

“份数法”在解决小学数学问题中的应用

张月梅

长郡月亮岛学校, 湖南 长沙

收稿日期: 2022年4月8日; 录用日期: 2022年5月3日; 发布日期: 2022年5月10日

摘要

“份数法”是小学数学一种重要的解题方法。主要运用在解决小学数学中的倍数、分数乘法、分数除法、按比分配、百分数和解比例等问题中, 它犹如一座桥梁, 将这些知识紧密地联系在一起。

关键词

“份数法”, 解决问题, 小学数学, 思维发展

The Applications of “Proportion Method” in Solving Mathematics Problems in Primary School

Yuemei Zhang

Changjun Moon Island School, Changsha Hunan

Received: Apr. 8th, 2022; accepted: May 3rd, 2022; published: May 10th, 2022

Abstract

“Proportion method” is an important method to solve problems in primary school mathematics. This paper analyzes the applications of “proportion method” in solving the problems of multiple, fraction multiplication, fraction division, distribution by ratio, percentage and proportion in primary mathematics. It is like a bridge which closely links the knowledge together and promotes the development of students’ thinking.

Keywords

Proportion Method, Solving Problem, Primary School Mathematics, Development of Thinking

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

“份数法”是小学数学中的一种重要解题方法，贯穿了小学整个阶段，它犹如一座桥梁，将小学低段和高段的知识联系在了一起，以低阶思维促进高阶思维的发展。

那么什么是“份数法”呢？

我们以三年级的一道习题为例：姐姐和弟弟一共有零花钱 72 元，姐姐的零花钱是弟弟的 8 倍，姐姐和弟弟各有多少零花钱？看到题目，我们的第一反应是不是用方程来解决这个问题？不过三年级的小朋友还未接触过方程，用的正是“份数法”来解决这个问题：把弟弟的钱看作 1 份，那么姐姐的钱就是 8 份。由此可知，72 元一共分成了 9 份，每份是 $72 \div (8 + 1) = 8$ (元)，所以弟弟有 8 元，姐姐有 8 份是 64 元。

由此可知，利用“份数法”解决问题的关键是找到对应量和对应的份数，然后利用每份量 = 对应量 \div 对应份数来解决问题。

2. 解读教材，梳理教材中的“份数法”

一年级上册的《比大小》《比多少》、一年级下册《100 以内数的认识》十根十根地数小棒都有“份数法”的影子在里面。二年级下册的“平均分”和除法正式提到了“份数”这样的字眼。到了三年级上册利用“份数”学习了《倍的认识》，在《分数的初步认识》里面初次用“份数法”来解决问题。例如：

有 12 名学生，其中 $\frac{1}{3}$ 是女生， $\frac{2}{3}$ 是男生，男女生各有多少人？那“份数法”都可以解决哪些问题呢？可以解决《分数乘法》[1]的问题、《分数除法》[2]的问题、《按比分配》的问题、《百分数》的问题、《解比例》的问题及《分数和百分数》综合应用的问题。

3. 教材中的“份数法”

“份数法”在小学教材中的分布情况见图 1。

在一年级上册中学习比多少(P6~8)、比大小(P17~19)时，将物体一一对应，有剩余的即为多，物体多的对应的数字就大，物体少的对应的数字就小。这里面其实有“份数法”的思想在里面，一一对应的两个物体就是一份，一份一份进行比较。

在一年级下册学习整十数的加、减法时(P62)，会用到十根十根地数小棒。例如 $10 + 20$ 表示 1 个十加 2 个十得 3 个十，3 个十是 30。这里其实就是以十根小棒为一份，求三份是多少。在两位数加一位数、整十数中也用到了“份数”的思想。

在二年级下册学习了平均分和除数为一位数的除法。每份分的同样多，叫做平均分。平均分是“份数法”的理论基础。在课本的例 2 (P9)中：把 18 个橘子平均分成 6 份，每份几个？分一分。其中 18 是总量，一共分成 6 份，求一份量是多少。这道例题是“份数法”的基本模型。在课本例 3 (P10)中还出现

了“份数法”的另一种模型，即：8个果冻，每2个一份，能分成几份？分一分。所以学生在二年级下册开始真正接触“份数法”。

小学数学教材中的“份数法”

教材	相关内容
一年级上册	1. 比多少(P6-8) 2. 比大小(P17-19)
一年级下册	1. 整十数加、减整十数(P62)
二年级下册	1. 平均分(P8-10) 2. 整数的除法(P13-29)
三年级上册	1. 倍的认识(P50-52) 2. 分数的初步认识(P89-92) 3. 分数的简单计算(P96-97) 4. 分数的简单应用(P100-103)
四年级上册	1. 口算除法
五年级下册	1. 分数意义和性质(P45-50) 2. 同分母分数加减法(P89-90)
六年级上册	1. 分数乘法(P2-17) 2. 分数除法(P30-43) 3. 比(P48-56) 4. 百分数(一)(P82-91) 5. 扇形统计图(P96-97)
六年级下册	1. 比例(P40-62) 2. 总复习

