

基于雷诺输运定理的热力学第一定律表达式的探讨

林志敏^{1*}, 张永恒², 王巍巍¹, 甄箫斐², 张旭耀²

¹兰州交通大学机电工程学院, 甘肃 兰州

²兰州交通大学新能源与动力工程学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2021年12月5日; 录用日期: 2022年1月3日; 发布日期: 2022年1月10日

摘要

雷诺输运定理是实现拉格朗日方法的“系统”内物质参数变化率到欧拉方法的“控制体”内参数变化率的桥梁。本文引入雷诺输运定理建立了开口系统热力学第一定律表达式, 不仅使热力学第一定律具有较统一的数学描述, 而且为工程流体力学和传热学的学习奠定了一脉相承、继续延伸应用的基础。通过对高压锅排气和自行车车胎充气过程的分析, 研究了充、排气过程的求解方法, 有助于学生加深对能量守恒与转化定律的理解与应用, 对于热能工程类课程的教学和工程应用具有一定的参考价值。

关键词

系统, 控制容积, 热力学第一定律, 雷诺输运定理

Discussion of the First Law of Thermodynamics Based on the Reynolds Transport Theorem

Zhimin Lin^{1*}, Yongheng Zhang², Weiwei Wang¹, Xiaofei Zhen², Xuyao Zhang²

¹School of Mechanical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu

²School of New Energy and Power Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu

Received: Dec. 5th, 2021; accepted: Jan. 3rd, 2022; published: Jan. 10th, 2022

Abstract

The Reynolds transport theorem provides a bridge between the time rates of change of an exten-

*通讯作者。

sive property for a system of the Lagrangian approach and for a control volume of the Euler approach. In this paper, the expression of the first law of thermodynamics for an opening system was established by using the Reynolds transport theorem, which not only provides a relatively unified mathematical description of the first law of thermodynamics, but also lays a foundation for the continuous engineering applications of fluid mechanics and heat transfer courses. Through the analysis of the pressure cooker exhaust and bicycle tire inflation processes, the solution method of the charging and exhaust processes was studied, which helps the students to deepen the understanding and application of the energy conservation and conversion law, and has some value for the teaching and engineering applications of the thermal energy engineering courses.

Keywords

System, Control Volume, The First Law of Thermodynamics, Reynolds Transport Theorem

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

系统是很多学科分支为确定研究对象而划分出的空间区域,在工程热力学中系统可分为闭口系统(定质量系统)和开口系统(定容积系统)。进一步,按照系统中热力学参数是否与时间有关,开口系统又可分为稳定流动开口系统和非稳定流动开口系统。很多设备如涡轮机械、喷管、换热器等正常工作时都可看作稳定流动的开口系统,而充排气问题则属于非稳定的开口系统问题,在储能技术中充排气问题成为人们关注的热点问题[1] [2] [3]。本质上来说热力学系统的热力学参数具有空间分布的特征,对于非稳态过程其热力学参数还随时间而变,对流体流动和传热来说,热力学参数随时空的变化通过微分形式的连续性方程、动量方程(通常以速度为变量)、能量方程(通常以温度为变量)来表示,虽然这些控制方程建立的依据是质量守恒、动量守恒和能量守恒原理,但其着眼点与工程热力学的研究方法有着很大的不同,在工程热力学中假定系统总体或部分在任意时刻处于均质状态,对实际的热力系统及其进行的热力学过程进行了高度的抽象和简化,其更着重于系统宏观状态的变化,同时与设备或装置实际的结构参数关联性较弱。正是工程热力学对系统高度的抽象和理想化,使得学生在具体运用热力学定律时产生一定的困难。以活塞式内燃机来说,内燃机实际的工作循环是工质性质随时间变化的开式循环,而在工程热力学课程学习阶段,将其看作工质性质不变的闭口系统,而在后续内燃机原理课程、内燃机工作过程课程学习中逐步将其工作过程逼近实际的工作过程。理论总是“源于生活而又高于生活”,工程热力学“高屋建瓴”地对实际的系统进行“顶层设计”,“透过现象、看本质”,从整体和宏观上分析问题。对于开口系统,在具体应用热力学第一定律时有多种表达形式。文献[4]应用热力学第一定律对6种充气过程进行了分析,文献[5]将热力学第一定律应用于开口系统的一般形式认为是雷诺输运定理的具体应用,在其他工程热力学教材[6] [7]中以控制容积定义开口系统,能量方程也具有雷诺输运公式的形式。在建立开口系统热力学第一定律表达式时引入雷诺输运定理,不仅可以使热力学第一定律具有统一的形式,而且当进一步将其延伸到工程流体力学和传热学的学习中时,便于加深对能量守恒与转化定律的理解与应用。

