Advances in Education 教育进展, 2022, 12(5), 1812-1824
Published Online May 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2022.125278

数形结合在高中数学中的应用

王考灵，陈敏风*

广东外语外贸大学，数学与统计学院，广东 广州

收稿日期：2022年4月26日；录用日期：2022年5月24日；发布日期：2022年5月31日

摘 要

数形结合思想在数学学科的教学中普遍存在，尤其在高中数学中，是不可或缺的数学思想。本文以高中数形结合为研究对象，分析数形结合的渊源、内涵与优势，以及数形结合的具体运用，建立数与形两种元素之间的关联，利于理解并解决数学问题。

关键词

数形结合，数学思想，高中数学，实际应用

Application of the Number Shape Union in High School Mathematics

Kaoling Wang, Minfeng Chen*

School of Mathematics and Statistics, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou Guangdong

Received: Apr. 26th, 2022; accepted: May 24th, 2022; published: May 31st, 2022

Abstract

The number shape union, which is an indispensable thought in mathematics, has been used in the teaching of mathematics for a long time, especially in high school mathematics. This study was conducted in the combination of number and form in senior high school. The origin, definition, advantages and the specific application of the combination of number and form are analyzed in this paper. The relationship between number and form is established, which is conducive to understanding and solving mathematical problems.

*通讯作者。

文章引用: 王考灵, 陈敏风. 数形结合在高中数学中的应用[J]. 教育进展, 2022, 12(5): 1812-1824.
DOI: 10.12677/ae.2022.125278

Keywords

The Number Shape Union, Mathematical Thought, High School Mathematics, Practical Applications

1. 引言

数学是一门探讨数量关系与空间形式的科学，一直以来，对于数学学科来说，数与形是接触并理解数学的基础，也是组成数学学科一系列内在逻辑和理论体系的根本，同时数与形能够在某种条件下相互转化。如今，数学这门学科不断发展与进步，包括了多个分支，更是在多种领域上有所应用，而“数形结合”这一词是由我国卓越数学家华罗庚先生提出的，起源于其著作《谈谈与蜂房结构有关数学问题》——“数与形，本是相倚依，焉能分作两边飞。数无形时少直觉，形少数时难入微。数形结合百般好，隔离分家万事非；切莫忘，几何代数统一体，永远联系，切莫分离！”[1]，中小学的数学研究的方向基本都是数与形，说明数与形在数学学科中起着重要作用，也说明数与形之间是有一定的联系，这种联系便是数形结合，又称作形数结合。

数形结合思想常被用作解决数学问题，是贯穿于数学发展中的一条主线，对于数学的学习有着事半功倍的效果，有助于抽象思维与形象思维之间的结合，提升应用数学解决实际问题的能力，从而建构出一套完整的数学认知结构体系，让数学问题都能简单化、直观化且具体化。

李梦圆，赵泽峰[2]的研究中提出数形结合这一思想最早起源于公元前 500 年的古希腊，其中誉为“几何之父”的著名数学家欧几里得根据前人的知识与经验，整理材料，编写出数学著作《几何原本》，包含了圆锥曲线、立体几何等内容，更是显露出了数形结合思想的雏形，对数学思想方法的发展与进步有着重大而又深刻的影响。同时，张宝贵[3]的研究中阐释了数与形之间的关系，提出了在古代的计数中，是以具体直观的“形”来呈现抽象的“数”。而在胡玉静[4]的研究中，提及了数形结合思想的产生与其发展史，“数”这一概念起源于原始社会，原始人类从群居生活再到部落，“数”的概念逐渐形成，虽然原始人类并未能完全区分“形”与“数”，但在他们的日常生活中，“形”与“数”早已在无意识中相结合，而随着经济与文明的不断发展，自然科学与数学也随之逐步发展，法国的伟大数学家笛卡尔首次建立了解析几何学，而后法国的“业余数学家”费马提出了解析几何的基本原理，平面解析几何便由此产生，这体现了代数与几何之间息息相关。

在《普通高中数学课程标准》[5]中，高中数学最主要的四大板块：函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动，不同于初中数学，高中数学所涉及的知识范围和深度都有所增加，其概念的学习更为抽象、复杂化，而想要理解掌握这四大内容便要求我们具有一定的数学思想与数学方法。在姜秋亚[6]的研究中，提到了在 1978 年起，数学的教学大纲对数学思想方法做出了初步的介绍，到 2001 年，明确地提及了数学思想方法与数学基本知识与技能之间的联系。数形结合思想是极其重要的思想，是学好数学的基本，运用这思想可以发展学生的数学思维能力和数学学科核心素养，能使数学问题更为具体化、简单化，从而有助于学生解决数学实际问题，这在张娟[7]、张顺[8]的研究中有所提及。而在韩雪丽[9]、陈益周[10]、徐秀英[11]研究中介绍了数形结合思想的作用与意义，包括便于形成数学概念与数

