

《概率论与数理统计》教学改革思考

肖敏¹, 徐静¹, 唐叶云^{2*}

¹浙江工商大学统计与数学学院, 浙江 杭州

²湖南交通工程学院, 湖南 衡阳

Email: xiaomin90224@163.com, jingxu@amss.ac.cn, *244495284@qq.com

收稿日期: 2021年6月3日; 录用日期: 2021年7月1日; 发布日期: 2021年7月7日

摘要

为了培养学生数学思维及解决问题的综合能力, 我们对概率论与数理统计课程开展了教学改革创新改革。增加了前沿性和应用性的教学内容, 采用了先进的教学方式 and 教学手段, 将传统课堂教学和信息化的教学手段深度融合, 有效地互补了传统课堂教学和网络教学的不足与缺陷。文章针对概率论与数理统计课程目前在实践教学实施过程中面临的问题, 提出了具体改革措施。

关键词

教学改革, 教学反思, 概率论与数理统计

Thoughts on the Teaching Reform of "Probability and Statistics"

Min Xiao¹, Jing Xu¹, Yeyun Tang^{2*}

¹School of Statistics and Mathematics, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou Zhejiang

²Hunan Institute of Traffic Engineering, Hengyang Hunan

Email: xiaomin90224@163.com, jingxu@amss.ac.cn, *244495284@qq.com

Received: Jun. 3rd, 2021; accepted: Jul. 1st, 2021; published: Jul. 7th, 2021

Abstract

In order to train students' mathematic thinking and comprehensive ability to solve problems, we have carried out innovative teaching reform on the course of probability theory and mathematical statistics. We increased the advanced and applied teaching content and adopted advanced teach-

*通讯作者。

ing methods. We deeply integrate the traditional classroom teaching and information teaching methods, effectively make up for the shortcomings of the traditional classroom teaching and network teaching. In view of the problems that the course of probability theory and mathematical statistics is confronted with in the course of practical teaching, this paper puts forward the concrete reform measures. This paper puts forward the concrete reform measures to solve the problems in the actual teaching implementation process of probability and statistics.

Keywords

Teaching Reform, Teaching Reflection, Probability and Statistics

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

概率论与数理统计作为本科生二年级的必修课，其重要性不言而喻，但是大多数人都不知道概率论与数理统计这门课程的用处。通过对传统的教学方式进行改革，可以激发学生的学习兴趣和学习的自主性，培养学生的独立思维能力[1] [2] [3]。

该课程不同于高等数学，学生拿到教材普遍感觉不容易理解，不知道为什么要学这门课。区别于高等数学的连续抽象，线性代数的离散。概率论与数理统计这门课相对来说较为独立。其研究对象具有非常独特的思维特征，并且和其他学科存在非常紧密的联系[4]。简单的理解，该课程正是数学如何在实践中应用衔接的具体科学，通过概率论与数理统计工具的应用，能够使人们对各种复杂的问题及数据进行冷静科学的分析，让学生真切的意识到这门课的重要作用[5] [6] [7]。

2. 在概率统计教学过程中存在的主要问题

该课程存在一定的授课难度。主要原因在于：1) 内容抽象，理论性强，对前期所学数学课程的要求高。概率论与数理统计具有理论性强、依赖前期数学基础的典型特点。例如，在已知二维连续型随机变量的联合密度函数的条件下，相关系数的求解，当中涉及了求解边缘密度的问题，涉及函数的期望的计算等内容，是概率论与数理统计的一个重要内容，该求解过程依赖于积分甚至二重积分的计算。较为遗憾的是在教授过程中，大部分的学生的积分计算能力都有所欠缺。

2) 重概率，轻统计。该课程包含两大部分的内容，一部分是理论基础的概率论部分，另一部分是实际应用的数理统计。在教授过程中，因为学时的限制，分配给实际应用部分的数理统计的时间很少，使得学生往往在刚学会利用所有知识解决实际问题就戛然而止，因而并不会给学生在未来的学习生涯中提供更好的理论基础[8]。

3. 概率论与数理统计改革建设

作为新时代下教学改革的对象，概率论与数理统计的知识的讲授也要紧跟时代新问题，将知识和应用实例结合起来。随着人工智能的到来，概率论与数理统计讲授的重点也应该从以往的侧重技术技巧，转变到侧重知识背景，知识理解，让实际需求与数学衔接。具体而言，在教授过程中，可以有如下几点改进：

