

The Optimized-Instruction of High School Mathematical Problems by Advanced Standpoint

Chuanzhi Bai

School of Mathematical Science, Huaiyin Normal University, Huaian Jiangsu
Email: czbai@hytc.edu.cn

Received: Dec. 20th, 2018; accepted: Jan. 3rd, 2019; published: Jan. 10th, 2019

Abstract

High school mathematics from an advanced standpoint refers to the use of higher mathematics knowledge, ideas and methods to analyze and solve the problem of high school mathematics. In this paper, it starts with the types and characteristics of advanced standpoint questions in recent years' college entrance examination questions, and then discusses the optimized-instruction strategy for the high school mathematics.

Keywords

Advanced Standpoint, Optimized-Instruction, High School Mathematics

用高观点优化高中数学的教学

柏传志

淮阴师范学院, 数学科学学院, 江苏 淮安
Email: czbai@hytc.edu.cn

收稿日期: 2018年12月20日; 录用日期: 2019年1月3日; 发布日期: 2019年1月10日

摘要

本高观点下的高中数学问题是指用高等数学的知识、思想和方法来分析、解决高中数学的问题。本文从近年来高考试题中的高观点问题的类型和特点入手, 探讨高中数学的优化教学策略。

关键词

高观点, 优化教学, 高中数学

Copyright © 2019 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

普通高中绝大部分的中学生, 其目标是经过高中三年的学习, 通过参加高考进入心仪的高校进一步深造, 而数学的高考分数的高低是能否成功的关键。三年的高中数学学习的成效最终要由高考来检验。全国高考数学考试大纲明确指出要确立以能力立意命题的指导思想, 将知识、能力和素质融为一体, 全面检测考生的数学素养, 要考查考生进入高等学校继续学习的潜能。近年来在高考命题中, 为了选拔人才, 出现了许多具有高等数学背景的试题, 来考查学生的数学学习潜能和思维能力。高中数学教师在平时的教学过程中应该有应用“高观点”的意识。

追溯“高观点”的历史, 20 世纪初德国著名数学家菲利克斯·克莱因(Felix Christian Klein)根据他在哥廷根大学多年为德国中学数学教师及在校学生开设的讲座撰写了 3 卷本的《高观点下的初等数学》[1]。在这本书中, 克莱因认为中学数学教师应该站在更高的视角(高等数学)来审视、理解数学问题, 只有观点高了, 事物才能显得明了而简单; 一个称职的教师应当掌握或了解数学的各种概念、方法及其发展与完善的过程以及数学教育演化的经过。

通过分析近年来全国高考数学试卷中有关“高观点”类型的试题[2] [3], 我们认为如果教师在平时的教学中能经常有意识地从高观点来看高中数学, 就能更准确把握高中数学的本质和关键, 从而高屋建瓴地处理高中数学教材, 用高观点的思想方法指导高中数学的教学[4] [5] [6], 提升教学水平, 进而拓广学生的解题思路, 提高解题能力, 进而优化高中数学教学, 提高高中数学的教学质量。

2. 高考数学试卷中涉及“高观点”的问题类型

全国各地高考试卷中经常出现一些有着高等数学背景的试题, 这类题目形式上较新颖、构思较巧妙, 内容上蕴含了一些高等数学的知识和方法, 它能考查学生的思维能力和学习能力。

2.1. 以基本运算为背景的问题

我们知道运算律是近世代数中重要的研究对象, 而中学生一般会比较机械地运用运算规律, 但对运算律的认识程度不深。高考命题中会牵涉到一种新的运算定义, 要求学生能运用新的运算法则来计算, 它能考查学生即学即用的能力, 同时也考查学生应用类比能力, 知识迁移的能力。这体现了“由知识立意向能力立意过渡”的高考命题指导思想。

这类题目主要考查学生对新情景下对新知识的阅读理解、抽象概括能力以及综合运用数学知识解决问题的能力。

2.2. 以基本符号为背景的问题

近年来一些省份的高考数学试卷中陆续出现了以取整函数、连乘符号、直和等高等数学中常用的符号为命题背景的试题, 其主要目的是考查学生理解新的运算符号的内涵, 进而来解决问题的能力。例如,

陕西省 2010 年高考数学理科卷第 10 题就涉及到取整函数。

2.3. 以基本概念为背景的问题

以有界函数、单峰函数、凹凸函数、高等代数中的行列式、群、环、域等这些由初学数学延伸出来的高等数学的概念为命题背景的高考数学试题不断出现。这类题目主要考查学生对新概念的理解能力，能较快地提取有用信息，并合理迁移到熟悉的初等知识，从而来解决问题。

我们知道高等代数是中学阶段初等代数的延续、深化、扩张和发展，行列式是高等代数的一个重要内容，克莱因在《高观点下初等数学》一书中多次使用行列式作为介绍相关知识的工具。行列式作为一种重要的数学工具，我们可以从更高的角度、更便捷地解决中学数学中的一些问题。例如，将待因式分解的多项式先用行列式表示，然后利用行列式的性质对其计算，就能实现对多项式的因式分解；通过向量及其数量积、向量积运算，二、三阶行列式对应的数分别表示平行四边形的有向面积和平行六面体的有向体积。