2. 雷诺输运定理与开口系统能量方程

在确定流体力学的研究对象时,有基于质点或定质量体系的拉格朗日法和基于空间点或控制容积的

欧拉法,前者可以与牛顿第二定律直接对接,而后者需要对研究对象——控制容积在微元时间段内做一定的变换,可以认为雷诺输运定理是从拉格朗日法过渡到欧拉法的纽带,从雷诺输运定理不仅可以得出积分形式的守恒方程,将其运用到微元体时也可得到微分形式的守恒方程,因此,雷诺输运定理是推导积分形式和微分形式守恒方程的有力工具。

令 b 表示流体单位质量的某种物理量, cv 既表示表示控制容积也表示其体积, cs 表示控制容积的边界, sys 表示流体系统或体系,则某一瞬时体系内某一物理量 B 随时间的变化率可表示为:

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{cv} b\rho dV + \iint_{cs} b\rho v_n dA = \frac{dB_{cv}}{dt} + \iint_{cs} b\rho v_n dA \quad (1)$$

式(1)即为雷诺输运定理或雷诺输运公式,它表示体系某种物理量对事件的变化率等于控制体内这种物理量的变化率与经过控制面的这种物理量的净通量之和[8][9]。根据能量守恒原理,体系的能量守恒方程为:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \frac{dE_{sys}}{dt} \quad (2)$$

其中 E 包括通过系统边界单位时间传递的热量、容积变化功和轴功。令单位质量流体的能量包含内能、动能和重力势能,即 $e = u + \frac{v^2}{2} + gz$, 由雷诺输运定理可得:

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{cv} e\rho dV + \iint_{cs} e\rho v_n dA \quad (3)$$

将式(3)带入式(2),得:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \frac{d}{dt} \iiint_{cv} e\rho dV + \iint_{cs} e\rho v_n dA \quad (4)$$

对于具有有限个进出口边界的情况,式(4)又可表示为:

$$\dot{Q}_{net,in} - \dot{W}_{shaft,netout} = \frac{d}{dt} \iiint_{cv} e\rho dV + \sum_{out} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + u + \frac{v^2}{2} + gz \right) - \sum_{in} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + u + \frac{v^2}{2} + gz \right) \quad (5)$$

考虑系统从状态 1 到状态 2 经历的过程,对式(6)积分,可得:

$$Q_{net,in} - W_{shaft,netout} = \sum_{out} m\theta - \sum_{in} m\theta + (m_2 e_2 - m_1 e_1)_{sys} \quad (6)$$

式中, $\theta = h + \frac{v^2}{2} + gz$, 为通过进、出口边界流入或流出控制体的比质量总能。式(5)与式(6)即为开口系统能量方程较常用的两种形式。

3. 热力学第一定律应用举例

虽说热力学第一定律的数学表达式并不复杂,但由于热力学第一定律的广泛适用性及其丰富内涵,在分析具体应用问题时并非那么“显然”。实际问题不论从形式上还是内容上都要比理论模型复杂,如何针对复杂问题抽象出热力学模型,做到“透过现象看本质”,对初学者存在一定的困难。在教学中我们结合生活中常见的现象和实例,如高压锅排气、车胎充气等,阐述针对实际的问题如何建立能量方程,如何求解,如何对结果进行评价。通过运用贴近生活的实例,可激发学生学习的兴趣,使学生从对实际问题的分析到数学建模的过程有进一步的认识和理解。