Figure 1. “Copy number method” in primary school textbooks

图 1. 小学教材中的“份数法”

在三年级上册中很多地方用到了“份数法”的思想。其中，倍数和分数的几份之一、几分之几都是用“份数法”来定义的。在倍的认识例 1 (P50)中，将两根胡萝卜看成一份，红皮萝卜的 6 根可以看成 3 份，所以红皮萝卜是胡萝卜的 3 倍。在分数中是这样定义的(P90)：把一块月饼平均分成 2 份，每份是这块月饼的二分之一，写作 $\frac{1}{2}$ 。

在三年级分数最初的计算中，没有出现分数单位的概念，其实这里的每份就是一个分数单位，也就是将一个分数单位看成一份。课本 96 页例 1 就是用 2 个 $\frac{1}{8}$ 加 1 个 $\frac{1}{8}$ 得到 3 个 $\frac{1}{8}$ ，即 $\frac{3}{8}$ 。在分数的简单应用中，例 2 (P101)用的正是“份数法”来解决问题的：有 12 名学生，其中 $\frac{1}{3}$ 是女生， $\frac{2}{3}$ 是男生。男生女生各有多少人？因为 $\frac{1}{3}$ 是女生，要求女生人数就要把 12 平均分成 3 份，求出 1 份是多少，所以 $12 \div 3 = 4$ (人)。因为 $\frac{2}{3}$ 是男生，要求男生人数就要把 12 平均分成 3 份，求出 2 份是多少，所以 $12 \div 3 = 4$ (人)， $4 \times 2 = 8$ (人)。这道题目其实就是六年级的分数乘法的问题。但是到了六年级，在讲解分数乘法之前有很多学生不会解决这个问题，知识就会出现断层，表明学生的知识并未进行迁移，学过很快就忘记了。

最后，在课本 97 页和 100 页通过份数法初步感知了单位“1”，单位“1”这个概念到了五年级才具体学习。

四年级上册学习了口算除法，口算除法也有“份数法”的思想在里面。

五年级下册的分数是三年级分数的一个延续，在本册正式提出了单位“1”及分数单位。这里依然是用“份数法”来理解分数。把一个整体看成一份，也就是单位“1”。在此基础上学习了分数和除法的关系。所以，除法可以转化成分数形式，而分数问题又可以利用“份数法”来解决，所以，除法问题也可以用“份数法”来解决。

4. “份数法”在解决问题中的应用

利用“份数法”解决问题的关键是找到每份量[3]是多少，而找每份量的关键是找到对应量和对应的份数。

1) 分数乘法

据统计，2011 年世界人均耕地面积为 2500 m^2 ，我国人均耕地面积仅占世界人均耕地面积的 $\frac{53}{125}$ 。

我国人均耕地面积是多少平方米？(P7T8)

分析：“份数法”可以用来解决分数乘法的问题。

将世界耕地面积看成 125 份，则我国耕地面积为 53 份。

每份： $2500 \div 125 = 20 \text{ (m}^2\text{)}$

我国： $53 \times 20 = 1060 \text{ (m}^2\text{)}$

2) 分数除法

我们班全场得了 42 分，下半场得分只有上半场的一半，上半场和下半场各的多少分？(P41 例 6)

分析：“份数法”可以用来解决分数除法的问题。

本题目的单位“1”是上半场，将上半场看作 2 份，则下半场是 1 份。

每份： $42 \div (1+2) = 14 \text{ (分)}$

上半场： $14 \times 2 = 28 \text{ (分)}$

下半场： $14 \times 1 = 14 \text{ (分)}$

3) 按比分配问题

用 120 cm 的铁丝做一个长方体的框架，长、宽、高的比是 3:2:1。这个长方体的长、宽、高分别是多少？(P56T11)

分析：“份数法”可以用来解决关于比的问题。

将长方体的长、宽、高分别看成 3 份、2 份和 1 份。

$120 \div 4 = 30 \text{ (cm)}$

每份： $30 \div (1+2+3) = 5 \text{ (cm)}$

长： $5 \times 3 = 15 \text{ (cm)}$

宽： $5 \times 2 = 10 \text{ (cm)}$

高： $5 \times 1 = 5 \text{ (cm)}$

4) 百分数

分析：百分数可以转化成分数，转化后和上面的方法相同。

5) 扇形统计图

我国国土面积约 960 万平方千米，各种地形所占百分比见图 2。请你计算各种地形的面积。(P101T4)

分析：“份数法”可以用来解决扇形统计图的问题。

本题部分学生在做的时候用到了“份数法”。

每份： $960 \div 100 = 9.6 \text{ (万平方千米)}$

山地： $9.6 \times 33 = 316.8 \text{ (万平方千米)}$

高原： $9.6 \times 26 = 249.6 \text{ (万平方千米)}$

6) 比例问题

法国巴黎的埃菲尔铁塔高度约 320 m。北京的世界公园里有一座埃菲尔铁塔的模型，它的高度与原塔的高度比是 1:10。这座模型高多少米？(P42 例 2)