2.4. 以基本理论为背景的问题

近年高考试题中经常出现的函数问题以高等数学中的函数定理为背景，如不动点定理、零点存在定理、介值定理、拉格朗日定理、区间套定理、李普希茨条件等，主要考查学生运用初等数学思想进行转化和分析的能力。命题设计的原则是“高等背景，初等解法”。例如，2010 年辽宁省高考理科数学试卷 21 题的第二问，主要考查化归与转化等数学思想方法，常规的做法是通过构造函数，问题转化为新函数在定义域上单调减，下面自然要考虑对这个函数求导，进而用平均值不等式求出参数 a 的取值范围。此做法的难点在于如何构造新的函数。但是我们利用拉格朗日中值定理可轻易突破来解决这一问题。

2.5. 以极限的思想为背景的问题

极限思想是高等数学中最基本和最重要的思想，近年来许多省的高考数学试卷中以不同的形式都出现了高等数学中极限的思想，这样一来可以使呆板、平淡的数学题充满活力和无穷魅力。

3. 高考数学试卷中涉及“高观点”的问题特点

3.1. 观点高

所谓“观点高”是指这些问题有高等数学的背景和一些简单的内容。“高观点”下中学数学问题立意较新、背景较深，从不同的角度扣住了初、高等数学的接合点，这类问题或体现高等数学中常用的数学思想方法和推理方法；或直接出现高等数学的符号与概念；或将高等数学的一些概念、定理融于初等数学知识中，但一般能通过实例和直观为中学生所接受的。

3.2. 落点低

“落点低”是指这类问题虽然来源于高等数学，但是问题的解决却是用学生所学和熟悉的初等数学知识、思想和方法，这对高中学生的逻辑思维、抽象思维，以及分析问题和解决问题的能力提出了更高的要求。它有利于高校选拔人才，也为将来学生进入高校学习高等数学打下了良好的基础。

3.3. 能力强

这种有着高等数学背景的“高观点”考题，除了考查基础知识，更侧重考查各种能力。考查不追求知识的全面性，而是切中初等数学与高等数学知识网络的交汇点，以考查思维能力为重点。显然对数学知识死记硬背、生搬硬套的学生是不适应，也不会做这类以能力立意的“高观点”试题的。“高观点”

类型的题目，它能多角度地考查学生的数学素养，有层次地考查学生的数学思维，它也能很好地考查学生继续学习数学的潜能，从而能有效地为高校选拔能力强的考生。

4. “高观点”下高中数学教学优化的应对策略

教学的优化必然是优质高效的教学[7]，通过合理的教学结构，达到最好的教学效果的过程。通过上面列举的近年来全国各地的高考数学试卷中有关“高观点”的问题的类型和特点，高中教师在平时的教学中要有意识地渗透高等数学的思想方法，精心设计问题，激发高中学生解答数学问题的兴趣。通过设置分层有梯度的有关“高观点”问题的练习，让不同层度的学生在课堂上都能得到层次不同的收获。同时课堂练习应精选典型的有关“高观点”的题目，使学生能做到举一反三从而保证课堂教学的效率。师生配合好，充分发挥学生的主动性。教师要切实提高课堂教学的有效性，洞察数学命题的本质，用高观点不断指导解题实践。

一是面对“高观点”类型的中学数学问题，引导学生克服畏难情绪，首先对初等数学的概念、定理和公式牢固掌握好，进而熟悉我们上面提到的高考数学试卷中有关“高观点”的问题的类型和特点，在教与学中学会分析和思考这类问题。

二是通过在平时对“高观点”类型的数学题目的教与学，要逐渐培养学生独立分析问题、判断问题、解决问题的能力，纯粹的接受性学习在面对“高观点”下的中学数学问题时，是无能为力的。

三是在平时的教学中恰当地运用一些“高观点”的思想和方法，培养学生的兴趣和激发创新精神。通过提升学生对初等数学与高等数学之间内在联系的认识，使得学生对高考数学试卷中有关“高观点”类型的试题有较好的把握。

四是针对中学数学的较松散的体系，在“高观点”下对中学数学问题系统地总结，注意数学思想方法的渗透与应用，可以帮助学生克服平时在学习上的“题海战术”的低效率，发展学生的思维能力。

基金项目

江苏省十三五教育规划课题：区域推进乡村初中数学教师学习共同体建设的实践研究，项目编号：XC-a/2018/04；淮安市十三五规划项目：中学数学中高观点问题的研究，项目编号：HT-m-12。

参考文献

- [1] 菲利克斯·克莱因. 高观点下的初等数学[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2008.
- [2] 张夏强, 陈清华. “高观点”下数学试题编写的模式探究[J]. 中国数学教育, 2011, 2011(10): 20-23.
- [3] 曹世鹏. 以高等数学为背景的高考数学试题的研究[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2016, 2016(11): 17-20.
- [4] 陈建华. 高观点下初等数学研究途径再探[J]. 阴山学刊, 2016, 30(4): 5-9.
- [5] 张劲松. 从“高观点下的初等数学”看中学数学教师的角色[J]. 数学教学研究, 2007, 2007(4): 4-7.
- [6] 郭丽云. “高观点”下的中学数学问题分析及教学探索[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学数学系, 2010.
- [7] 王本陆. 优化教学: 概念 标准 策略[J]. 课程 教材 教法, 2004, 24(1): 30-36.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2160-729X，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：ae@hanspub.org