学框架、利于理解并掌握数学理论知识、助于发展数学逻辑思维能力等。而吴桂香[12]在其研究中则从高中数学教学、新课程标准、渗透数形结合思想这三个方面阐述了数形结合的重要性。

数学是一门需要具备一定抽象思维与逻辑思维的学科，其体现在从小到大的数学教学中，如若囫囵吞枣般吸取理论知识，而不去理解数学知识之间的逻辑关系，那么就不能真正地领会数学本质。特别是在高中阶段的数学学习中，拥有一套系统的逻辑体系与认知结构才利于学生跟上学习数学的进度，对此数形结合思想这一思想方法的作用便能体现出来，掌握好数形结合思想利于学生更好地理解数学，而不是机械性地学习数量关系，这一思想方法不仅可以促进学生的数学逻辑思维能力的提升，而且能够提高课堂的教学效率和学生吸收知识的程度，因此，需要充分地利用数形结合思想进行教学，而在张顺[8]、黄碧波[13]、姜秋亚[6]、朱袁圆[14]、韩雪丽[9]、尚文斌、聂亚琼[15]等研究中便讨论了如何在数学解题中恰当且充分地运用数形结合思想，以及一些具体问题的举例与解析，有助于通过数与形之间的关系构建出一套系统的数学认知体系，从而掌握数学的本质内容，锻炼出分析问题、解决问题的思维方式。

随着时代的发展，数学的教育也不断进步，大家都愈发意识到数学思想方法的重要性，但数形结合思想并未得到充分的普及，在学习数学的过程中，学生意识不到数形结合是一种数学思想，仅仅局限于是一种解决问题的工具，因此本文研究数形结合思想在高中数学中的作用与运用，强调这一思想贯通了高中数学内容的四大主线，加深学生对课本内容的理解和运用，建构系统的数学认知结构体系，通过培养学生的数学意识和运用数形结合解题的思想，加强人们对数形结合思想的高度重视，贯彻落实高中数学的新课标要求。

数形结合思想是一种非常深刻的数学思维，也可称之为一种更智能的数学方法，它促进了抽象思维与形象思维的有效融合，使得复杂的问题简洁化，抽象的问题直观化。在学习高中数学时，除了学习基本的数学理论知识，更为重要的是懂得如何将知识应用于解决实际问题，把数与形融为一体是学好数学的基础，而数形结合思想是贯穿高中数学课堂的主要思想方法，因此，有必要普及数形结合的思想，培养数形结合能力，从而发展学生提出问题、发现问题、分析问题以及解决问题的思维活动方式，让学生体会到学习数学的乐趣，进而促使学生主动地学好数学。

本文将基于数形结合思想，从高中数学出发，探索数形结合这一数学思想的内涵以及在高中数学的应用，让人们更加了解数形结合思想的意义与作用，强化数学思想观念。

2. 数形结合的内涵

数学思想是现实中的空间结构形态与数量关系映射到人类意识和思维上的结果。而数形结合思想是数学思想中最重要的思想之一，它的本质是通过抽象难懂的数学语言与直观生动的图形的相互结合，促使代数问题与几何问题的相互转化。因此，数形结合思想的应用可分为两类：一是“以数解形”，用数值精度来描述形的某些形状特征，即以数作为手段，形作为目的，比如用边长、面积、体积等表示图形物体，再比如用曲线的方程来描述曲线的几何形状与性质；二则是“以形助数”，根据直观的图形来阐述数之间的关联，即以形作为手段，数作为目的，例如通过观察直观的函数图像，阐明函数的相关性质。

数形结合思想，就是研究与发现数与形两者的关联，由于它们能够在一定程度上的相互转换，因此利用这一特性，数形结合是常用来分析并解决数学问题的思想方法，最终把数学问题变得更为直观与具体，使得学生的抽象思维能力得到提升，从而帮助学生理解数与形的关联，将数与形的转换应用到实际问题中，把握数学的实质，进而培养学生的数学核心素养以及解决实际问题的能力。

3. 数形结合的具体运用

通过对集合、不等式、函数、立体几何、圆锥曲线等例题的展示，彰显数形结合思想在高中数学学

习的重要性。

3.1. 数形结合在集合中的运用

集合作为高中数学必修课程的第一章节，也作为一种学生必须掌握的抽象数学语言，说明了集合这一概念的重要性。而我们常用图像法(即 Venn 图法)和数轴来处理较复杂的集合问题，这便蕴含了数形结合的思想。

例 1：某学校举办了绘画、唱歌两个兴趣小组，某班级有 30 名学生参加了绘画小组，42 名学生参加了唱歌小组，其中两个小组都参加的人数为 11 人，那么这个班共有多少名学生参加了兴趣小组？

解设集合 $A = \{$参加绘画小组的人数$\}$，集合 $B = \{$参加唱歌小组的人数$\}$，那么可以画出 Venn 图 1。

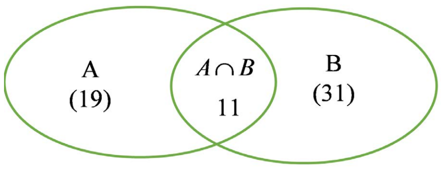

Figure 1. Venn Diagram
图 1. Venn 图

由图 1 便可容易看出仅参加绘画小组的有 19 人，仅参加唱歌小组的有 31 人，都参加了的有 11 人，因此共有 19 + 11 + 31 = 61 名学生参加了兴趣小组。

