delta t}{C_3^{j+1} \cdot \Delta x^2}$$

这样我们就得到了每一层方程的离散格式，利用抛物线型微分方程的有限差分法，我们便可以对方程(10)进行求解。

3. 织物层厚度优化模型

在对热防护服的热传递原理进行了分析以后，接下来便是要解决热防护服每层织物厚度的设计问题。为使热防护服能更好的保护人体不受灼伤，在此我们假定两个情形，寻找该情形下的织物层最优厚度。为方便计算，表 1 给出了热防护服各层的物理属性。

Table 1. Parameter value of the thermal protective suit material

表 1. 热防护服材料的参数值

分层	密度(kg/m ³)	比热(J/(kg·°C))	热传导率(W/(m·°C))	厚度(mm)
I 层	300	1377	0.082	0.6
II 层	862	2100	0.37	0.6-25
III 层	74.2	1726	0.045	3.6
IV 层	1.18	1005	0.028	0.6-6.4

3.1. 情形一

当环境温度为 65°C、IV 层的厚度为 5.5 mm 时，确定 II 层的最优厚度，确保工作 60 分钟时，皮肤层

外侧温度不超过 47°C ，且超 44°C 的时间不超过 5 分钟。

我们知道，在有限的条件下求解最优目标即最优化问题。基于本文前面建立的热传导模型，我们可以建立出最优化模型[10]。

首先确定目标函数：

$$\min(L_2 - L_1) \quad (11)$$

其中 $L_2 - L_1$ 指第 II 层的厚度， $x_1 = 0.6 \text{ mm}$ ； $x_2 = (L_2 - 0.6) \text{ mm}$ ； $x_3 = 3.6 \text{ mm}$ ； $x_4 = 5.5 \text{ mm}$ ； $T_1(x) = 65^{\circ}\text{C}$ 。

其次寻找约束条件：

第 II 层的初始条件为：

$$T(x_2, 0) = T_1(x) \quad (12)$$

根据所指定的情形我们可以得到：

$$T(x, t = 3600) \leq 47^{\circ}\text{C} \quad (13)$$

$$T(x, t = 3300) \leq 44^{\circ}\text{C} \quad (14)$$

综上所述，我们可以建立第 II 层织物厚度的优化问题模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(L_2 - L_1) \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} T(x, t = 3600) \leq 47^{\circ}\text{C} \\ T(x, t = 3300) \leq 44^{\circ}\text{C} \\ 0.6 \text{ mm} \leq L_2 - L_1 \leq 25 \text{ mm} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} C_1^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_w) \\ C_2^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_w) \\ C_3^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_3 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_w) \\ C_4^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_4 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_4 \times (0, t_w) \\ J_T = h(T_b - T_{\infty}) \\ T(x_2, 0) = T_1(x) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (15)$$

对于上述问目标函数的极值问题，我们可以采用直接搜索法、交替方向搜索法等来求得最优解。这里我们将使用遗传算法来求解给定定义域范围内极小值的算法[11]。图 2 为遗传算法流程图。

将上述方程及参数放入 MATLAB 中进行求解得到：

$$x_2 \geq 17.5 \text{ mm}$$

3.2. 情形二

当环境温度为 80°C 时，确定 II 层和 IV 层的最优厚度，确保工作 30 分钟时，皮肤层外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。

针对上述情形，我们可以知道， $x_1 = 0.6 \text{ mm}$ ； $x_2 = (L_2 - 0.6) \text{ mm}$ ； $x_3 = 3.6 \text{ mm}$ ； $x_4 = (L_4 - 3.6) \text{ mm}$ ；

