

# 舱室换气模型研究

毛俊超, 赵建昕, 杨尊凯

海军潜艇学院基础部, 山东 青岛

收稿日期: 2023年10月15日; 录用日期: 2023年11月8日; 发布日期: 2023年11月17日

## 摘要

舱室换气问题在船舶、潜艇、航天器等封闭环境中具有重要的意义, 良好的舱室换气不仅可以提高居住舒适度, 更重要的是保障人员身心健康, 甚至是提高生产力、战斗力的重要因素。微元法是微积分理论中重要的数学思想方法, 也是从部分到整体的思维方法, 可以解决很多物理和实际问题。本文利用微元法, 求出了舱室内即时CO<sub>2</sub>浓度模型, 从而建立了保持舱室正常使用的换气通风量数学模型, 初步解决了一种舱室换气问题, 可为相关领域的研究和实践提供有益的参考。

## 关键词

微元法, 舱室换气, 建模

# Research on the Model of Cabin Ventilation

Junchao Mao, Jianxin Zhao, Zunkai Yang

Basic Department, Navy Submarine Academy, Qingdao Shandong

Received: Oct. 15<sup>th</sup>, 2023; accepted: Nov. 8<sup>th</sup>, 2023; published: Nov. 17<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

The problem of cabin ventilation is of great significance in enclosed environments such as ships, submarines, and spacecraft. Good cabin ventilation not only improves living comfort, but more importantly, it is an important factor in ensuring the physical and mental health of personnel, and even improving productivity and combat effectiveness. The microelement method is an important mathematical method in the theory of calculus, as well as a thinking method from part to whole, which can solve many physical and practical problems. In this paper, the micro-element method is used to derive the instantaneous CO<sub>2</sub> concentration model in the cabin, thus establishing a mathematical model for maintaining normal ventilation in the cabin. This preliminary solution to a cabin ventilation problem can provide useful reference for research and practice in related fields.

## Keywords

### Microelement Method, Cabin Ventilation, Modeling

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

舱室换气模型的研究对于提高舱室内的空气质量、保障乘员健康和舒适具有重要意义。尤其是在船舶、潜艇、航天器等封闭特殊环境下,比如在水下领域活动的潜艇,更需要提供新鲜的空气,就是所谓的换气,其中一种简单有效的换气方法就是通过通气管换气装置,和水上外界空气进行交换,排出把潜艇内的贫氧空气( $\text{CO}_2$ 浓度高),向潜艇内容补充富氧新鲜空间( $\text{CO}_2$ 浓度低),就需要设计通风量,使得舱室尽快完成换气,确保舱室内空气达到满足室内人员正常工作需要的标准。

## 2. 问题提出及问题分析

### 2.1. 问题提出

不同装(设)备的舱室形状各异,为研究方便,假定研究的舱室体积为 $v_0$ ,并假定起初舱室内 $\text{CO}_2$ 浓度3%,需要输入新鲜空气的 $\text{CO}_2$ 浓度为0.03%,舱室内有20人进行室内工作,每人呼出 $\text{CO}_2$ 的量是30 L/h,现在要设计通风方案,建立换气通风量数学模型,使得舱室内空气满足室内人员正常工作。

### 2.2. 问题分析

在正常情况下,当 $\text{CO}_2$ 浓度达0.07%时,少数人不舒适,当 $\text{CO}_2$ 浓度达0.1%时,人们普遍感觉不舒适[1][2][3],所以假定把换气标准确定为“室内 $\text{CO}_2$ 浓度小于0.07%”。由题意,舱室内初始 $\text{CO}_2$ 浓度是3%,不能满足人类需求,所以初始阶段舱室内无人,要先经过换气将 $\text{CO}_2$ 浓度减少到0.07%,此后舱室内才能进入人员,人员进入后呼出 $\text{CO}_2$ ,这时的通风就要考虑人产生的 $\text{CO}_2$ 影响,要保证通风换气后,保证舱室内空气 $\text{CO}_2$ 浓度小于0.07%,所以,通风量是时间变量的分段函数。

第一阶段:设 $t=0$ 初始时刻的 $\text{CO}_2$ 浓度是3%,从此刻开始进行通风,通过一段时间(假定要求为10分钟)的通风,将 $\text{CO}_2$ 浓度降到标准浓度0.07%,设此时刻为 $t_1$ 时刻,即 $t_1=10$ 分钟,从 $t=0$ 时刻到 $t_1$ 时刻为第一阶段,称为准备阶段。

第二阶段:从 $t_1$ 时刻开始,舱室内进入人员,不停呼出 $\text{CO}_2$ ,需要继续通风,维持 $\text{CO}_2$ 达标浓度即标准浓度0.07%,这一段为第二阶段,称为维持阶段。

假设在通风过程中,输入新鲜空气与原有空气很快混合(不考虑混合的时间,即混合时间忽略不计)均匀后以相同流量排出。

## 3. 问题解决思路

为了降低 $\text{CO}_2$ 浓度,需要向舱室内通入新鲜空气,所以舱室内 $\text{CO}_2$ 浓度随时间变化,为了求出了舱室内 $\text{CO}_2$ 即时浓度模型,需要在微小时间段内研究 $\text{CO}_2$ 浓度,即用微元法建立 $\text{CO}_2$ 浓度满足的等量关系,从而建立 $\text{CO}_2$ 即时浓度模型,进而求出保持舱室正常使用的换气通风量数学模型,解决舱室换气问题。