3.1. 高压锅排气问题

高压锅是家庭常用的厨具，在使用时人们通常并不关注从开始加热到安全阀动作开始排汽再到停止加热这样的过程中排出了多少蒸汽、锅内还剩余多少水、加热过程消耗了多少度电、排出蒸汽的流速、排气做的流动功等，但在设计过程中上述的部分量则是需要考虑的参数。高压锅正常工作时，认为高压锅加热功率恒定，锅内食材及加入的水可假设按水来考虑，当锅内压力达到安全阀开启压力时开始排气，此时高压锅内汽、水保持给定压力下的饱和状态，汽、水总容积不变，但干度在不断增加。考虑这样的情形 1：已知高压锅容积 V ，食材初始质量 m_1 、安全阀开启压力 p 、加热功率 N 、排气时长 Δt 、大气压力 p_0 。计算停止加热时，锅内剩余的水量 m_2 。这一问题为有加热，单排气口的非稳定流动问题。取以高压锅内表面为边界的控制容积为热力系统，从开始排汽到结束排汽，从安全阀排出的蒸汽质量为 $m_{out} = m_1 - m_2$ ，不计排气的动能和势能，由公式(2)可得排汽过程的能量质量平衡方程为：

$$Q_{in} - m_{out}h_{out} = (m_2u_2 - m_1u_1)_{sys}, \text{ 或 } Q_{in} = (m_1 - m_2)h_{out} + (m_2u_2 - m_1u_1)_{sys} \quad (7)$$

开始排汽和结束排汽时饱和湿蒸汽的比内能分别为：

$$u_1 = (1 - x_1)u_l + x_1u_g, \quad u_2 = (1 - x_2)u_l + x_2u_g \quad (8)$$

开始排汽和结束排汽时饱和湿蒸汽的比容分别为：

$$v_1 = (1 - x_1)v_l + x_1v_g, \quad v_2 = (1 - x_2)v_l + x_2v_g \quad (9)$$

另外， $v_1 = V/m_1$ ， $v_2 = V/m_2$ ， $Q = N \times \Delta t$ 。计算中所需的饱和水和饱和蒸汽的热力性质可通过水蒸气热力性质表查得。将式(8)、式(9)及其他相关计算式带入式(7)可得出计算干度 x_2 的表达式，带入已知数据便可计算出 x_2 ，进而计算出 m_2 。

3.2. 自行车车胎充气问题

用手动打气筒给自行车胎或足球、篮球充气是生活中常遇到的事情，这里以打气筒向自行车胎充气为例，如图 1 所示，计算充气达到指定压力时操作打气筒所做的功。用打气筒向车胎充气时需要通过手柄多次反复移动活塞才能逐步增加车胎内的压力，每一次往复移动活塞的动作包括吸气、压缩和充气。为简化计算，设车胎为刚性容器，其容积为 V_A ，每次吸气时活塞行程相同，其对应的容积为 V_0 ，进气空气温度为 T_0 ，压力为 p_0 ，每次吸入打气筒的空气质量为 Δm ， $\Delta m = p_0V_0/(RT_0)$ 。压缩和充气是两个不同的过程，压缩是指移动活塞，压缩空气，使打气筒内空气压力达到车胎内压力，也就是打气筒内空气压力与车胎内空气压力达到平衡前对新吸入空气的增压过程；充气是指，打气筒内空气与车胎内空气混合，然后再压缩的过程。充气过程开始时，打气筒内空气压力达到车胎内空气压力，车胎进气门开启，打气筒内压缩后的空气与车胎内的空气混合，混合后空气的容积为 $V_h = V_A + V_1$ ，其中容积 V_1 为新进入打气筒的空气压缩后的容积，然后打气筒将空气从 V_h 压缩到 V_A 。设充气终了时车胎内压力为 p_e ，车胎内空气从初始状态(p_i 、 T_i 、 m_i)充气达到终了状态(p_e 、 T_e 、 m_e)由打气筒经多次吸气、压缩、充气完成。在车胎整个充气过程中，打气筒做的功包括对新进入空气的压缩过程及对混合后空气的压缩过程，即：

$$W = W_0 + \sum_i^n W_i \quad (10)$$

其中， W_0 为整个压缩过程中打气筒对新进入空气做的技术功， W_i 为每次充气过程中打气筒对混合空气做的压缩功。若认为空气的压缩过程为等温可逆压缩过程，则：

$$W_0 = \Delta m RT_i \ln \frac{p_e}{p_i}, \quad W_i = m_{hi} RT_{hi} \ln \frac{V_{hi}}{V_0} \quad (11)$$