例 2：设集合 $M = \{x \mid 0 \le x \le 6\}, N = \{x \mid a \le x \le 3a\}$，当(1) $M \subseteq N$；(2) $M \supseteq N$ 时，分别求出 a 的取值范围。

解(1) $M \subseteq N$，画出数轴，

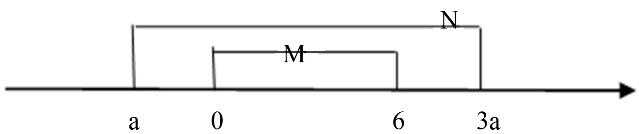

Figure 2. Number line representation of $M \subseteq N$
图 2. $M \subseteq N$ 的数轴表示

则根据图 2，$\begin{cases} a \le 0 \\ 3a \ge 6 \\ a \le 3a \end{cases}$，得出无解，$a$ 无取值范围。

(2) $M \supseteq N$，画出数轴，

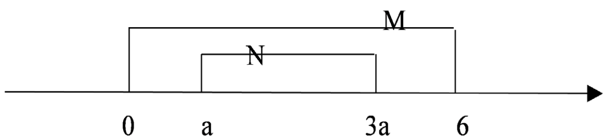

Figure 3. Number line representation of $M \supseteq N$
图 3. $M \supseteq N$ 的数轴表示

则根据图 3，$\begin{cases} a \ge 0 \\ 3a \le 6 \\ a \le 3a \end{cases}$，解得 $0 \le a \le 2$。

注：通过 Venn 图 1 亦或是数轴表示，便详细直观地看出集合的元素个数、范围、包含关系等。

3.2. 数形结合在不等式中的运用

例 3：解不等式 $\sqrt{2x+7} < x+2$。

解 原不等式化为 $x^2+2x-3>0$，设 $y=x^2+2x-3$，则其对应的一元二次方程判别式为 $\Delta = 4+12 = 16 > 0$，且 1 > 0，因此函数 y 的图像开口向上，与 x 轴共有两个交点，如图，

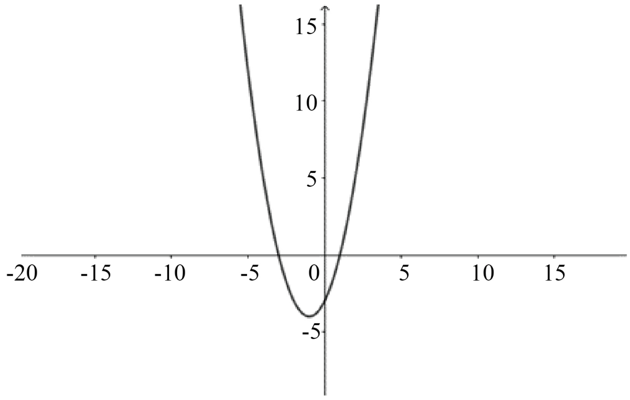

Figure 4. Image of function y
图 4. 函数 y 的图像

(由图 4 可知，解原不等式即求函数 y 大于 0 时 x 的取值范围，则需求 $y=0$ 时的 x 的取值。)

解出当 $y=0$ 时，$x_1=-3$，$x_2=1$，所以原不等式的解集为 $\{x \mid x<-3 或 x>1\}$。

例 4 ([5], P28)：证明不等式 $\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{z^2+h^2} \ge \sqrt{(x-z)^2+(y-h)^2}$，其中 x 与 z、y 与 h 不同时相等。

证设点 $O(0,0)$，$A(x,y)$，$B(z,h)$，那么 $|OA|=\sqrt{x^2+y^2}$ 即点 A 到点 O 的距离，$|OB|=\sqrt{z^2+h^2}$ 为点 B 到点 O 的距离，$|AB|=\sqrt{(x-z)^2+(y-h)^2}$ 为点 A 到点 B 的距离，因此结合图像：

当 O、A、B 三点不共线，即图 5 所示，根据三角形的两边之和大于第三边易知 $|OA|+|OB|>|AB|$；

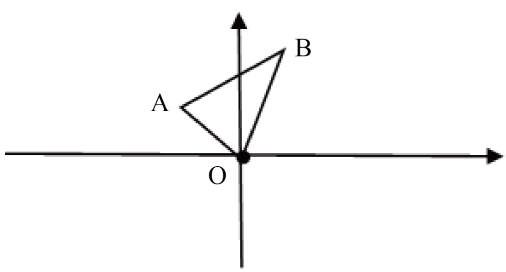

Figure 5. When O, A, B are not collinear
图 5. O，A，B 不共线的情况

当 O、A、B 三点共线且 A 与 B 在 O 的两侧，或其中一点与 O 重合时，即图 6 所示，易知 $|OA|+|OB|=|AB|$；

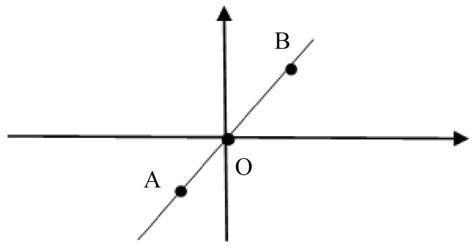

Figure 6. *O*, *A*, *B* are collinear and *A* and *B* are on both sides of *O*
图 6. *O*，*A*，*B* 共线且 *A* 与 *B* 在 *O* 的两侧的情况