$T_1(x) = 80^\circ\text{C}$ 。仿照情形一，我们可以建立如下优化模型：

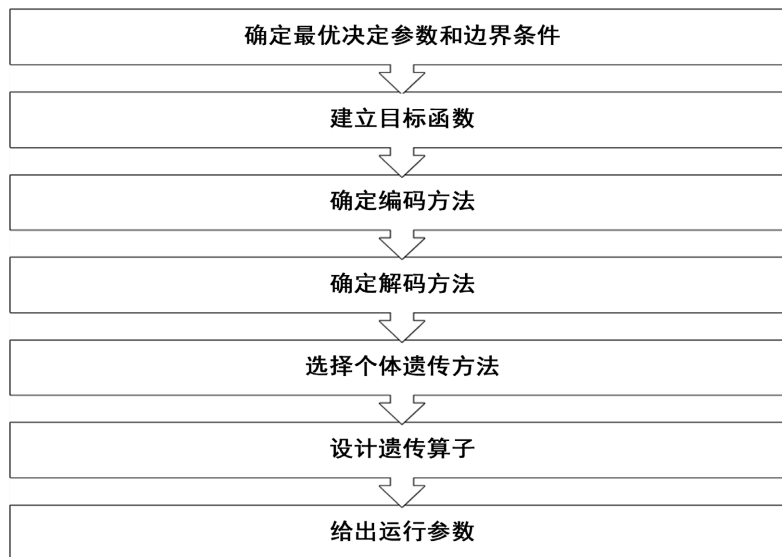


Figure 2. Genetic algorithm flow chart
图 2. 遗传算法流程图

$$\begin{cases}
 \min(L_2 - L_1) \\
 \min(L_4 - L_3) \\
 \text{s.t.} \begin{cases}
 T(L_2 - 0.6, L_4 - 3.6, t = 1800) \leq 47^\circ\text{C} \\
 T(L_2 - 0.6, L_4 - 3.6, t = 1500) \leq 44^\circ\text{C} \\
 0.6 \text{ mm} \leq L_2 - L_1 \leq 25 \text{ mm} \\
 0.6 \text{ mm} \leq L_4 - L_3 \leq 6.4 \text{ mm}
 \end{cases} \\
 \begin{cases}
 C_1^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_w) \\
 C_2^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_w) \\
 C_3^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_3 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_w) \\
 C_4^A \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_4 \frac{\partial T}{\partial x} \right), (x, t) \in \Omega_4 \times (0, t_w) \\
 J_T = h(T_b - T_\infty) \\
 T(x_2, 0) = T_1(x)
 \end{cases}
 \end{cases} \quad (16)$$

对于上述方程求解后得：

$$\begin{aligned}
 x_2 &= 19.2 \text{ mm} \\
 x_4 &= 6.4 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

4. 结束语

本文建立了三层热防护服 - 空气层系统的热传导模型，对于给定的环境温度能很好的预测出热防护

服所能抵挡的温度, 在实际的生活中能够得到一个安全的工作时间以至于不会被高温所灼伤。然后本文又基于已有的热传导模型, 结合能够保证安全工作的温度, 以最舒适为目标, 提出了对于防护服各层厚度的优化模型。针对两种不同情形要求, 求解出最优厚度, 为热防护服的制造提供了一些参数, 以便制造出隔热性能更加优良的热防护服。本文建立的模型忽略了热传递过程中热辐射, 一定程度上简化了模型的求解过程, 关于此情况还有待于进一步研究。

参考文献

- [1] 朱方龙. 服装的热防护功能[M]. 北京: 中国纺织出版社, 2015.
- [2] Gibson, P. (1996) Multiphase Heat and Mass Transfer through Hygroscopic Porous Media with Applications to Clothing Materials. *Fiber*, **53**, 183-194. https://doi.org/10.2115/fiber.53.5_183
- [3] Ghazy, A. (2014) Numerical Study of the Air Gap between Fire-Protective Clothing and the Skin. *Journal of Industrial Textiles*, **44**, 257-274. <https://doi.org/10.1177/1528083713483784>
- [4] Mell, W.E. and Lawson, J.R. (2000) A Heat Transfer Model for Firefighters' Protective Clothing. *Fire Technology*, **36**, 39-68. <https://doi.org/10.1023/A:1015429820426>
- [5] Lawson, J.R., Mell, W.E. and Prasad, K. (2010) A Heat Transfer Model for Firefighters' Protective Clothing, Continued Developments in Protective Clothing Modeling. *Fire Technology*, **46**, 833-841. <https://doi.org/10.1007/s10694-010-0139-z>
- [6] Ghazy, A. and Bergstrom, D.J. (2012) Numerical Simulation of Heat Transfer in Firefighters' Protective Clothing with Multiple Air Gaps during Flash Fire Exposure. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, **61**, 569-593. <https://doi.org/10.1080/10407782.2012.666932>
- [7] 郑宏飞. 热力学与传热学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [8] 卢琳珍. 多层热防护服装的热传递模型及参数最优决定[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江理工大学, 2018.
- [9] 陆金甫, 关治. 偏微分方程数值解法[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [10] 刘红良. 数学模型与建模算法[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [11] 司守奎, 孙玺菁. 数学建模算法与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.