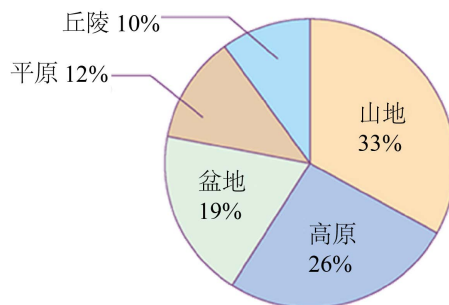


Figure 2. Topographic map
图 2. 地形分布图

分析：将模型高度看成 1 份，原塔高度看成 10 份。

模型： $320 \div 10 = 32$ (m)

7) 综合应用

甲、乙两箱粉笔的盒数之比是 5:1，如果从甲箱里取出 12 盒放入乙箱中，甲、乙两箱粉笔的数量比变为 7:5。那么两箱粉笔共有多少盒？

解答：对应量：12 盒

对应份数：5:1=10:2

$10 - 7 = 3$ (份)

每份： $12 \div 3 = 4$ (盒)

一共： $4 \times (5 + 1) = 24$ (盒)

5. 应用“份数法”，促进学生思维发展

1) 低阶思维促进高阶思维的发展

分数乘法、分数除法、按比分配、百分数及扇形统计图等知识都有自己独特的解题思路，为什么我们还要学习用“份数法”来解决此类问题呢？我们首先来看一下分数的定义(三年级上册 90 页)：把一块月饼平均分成 2 份，每份是这块月饼的一半，也就是它的二分之一，说写作 $\frac{1}{2}$ 。也就是说从“份数”引入了“分数”，利用“份数法”来解决问题可以帮助学生对知识的有效理解。

例：水果店运来梨和苹果共 50 筐，其中梨的筐数是苹果的 $\frac{2}{3}$ ，运来梨和苹果各多少筐？

苹果：|-----|-----|-----|
梨：|-----|-----|

方法一：从分数的定义入手，苹果的框数有 3 份，则梨的框数有 2 份

每份： $50 \div (3 + 2) = 10$ (筐)

苹果： $10 \times 3 = 30$ (筐)

梨： $10 \times 2 = 20$ (筐)

在学生理解了这种方法的基础上，那么方法二学生就很容易理解了。

方法二：苹果的筐数为单位“1”，将苹果的框数看作 1 份，则梨的框数是 $\frac{2}{3}$ 份，

则：苹果： $50 \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 30$ (筐)

梨： $50 - 30 = 20$ (筐)

2) 促进思维的发散

在教学中不断渗透“份数法”解决问题的知识，促进学生思维的发散。在六年级上册学习百分数(一)这个单元时，有一道这样的题目：一批零件按个数比 5:3 分配给甲、乙两人加工，已知乙分得的零件比甲的 64% 少 18 个，这批零件共有多少个？

解答过程中出现了以下几种方法：

方法一：解：设这批零件共有 x 个

$$\frac{5}{8}x \times 64\% - \frac{3}{8}x = 18$$

$$\frac{1}{40}x = 18$$

$$x = 720$$

方法二：解：设甲有零件 x 个，则乙有零件 $\frac{3}{5}x$ 个

$$64\%x - \frac{3}{5}x = 18$$

$$0.04x = 18$$

$$x = 450$$

乙： $\frac{3}{5} \times 450 = 270$ (个)

一共： $450 + 270 = 720$ (个)

方法三：解：设甲有零件 $5x$ 个，则乙有零件 $3x$ 个

$$5x \times 64\% - 3x = 18$$

$$0.2x = 18$$

$$x = 90$$

一共： $90 \times (3 + 5) = 720$ (个)

方法四：甲零件 5 份，则乙零件有 3 份

每份： $18 \div (5 \times 64\% - 3) = 90$ (个)

一共： $90 \times (3 + 5) = 720$ (个)

“份数法”拓宽了学生解题的思路，学生思维在不经意间得到了发散。

6. 结语

我们将小学阶段不同类型的常规应用题归纳为了同一种解法——“份数法”，从而更好的阐明数量之间的关系，将“量”和“率”的对应关系转化为“量”和“份数”之间的对应关系。对于小学阶段用普通方法较难理解的一些题目，用“份数法”去理解或许会出现意想不到的效果。

基金项目

湖南省长沙市望城区教育科研“十四五”规划课题(WKD21048)部分研究成果。

参考文献

- [1] 周胜发. 用“份数法”巧解复杂分数应用题[J]. 小学教学研究, 1994(5): 29-30.

- [2] 孙书国. 用“份数法”巧解分数除法问题[J]. 数学小灵通(5-6 年级版), 2013(Z2): 9-10.
- [3] 胡绢绫. 如何找“每份数”[J]. 湖南教育, 1996(11): 33.