当 O、A、B 三点共线且 A 与 B 都在 O 的一侧，即图 7 所示，易知 $|OA|+|OB|>|AB|$；

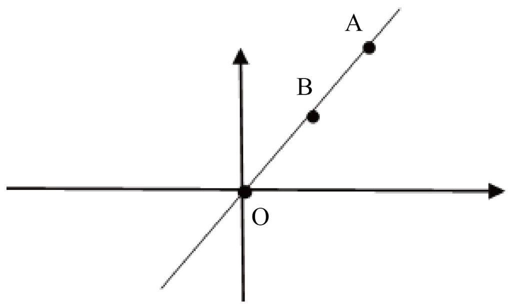

Figure 7. The case where *O*, *A*, *B* are collinear and both *A* and *B* are on one side of *O*
图 7. *O*，*A*，*B* 共线且 *A* 与 *B* 都在 *O* 的一侧的情况

因此综上所述，不等式 $\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{z^2+h^2}\ge\sqrt{(x-z)^2+(y-h)^2}$ 得证。

3.3. 数形结合在函数中的运用

例 5：任意实数 a、b，定义运算“Δ”：$a\Delta b=\begin{cases}a, a-b\le 1\\ b, a-b>1\end{cases}$，令函数 $f(x)=(x^2-1)\Delta x$，如果函数 $y=f(x)-h$ 的图像与 x 轴有两个交点，求实数 h 的取值范围。

解 由题可知，$f(x)=(x^2-1)\Delta x=\begin{cases}x^2-1, x^2-x-2\le 0\\ x, x^2-x-2>0\end{cases}$

根据图 8 知 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, -1\le x\le 2\\ x, x<-1 \text{或} x>2\end{cases}$，对此画出 $f(x)$ 的图像。

当函数 y 与 x 轴相交时，$y=f(x)-h=0$，即 $f(x)=h$，而由于函数 y 的图像与 x 轴有两个交点，即函数 $f(x)$ 的图像与直线 $y=h$ 有两个交点，则根据图 9 可知 h 的取值范围为 $-1<h\le 0$ 或 $2<h\le 3$。

注：本题是一道典型的需要利用数形结合思想处理的数学问题，需要学生懂得通过图像分析函数、方程与不等式之间的关系，更要注意绘画函数图像时函数的定义域、值域以及特殊点的取值。