## 4. 主要结论

### 4.1. CO<sub>2</sub> 即时浓度模型建立

由上面的分析与假设, 通风量是时间变量的分段函数, 设通风量为每分钟输入  $v \text{ m}^3$ , 则通风量数学模型为,

$$v = \begin{cases} v_1, 0 \leq t \leq 10, \\ v_2, t \geq 10. \end{cases} \quad (3-1)$$

下面用微元法[4] [5]求  $v$ 。

设  $v_0$  为舱室容积, 设  $c(t)$  (%) 为  $t$  时刻舱室内 CO<sub>2</sub> 即时浓度, 由题意,  $c(0) = 3\%$  (初始时刻浓度),  $c(t_1) = 0.07\%$  (达标时刻浓度), 首先用微元法求解  $c(t)$  满足的数学模型, 分为“选微元”和“做积分”两步。

(1) “选微元”。取  $[t, t + \Delta t] \subset [0, t_1]$ , 则  $\Delta t$  时段内舱室内 CO<sub>2</sub> 改变量含即为微元, 下面从两个角度计算该微元的值。一是从整体角度看, 即浓度改变与容积乘积, 约为  $v_0 \cdot \Delta c(t)$  (因 CO<sub>2</sub> 浓度随时间变化而减小, 故  $\Delta c(t) < 0$ ); 二是从过程角度看, 即从这段时间内的通风输入与同容积输出 CO<sub>2</sub> 的差计算, 由微元法, 以  $t$  时刻 CO<sub>2</sub> 的浓度代替  $\Delta t$  时间段内的浓度, 该微元约为  $v_1 c(t) \Delta t - 0.0003 v_1 \Delta t$ , 由二者相等得到

$$0.0003 v_1 \Delta t - v_1 c(t) \Delta t = v_0 \cdot \Delta c(t). \quad (3-2)$$

因  $v_0$  和  $0.0003 - c(t)$  均不为 0, 所以(3-2)式可化为

$$\frac{\Delta c(t)}{0.0003 - c(t)} = \frac{v_1}{v_0} \Delta t, \quad (3-3)$$

且  $c(0) = 0.03$ 。

(2) “做积分”。在(3-3)式两边积分得

$$\int \frac{dc(t)}{0.0003 - c(t)} = \int \frac{v_1}{v_0} dt, \quad (3-4)$$

计算(3-4)式得,

$$c(t) = 0.0003 - ke^{-\frac{v_1 t}{v_0}} \quad (3-5)$$

其中  $k$  为任意常数, (3-5)式带入初始条件  $c(0) = 0.03$ , 得  $k = 0.0297$ , 从而得到舱室内即时 CO<sub>2</sub> 浓度模型,

$$c(t) = 0.0003 - 0.0297e^{-\frac{v_1 t}{v_0}}, \quad (3-6)$$

### 4.2. 通风量模型建立

由条件  $c(10) = 0.0007$ , 将其带入(3-6)式, 解得准备阶段的通风量模型,

$$v_1 = -\frac{v_0}{10} \ln \frac{4}{297} \quad (3-7)$$

经过准备阶段, 舱室内 CO<sub>2</sub> 浓度达到标准浓度 0.07%, 而舱室内 20 人, 每人呼出 CO<sub>2</sub> 的量为 30 L/h =  $30 \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{60}$  (米<sup>3</sup>/分钟), 所以 20 人呼出  $20 \times 30 \text{ L/h} = 0.01$  (米<sup>3</sup>/分钟)。要保证舱室内的 CO<sub>2</sub>

浓度维持在标准浓度 0.07%，只要保证通过换气把人员呼出的  $\text{CO}_2$  完全排出即可，即

$$0.0007v_2\Delta t - 0.0003v_2\Delta t = 0.01\Delta t,$$

解得：

$$v_2 = 25 \text{ m}^3/\text{分钟}, t \geq t_1, \quad (3-8)$$

综上，由(3-7)、(3-8)式得通风量数学模型，

$$v(t) = \begin{cases} -\frac{v_0}{10} \ln \frac{4}{297}, & 0 \leq t \leq 10, \\ 25, & t > 10 \end{cases}. \quad (3-9)$$

## 5. 模型数据验证

假设舱室形状规则，比如圆柱形，设其参数分别为：内径 12 米，长 20 米，则舱室体积  $v_0 = \pi \left(\frac{12}{2}\right)^2 \cdot 20 = 720\pi \approx 2260.8$ ，从而得到通风量模型，

$$v(t) = \begin{cases} -\frac{v_0}{10} \ln \frac{4}{297}, & 0 \leq t \leq 10 \\ 25, & t > 10 \end{cases} = \begin{cases} 973.8, & 0 \leq t \leq 10, \\ 25, & t > 10 \end{cases}. \quad (3-10)$$

## 6. 结果分析与展望

1) 本文建立的通风模型是一般意义下的模型，即基于舱室体积已知的情形，并用形状规则的舱室来进行数据验证，若舱室形状不规则，需要具体问题具体分析，可能用到三重积分等方法计算体积。

2) 模型建立时未考虑空气混合时间，若考虑二氧化碳的扩散速度，可以提高数学模型的精度。

## 参考文献

- [1] 王大安, 张凯. 对船舶封闭舱室的几点分析[J]. 中国水运, 2014(14): 23-24.
- [2] 李又名. 对船舱及密闭空间缺氧事故的预防[J]. 珠江水运, 2003(4): 22-23.
- [3] 王武田, 杨洪禹. 舰艇舱室毒害气体的危害及消除[J]. 海军大连舰艇学院学报, 2003, 26(4): 50-52.
- [4] 史迪沃特. 微积分[M]. 第 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [5] 同济大学数学系. 高等数学(上、下册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.