作为具体的应用实例, 设车胎容积 $V_A = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, 打气筒每次吸气容积 $V_0 = 0.015 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, 大气压力 $p_0 = 0.1 \times 10^6 \text{ Pa}$, 大气温度 $T_0 = 293 \text{ K}$, 车胎充气初始压力和温度与大气条件相同, 车胎充气终了压力 $p_e = 0.25 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。分别取空气压缩过程为可逆等温过程和等熵过程, 依据上述分析, 计算结果见表 1。

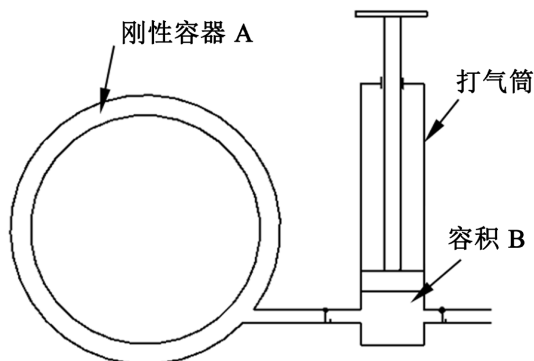


Figure 1. Schematic of blowing up a rigid container by using the inflator
图 1. 打气筒向刚性容器充气示意图

Table 1. The results of tire inflation under isothermal and isentropic compression processes
表 1. 等温和等熵压缩时车胎充气计算结果

过程	充气终了耗功/J	总充气质量/kg	打气次数	充气终了时温度/°C
等温	352.26	0.0027	153	20
等熵	221.33	0.0017	94	107.81

由表 1 可知, 按等温压缩计算得到的打气耗功多于按等熵压缩得到的耗功, 这是因为按等温打气时充入车胎的空气质量多于按等熵计算时充入车胎的空气量, 若按单位充气量的比功进行比较, 则等温压缩充气耗功少于等熵压缩充气功耗。

4. 结语

无论是热力学第一定律还是热力学第二定律, 它们的表述严谨、数学表达式简洁, 自然界中热现象存在的普遍性, 使得工程热力学在各领域的应用非常广泛, 其理论“大道至简”, 即统领全局又细致入微, 给人们留下“无限遐想的空间”。与工程流体力学和传热学比较, 在研究具体问题时, 工程热力学更追求对研究对象的“神似”。在阐述热力学第一定律方面, 特别是针对开口系统时, 引入雷诺输运定理, 使得热力学第一定律具有较统一的数学描述, 对工程流体力学和传热学的学习奠定一脉相承、继续延伸应用的基础。通过示例高压锅排气和自行车车胎充气过程的热力学分析, 有助于学生加深对能量守恒与转化定律的理解与应用。

致 谢

感谢兰州交通大学教改项目(JGY202028)的资助。

参考文献

- [1] 万发, 蒋中明, 唐栋. CAES 储气库设计参数对其热力学特性影响[J]. 储能科学与技术, 2021, 10(1): 370-378.
- [2] 王国华, 张学林, 李智, 等. 压缩空气储能盐穴储气库注采全过程热力学特性分析[J]. 可再生能源, 2019, 37(4): 618-624.

- [3] 刘澧源, 蒋中明, 王江营, 等. 压气储能电站地下储气库之压缩空气热力学过程分析[J]. 储能科学与技术, 2018, 7(2): 232-239.
- [4] 吉恒松, 王谦, 韩新月, 等. 热力学第一定律在充气过程求解中的应用[J]. 广州化工, 2013, 41(22): 165-167.
- [5] Cengel, Y.A. and Boles, M.A. (2019) *Thermodynamics: An Engineering Approach*. 9th Edition, McGraw-Hill, New York.
- [6] Michael, J.M. and Howard, N.S. (2006) *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. 5th Edition, John Wiley & Sons Ltd., San Francisco.
- [7] Borgnakke, C. and Sonntag, R.E. (2016) *Fundamentals of Thermodynamics*. 8th Edition, John Wiley & Sons, Hoboken.
- [8] 孔珑. 工程流体力学[M]. 第四版. 北京: 中国电力出版社, 2014.
- [9] 王宏伟. 我所理解的流体力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.