例 6：求函数 $f(x)=\dfrac{\cos x-1}{\sin x+2}$ 的值域。

解 观察函数形式后可以发现，$f(x)$ 即定点 $P(-2,1)$ 和动点 $M(\sin x,\cos x)$ 的所连直线的斜率，而动

点 M 则是在单位圆 $x^2+y^2=1$ 上，设直线的方程为 $y=k(x+2)+1$，即 $kx-y+2k+1=0$，画出图像。

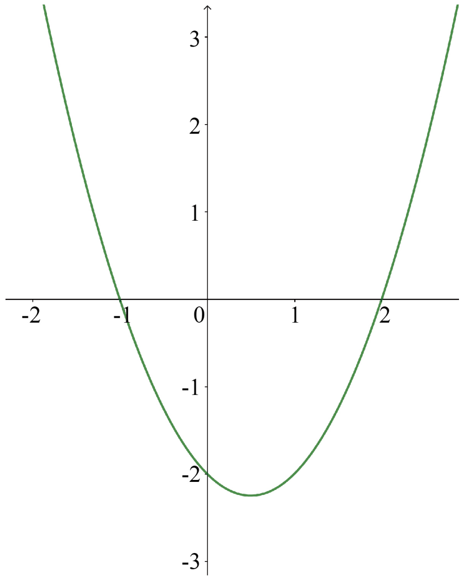

Figure 8. The image of x^2-x-2

图 8. x^2-x-2 的图像

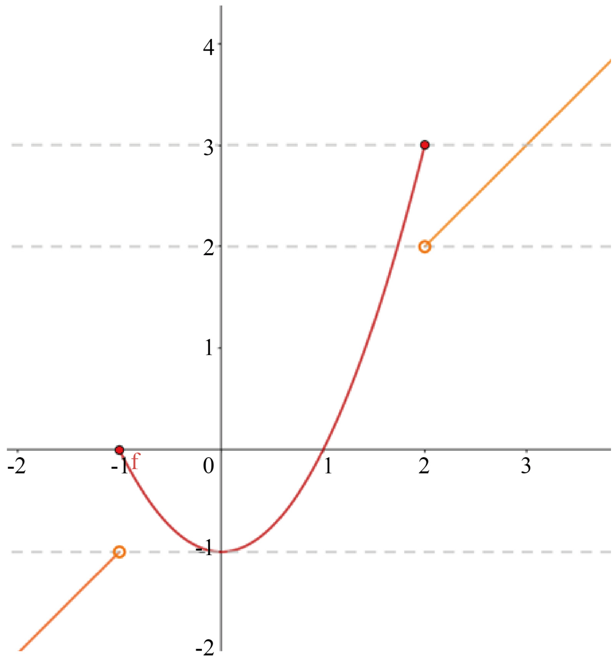

Figure 9. Image of $f(x)$

图 9. $f(x)$ 的图像

由图 10 可知，当直线与单位圆相切时，斜率 k 取得最值，求出 k 值便求出函数 $f(x)$ 的值域。根据点到直线的距离公式可求原点 $(0,0)$ 到直线的距离为，$\frac{|2k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得 $k=0$ 或 $-\frac{4}{3}$，所以函数

$f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{4}{3},0\right]$。

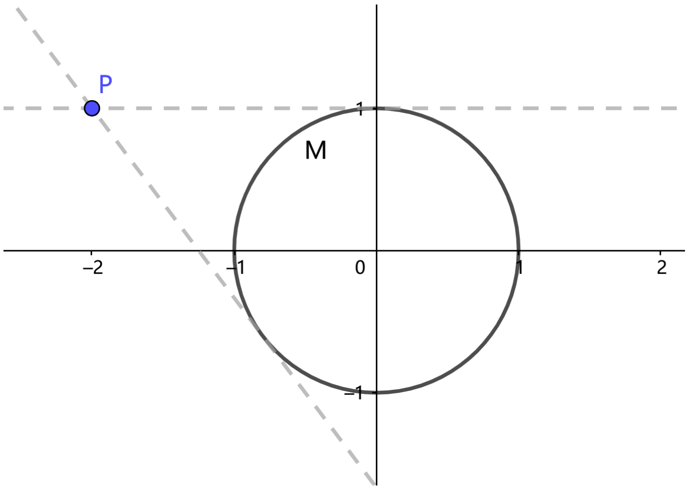

Figure 10. Image where the line y is tangent to the unit circle
图 10. 直线 y 与单位圆相切的图像

3.4. 数形结合在立体几何中的运用

因在立体几何中几何图形与数值都能直观的了解到，数形结合的体现尤为显著，基本都是建立空间直角坐标系研究立体几何的性质特点，从而便可把几何问题转换为数学运算。

例 7：(2021~2022 学年广东省佛山市一模)如图 11 所示，四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AD\perp$ 平面 PAB，$PA\perp PB$，E 是 AD 的中点。(1) 在线段 BP 上找一点 M，使得直线 $EM//$平面 PCD，并说明理由；(2) 若 $PA=AD$，$AB=\sqrt{2}AD$，求平面 PCE 与平面 PAB 所成二面角的正弦值。

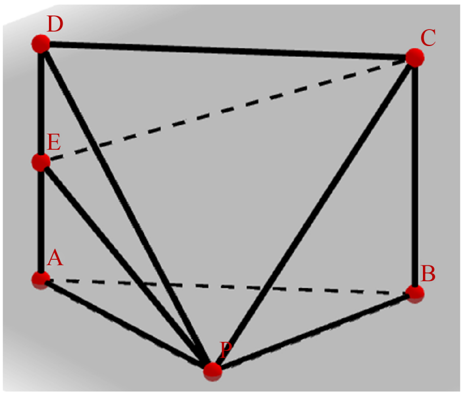

Figure 11. Image of the Quadrangular Pyramid $P\text{-}ABCD$
图 11. 四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的图像

解 (1) 取 M 为 PB 中点，说明 ME 平行于平面 PCD 内直线 ND 即可(如图 12 所示，详细过程略)。

(2) 由于 $PA\perp PB$，建立坐标系如图 12。

因 $AD\perp$ 平面 PAB，所以平面 $ABCD\perp$ 平面 PAB，

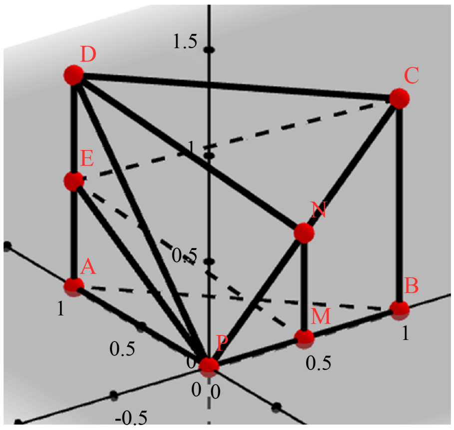

Figure 12. Establishing the image of the space Cartesian coordinate system
图 12. 建立空间直角坐标系的图像