(一) 混合式教学方式

在教学过程中,采取线下教学与慕课堂结合的形式。分配好线下与线上的具体时间。一方面,将全部的知识点,在线下课堂的教授过程中进行知识点的划分。另一方面,则在线上的慕课堂中及时的进行知识点的回顾测试,通过慕课堂的测试结果及时掌握学生的学习难点。通过这样的教学方式,可以解决反馈不及时以及因为学生人数过多造成的差异过大的问题。另外,也可以利用慕课堂进行课堂点名等任务,节约课下的课堂纪律管理时间。

(二) 先进的教学手段

在每个章节的讲解过程中,采用动画演示以及模拟试验的形式将原来晦涩难懂且抽象的理论知识生动化、简单化,由此增加课堂的趣味性。通过该教学手段,可以激发学生的学习兴趣,提高学生的理解能力。

增加许多趣味的动画演示。例如,在介绍随机现象时,制作高尔顿钉板实验的动画,其具体过程为:每一黑点表示钉在板上的一颗钉子,它们彼此的距离均相等,上一层的每一颗的水平位置恰好位于下一层的两颗正中间。自板上端放入一小球,任其自由落下。在下落过程中,当小球碰到钉子时,从左边落下与从右边落下的机会相等。碰到下一排钉子也是如此。自板上端放入 n (n 自行输入) 个小球,观察小球落下后呈现曲线并统计小球落入各个格子的频率。动画的结果显示,每次动画的结果总是类似的。这也说明两个问题,第一,小球落入各个格子的频率趋于稳定,其稳定值就是概率。第二,放入大量小球后,最后呈现的曲线几乎总是类似的。也就是中心极限定理的解释。再比如,在假设检验的学习过程中,加入女士品茶的动画设计,增加学习假设检验的趣味性,以及引发对假设检验原理的思考。类似的动画还有三门问题,彩票、扑克等。

在整个教学过程中增加模拟实验以提高学生的理解程度。例如在频率的讲解过程中,可采用 Excel 模拟抛硬币的过程,模拟掷骰子的过程以及模拟抛硬币、掷骰子的频率趋势,更为直观的理解频率逼近概率的原理。学习二项分布与泊松分布的过程中,增加二项分布与泊松分布的概率计算的模拟,以及模拟二项分布与泊松分布的近似效果试验,更加深入的理解泊松分布近似二项分布的适用条件。在总体和样本等概念的讲解中,模拟从总体中抽取样本的过程,以及统计量的计算过程,掌握统计推断的原理。在整个教学过程中充斥着计算机应用技术给本课程带来的教学体验的变化。

(三) 案例教学方法

在教学过程中,还有一个非常重要的教学方法就是案例教学法。通过对具体情景的描述和理解,从中抽象出与本课程相应的问题,引发学生对问题的思考、分析和讨论,提高学生思考、分析和解决问题的能力。

例如排队论的问题。在生活中,银行办理业务,食堂就餐,乘坐交通工具等等,排队无处不在。那么面对这样的问题,某银行开放了甲乙两个柜台办理业务。当小明来到银行时,每个柜台各有一名顾客在办理业务,前面还有一个顾客在等待办理业务。假设甲乙两个柜台办理业务的时间相互独立,且办理完业务顾客就会离开银行。问 1) 小明在银行的平均排队时间? 2) 小明在哪个柜台办理业务的可能性大? 3) 四个顾客中国小明最后离开银行的概率多大? 面对这样的实际问题,一经提出,立刻引起讨论。但大部分同学都是基于直觉做出回答。于是教师以问题为导向,通过提出问题,分析问题,最终达到解决问题的目的。具体步骤为:

1) 提出问题:在该问题中,如何将实际问题转化成数学问题?关键在于描述柜台人员办理业务的时间的分布。

2) 分析问题:假设甲柜台办理业务的时间服从 $Exp(\lambda_1)$, 乙柜台办理业务的时间服从 $Exp(\lambda_2)$ 。现给 4 名顾客编号,在甲柜台办理业务的顾客编号 1,在乙柜台办理业务的顾客编号 2,等待办理业务的顾