而 $PA = AD$， $AB = \sqrt{2}AD = \sqrt{2}AP$，则 $PB = \sqrt{AB^2 - AP^2} = AP$。

设 $PA = 1$，则 $P(0,0,0)$，$A(0,1,0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,0,1)$，$E\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$，$\boldsymbol{PE} = \left(0,1,\frac{1}{2}\right)$，$\boldsymbol{PC} = (1,0,1)$，令 $\boldsymbol{m} = (2,1,-2)$。

因 $\boldsymbol{PE} \cdot \boldsymbol{m} = 0$，$\boldsymbol{PC} \cdot \boldsymbol{m} = 0$，所以 $\boldsymbol{m}$ 是平面 PCE 的法向量，$\boldsymbol{n} = (0,0,1)$ 是平面 PAB 的法向量，设平面 PCE 与平面 PAB 所成的二面角为 θ，其中 $\theta \in (0,\pi)$，则 $|\cos\theta| = \frac{|\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}| \cdot |\boldsymbol{n}|} = \frac{2}{3}$，$\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$，即所成二面角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$。

3.5. 数形结合在圆锥曲线中的运用

例 8： F_1, F_2 分别是双曲线 C 的两个焦点，点 P 在双曲线 C 上，其中 $|PF_1| = 3|PF_2|$，$\angle F_1PF_2 = 30^\circ$，求曲线 C 的离心率。

解 根据题意画出大致图像

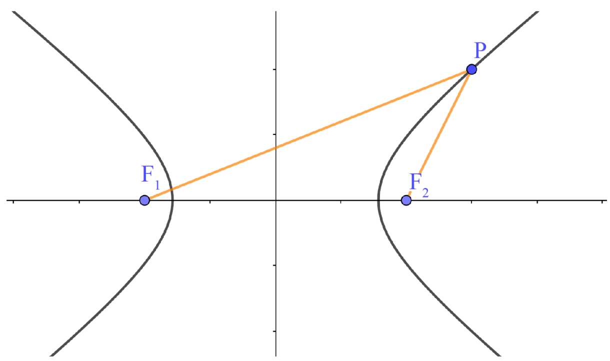

Figure 13. Image of Hyperbola C
图 13. 双曲线 C 的图像

(观察图 13 便可清晰看出线与线、线与角之间的关系)

设$|PF_1|=3n,|PF_2|=n$，则$|PF_1|-|PF_2|=2n$；

根据双曲线性质知，$|PF_1|-|PF_2|=2a$，$|F_1F_2|=2c$；

所以$a=n$，$|PF_1|=3a,|PF_2|=a$；

因为$\angle F_1PF_2=30^\circ$，根据余弦定理有$4c^2=n^2+9n^2-2\cdot n\cdot 3n\cdot\cos 30^\circ$，解得$\frac{c^2}{a^2}=\frac{10-3\sqrt{3}}{4}$，则 C 的离心率为$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10-3\sqrt{3}}}{2}$。

例 9：(2021 全国统一高考数学理科甲卷)抛物线 C 的顶点为坐标原点 O，焦点在 x 轴上，直线$l:x=1$交 C 于 P，Q 两点，且 $OP\perp OQ$.已知点$M(2,0)$，且圆 M 与 l 相切。(1) 求 C，圆 M 的方程；(2) 设 A_1，A_2，A_3 是 C 上的三个点，直线 A_1A_2，A_1A_3 均与圆 M 相切.判断直线 A_2A_3 与圆 M 的位置关系，并说明理由。

解 (1) 由题意画出大致图像；

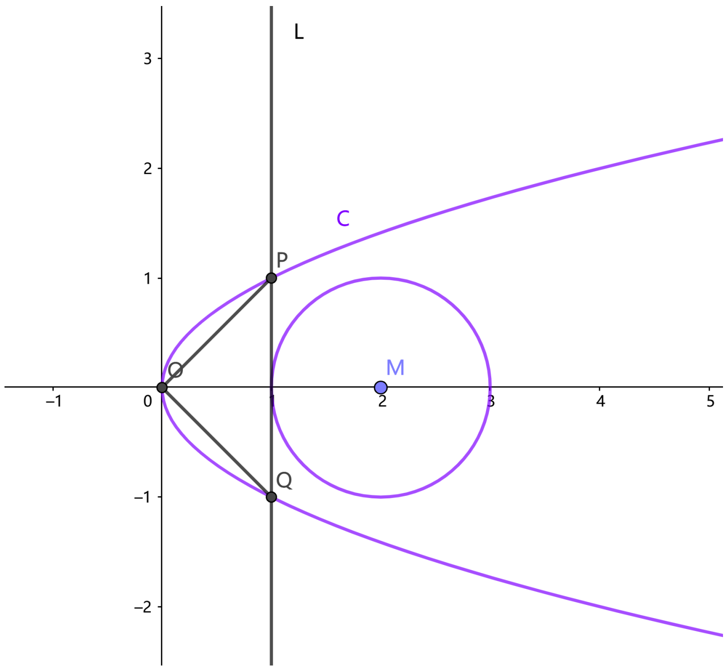

Figure 14. Image of parabola C and circle M

图 14. **抛物线 C 与圆 M 的图像**

设抛物线$C:y^2=2px\,(p>0)$；

观察图 14，因为抛物线具有对称性，且 $OP\perp OQ$，所以 ΔOPQ 是等腰直角三角形，则根据题意知点 P、Q 的坐标为$(1,\pm 1)$，代入$y^2=2px$中可得$p=\frac{1}{2}$；