客编号 2, 小明编号 4。

3) 启发思考: 尽管不知道 1 号何 2 号办理业务的时间长短, 但是由于几何分布的无记忆性可知, 他们的剩余办理时间 X_1 和 X_2 分别服从 $Exp(\lambda_1)$ 和 $Exp(\lambda_2)$, 并且相互独立。因此 3 号办理业务的时刻为 $T_1 = \min(X_1, X_2) \sim Exp(\lambda_1 + \lambda_2)$ 。则甲给 3 号办理业务的概率即 $P(X_1 < X_2) = \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。注意到在 T_1 时 4 号的处境与 0 时刻 3 号的处境一样。因此, 在 T_1 时再过 $T_2 \sim Exp(\lambda_1 + \lambda_2)$ 时, 4 号去办理业务, 甲柜台给 4 号办理业务的概率为 $\lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

4) 解决问题: ① 小明的平均排队时间为 $E(T_1 + T_2) = 2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

② 小明在甲柜台办理业务的概率为 $\lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

③ 小明在办理业务时, 其他 3 人中走了两个, 还有一人在办理业务。设 3 号在剩余办理时间记为 X_3 , 小明的剩余办理时间记为 X_4 。令 $A = \{\text{甲柜台办理小明的业务}\}$, $B = \{\text{小明最后离开}\}$ 。在 A 发生时, $X_3 \sim Exp(\lambda_2)$, $X_4 \sim Exp(\lambda_1)$ 且独立, 所以 $P(B|A) = P(X_3 < X_4|A) = \lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。在 \bar{A} 发生时, $X_3 \sim Exp(\lambda_1)$, $X_4 \sim Exp(\lambda_2)$ 且独立, 所以 $P(B|\bar{A}) = P(X_3 < X_4|\bar{A}) = \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。又 $P(A) = \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。由全概率公式: $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 2\lambda_1\lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

该实际问题, 即包含了随机变量的分布特征, 随机变量的数字特征, 全概率公式等知识点。类似的例子还有很多, 比如保险问题, 生日问题, 游戏通关费用, 质量控制问题等等。在教学过程中, 适当增加案例分析, 通过实际问题的案例分析, 启发学生学以致用, 培养学生独立思考以及解决问题的能力。

4. 改革效果

通过以上的改革创新的教学方式, 可达到以下几个教学效果:

1) 通过现代信息化技术与传统课堂的结合, 构建了师生之间、课堂内外的桥梁。将学生考勤、师生之间资源共享、课堂问答交流等通过慕课堂等工具的使用, 全面提升了课堂的教学体验。

2) 采用动画设计、模拟实验等先进的教学方式, 一方面提升了课堂的趣味性, 另一方面, 引导学生的实际动手能力的培养。尤其通过模拟实验的形式, 锻炼学生的计算机应用技能, 非常受学生欢迎。

3) 采用案例分析法, 使得枯燥的理论知识具体化。不仅调动了学生的学习兴趣, 也增强了学生独立思考、解决实际问题的能力。

5. 总结

本文通过对于传统的概率论与数理统计课程的授课方式的创新改革, 采用先进的教学方式和教学手段, 探索了提升教学质量和教学水平的方法。

基金项目

本论文被浙江省重点建设高校优势特色学科(浙江工商大学统计学)和浙江工商大学统计数据工程技术与应用协同创新中心资助。

参考文献

- [1] 潘保田. 新时代新要求新征程全面提升高等理科教育水平[J]. 高等理科教育, 2019(5): 3-7.
- [2] 许健松. 高校探究式教学模式的创新与拓展[J]. 中国大学教学, 2018(11): 35-37.
- [3] 谢和平. 以课堂教学改革为突破口的一流本科教育川大实践[J]. 中国大学教学, 2018(12): 17-23.
- [4] 王芬. 案例教学法在概率论与数理统计教学中的应用[J]. 高教学刊, 2016(20): 74-75.
- [5] 沈爱婷. 大数据时代背景下概率论与数理统计的教学研究[J]. 赤峰学院学报(自然版), 2018(10): 144-146.

- [6] 郭良栋, 武力兵. 大数据时代下《概率论与数理统计》课程教学改革的研究与实践[J]. 教育教学论坛, 2018(16): 149-150.
- [7] 万安华. 注重培养大学生数学思维能力的教学探索与实践[J]. 大学数学, 2019, 35(1): 25-29.
- [8] 谷艳华. 大数据时代概率论与数理统计课程改革探析[J]. 课程教育研究, 2017(2): 243.