则抛物线$C:y^2=x$；

因为圆 M 与直线$l:x=1$相切，圆心$M(2,0)$，所以圆 M 的半径为圆心 M 到直线l的距离，即为 1，所以圆 M 的方程为$(x-2)^2+y^2=1$。

(2) 因 A_1，A_2，A_3 都在 C 上，且$C:y^2=x$，因此设$A_1(y_1^2,y_1)$，$A_2(y_2^2,y_2)$，$A_3(y_3^2,y_3)$，因抛物线与圆都具有对称性，设$y_1>0$。

① 当直线 A_1A_2 或 A_1A_3 的斜率不存在时，大致图像为

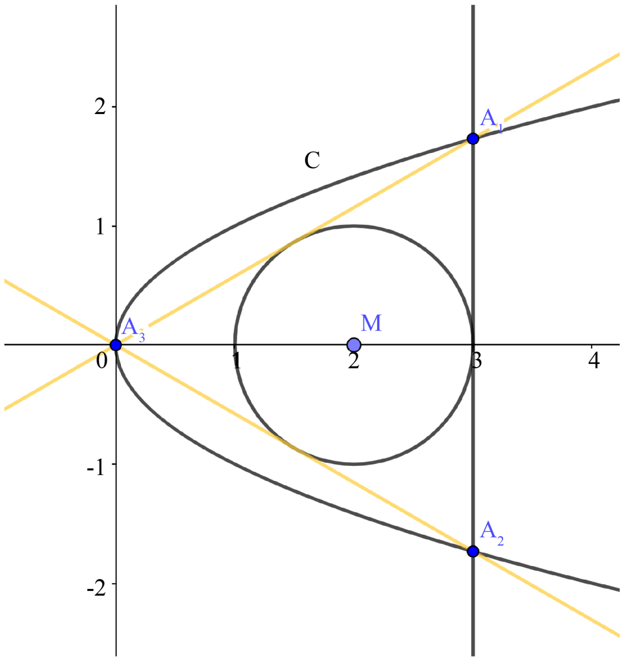

Figure 15. The case where the slope of the straight line A_1A_2 does not exist
图 15. 直线 A_1A_2 的斜率不存在的情况

不妨设 A_1A_2 的斜率不存在，显然，结合图 15 与抛物线、圆的对称性易知 A_2A_3 与 A_1A_3 关于 x 轴对称，那么直线 A_2A_3 与圆 M 相切。

当 A_1A_3 的斜率不存在时，同理可得直线 A_2A_3 与圆 M 相切。

② 当直线 A_1A_2 与 A_1A_3 的斜率均存在时

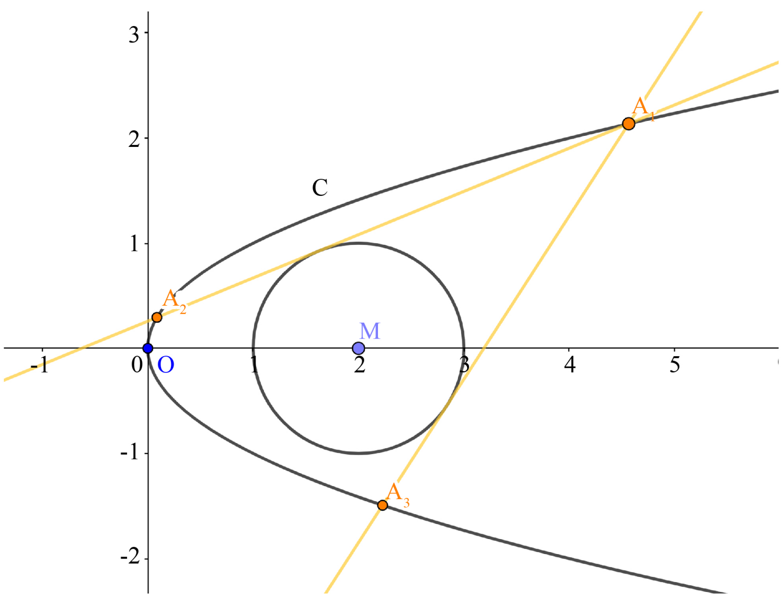

Figure 16. The case where the slopes of the straight lines A_1A_2 and A_1A_3 exist
图 16. 直线 A_1A_2 与 A_1A_3 的斜率都存在的情况

如图 16 所示，则 $y_1^2 \neq 1$ 且 $y_1^2 \neq 3$。

直线 A_1A_2 的斜率为 $k=\frac{y_2-y_1}{y_2^2-y_1^2}=\frac{1}{y_2+y_1}$，所以其方程为 $y-y_1=\frac{1}{y_2+y_1}\left(x-y_1^2\right)$，整理得 $x-\left(y_1+y_2\right)y+y_1y_2=0$，由于直线 A_1A_2 与圆 M 相切，那么点 $M\left(2,0\right)$ 到直线 A_1A_2 的距离为 1，则 $\frac{\left|2+y_1y_2\right|}{\sqrt{1+\left(y_1+y_2\right)^2}}=1$，即 $\left(y_1^2-1\right)y_2^2+2y_1y_2+3-y_1^2=0$。

同理，根据对称性可知，$\left(y_1^2-1\right)y_3^2+2y_1y_3+3-y_1^2=0$，所以 y_2,y_3 是方程 $\left(y_1^2-1\right)n^2+2y_1n+3-y_1^2=0$ 的两个根。

因此，$y_2+y_3=-\frac{2y_1}{y_1^2-1}$，$y_2y_3=\frac{3-y_1^2}{y_1^2-1}$。

易求直线 A_2A_3 的方程为 $x-\left(y_3+y_2\right)y+y_3y_2=0$，从而点 $M\left(2,0\right)$ 到直线 A_2A_3 的距离 d 为 $\frac{\left|2+y_3y_2\right|}{\sqrt{1+\left(y_3+y_2\right)^2}}$，则 $d^2=\frac{\left(2+y_3y_2\right)^2}{1+\left(y_3+y_2\right)^2}=\frac{\left(2+\frac{3-y_1^2}{y_1^2-1}\right)^2}{1+\left(-\frac{2y_1}{y_1^2-1}\right)^2}=1$，即 $d=1$，所以直线 A_2A_3 与圆 M 相切。

综上，直线 A_2A_3 与圆 M 相切。

注：在解决圆锥曲线问题时，运用数形结合思想有助于学生研究圆锥曲线的方程、位置关系等，结合图像能更好地观察到点、线、面之间的关系，同时还要注意在解决问题时是否需要分类讨论，从而根据不同的图像与代数计算得出相应的结论。

4. 小结

本文通过对数形结合的探讨，以及高中数学具体案例的分析，详述数形结合思想在高中数学中的运用。高中数学的大部分内容都蕴含着数形结合这一数学思想，因此我们需要理解并掌握好数形结合思想，教师注重传递数形结合的重要性，学生则需了解并掌握数形结合思想，熟练运用数形结合思想解决集合、不等式、函数、立体几何、平面解析几何等数学问题，并理解这一思想方法的本质与内涵。

致　谢

非常感谢审稿人对本文提出宝贵的意见。

基金项目

国家自然科学基金(12001117)、广州科技计划项目(202102020438)资助。

参考文献

[1] 华罗庚. 华罗庚科普著作选集[M]. 上海: 上海教育出版社, 1984.

[2] 李梦圆, 赵泽峰. “数形结合百般好, 隔离分家万事休”——在初中数学教学中活用数形结合思想[J]. 才智, 2019(11): 174.

[3] 张宝贵. 小学数学教学中“数形结合”思想的重要性[J]. 佳木斯职业学院学报, 2018(7): 316, 318.

[4] 胡玉静. 数形结合思想在高中数学教学中的应用与分析[D]: [硕士学位论文]. 信阳: 信阳师范学院, 2015.

[5] 中国人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准(2017 版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[6] 姜秋亚. 数形结合思想方法在高中教学中的应用情况研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2015.

[7] 张娟. 数形结合方法在高中数学中的一些应用研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西北大学, 2018.

[8] 张顺. 数形结合思想在高中数学教学中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 扬州: 扬州大学, 2019.
[9] 韩雪丽. 数形结合思想方法在高中数学教学中的研究与实践[D]: [硕士学位论文]. 大连: 辽宁师范大学, 2013.
[10] 陈益周. 数形结合方法应用于高中数学教学的实践研究[J]. 兰州教育学院学报, 2015, 31(4): 165-166.
[11] 徐秀英. 数形结合思想在高中数学教学中的应用分析[J]. 佳木斯职业学院学报, 2021, 37(3): 112-113.
[12] 吴桂香. 浅谈数形结合在高中数学中的重要性[C]//2019 年广西写作学会教学研究专业委员会教师教育论坛资料汇编(二). 桂林: 2019 年广西写作学会教学研究专业委员会教师教育论坛, 2019: 469-472.
[13] 黄碧波. 高中数学教学中渗透数形结合思想的研究[J]. 西部素质教育, 2016, 2(16): 99, 101.
[14] 朱袁圆. 浅谈“数形结合”的数学思想方法[J]. 教育教学论坛, 2014(33): 78-80.
[15] 尚文斌, 聂亚琼. 浅谈数形结合思想在高中数学中的应用[J]. 科教文汇(上旬刊), 2008(12): 119, 137.