

基于CiteSpace可视化分析的数学抽象素养研究综述

刘梦露, 徐金润, 占婷, 肖加清*

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年11月12日; 录用日期: 2023年12月11日; 发布日期: 2023年12月19日

摘要

数学抽象素养是当今数学教育研究的热点。本文运用CiteSpace分析工具和主题分析法, 对中国知网2012~2023年有关数学抽象素养的文献进行分析, 厘清数学抽象素养的研究现状: 内涵及类型、培养策略、影响因素、素养评价研究, 并提出数学抽象素养的发展路径: 提高数学抽象素养的研究层次, 确保数学抽象素养的研究与时俱进; 不断加强学术合作与交流, 构建核心研究团队; 完善数学抽象素养的影响因素研究; 建立数学抽象素养的测量与评价体系。

关键词

数学抽象, 可视化分析, CiteSpace

A Review of Research on Mathematical Abstraction Literacy Based on CiteSpace Visual Analysis

Menglu Liu, Jinrun Xu, Ting Zhan, Jiaqing Xiao*

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Nov. 12th, 2023; accepted: Dec. 11th, 2023; published: Dec. 19th, 2023

Abstract

Mathematical abstract literacy is a hot topic in today's mathematics education research. Using CiteSpace analysis tool and thematic analysis method, we analyse the literature on mathematical abstract literacy on China Knowledge Network from 2012 to 2023 to clarify the current research

*通讯作者。

status of mathematical abstract literacy: connotation and types, cultivation strategies, influencing factors, and literacy evaluation research, and put forward the path of development of mathematical abstract literacy: raise the level of research on mathematical abstract literacy, ensure that the research on mathematical abstract literacy keep pace with the times; continuously strengthen academic cooperation and exchange, and build a core research team; improve the research on the influencing factors of mathematical abstraction literacy; and establish the measurement and evaluation system of mathematical abstraction literacy.

Keywords

Mathematical Abstraction, Visual Analysis, CiteSpace

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

抽象概括能力属于 21 世纪“五大能力”范畴。为对接国际数学教学教育发展趋势，教育部于 2018 年颁布《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(以下简称《课标》)，首次凝练并明确提出了数学学科核心素养[1]。其中，“数学抽象”这一素养就来源于“抽象概括能力”。数学抽象素养位于数学学科核心素养之首，是指通过舍去事物的非本质归属，抽象化出事物的本质属性，使得数学具有了普遍性。数学抽象素养能有效使学习者真正从本质上理解数学，掌握自主获取数学知识的能力。对于数学抽象素养的内涵及类型、培养策略、影响因素、素养评价的研究，是提升学科教学质量、发展学生数学学科核心素养的重要举措。故此，本研究将运用 CiteSpace 分析工具，对国内近十年数学抽象的已有研究成果进行梳理，厘清当前数学抽象素养研究现状，展望其未来研究方向，以期为后续研究提供借鉴价值。

2. 研究设计

2.1. 研究数据

在 CNKI 数据库中，以“数学抽象”“抽象概括能力”“数学抽象素养”为主题词进行高级检索，时间跨度限定为 2012 年至 2023 年 7 月 1 日，通过剔除无关文献，保留中等教育、初等教育等相关文献共计 825 篇，其中期刊 685 篇(学术期刊 58 篇)，学位论文 130 篇，会议 9 篇，学术辑刊 1 篇。导出数据，运用 CiteSpace 分析工具对数学抽象素养进行可视化分析。

2.2. 研究方法

研究运用 CiteSpace6.1.R2 分析工具和 CNKI 的可视化功能，对 2012 年~2023 年研究数学抽象素养的文献进行统计分析，有利于把握数学抽象素养研究现状和未来发展趋势。

3. 研究结果

3.1. 文献年度分布的统计分析

年度发文量反映教育者对该领域的重视程度，统计近十年国内数学抽象素养研究的发文量，有助于把握该研究的整体发展趋势，如图 1 所示。

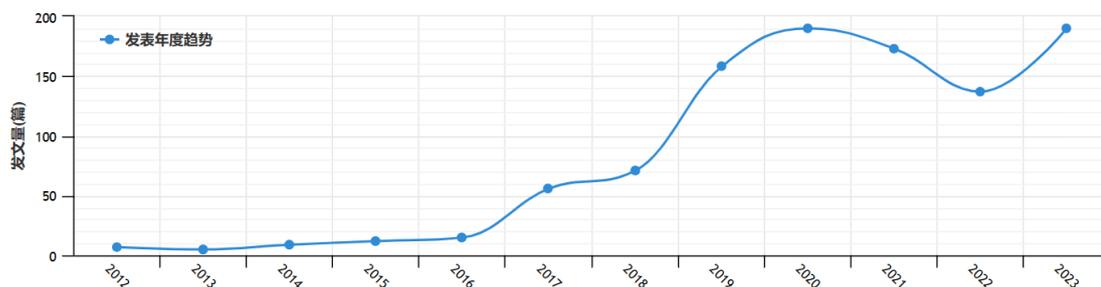


Figure 1. Mathematical abstract literacy annual postings

图 1. 数学抽象素养年度发文量

总体看来,近十年我国对数学抽象素养的研究呈现明显阶段性特征,可分为三个阶段:一是缓慢增长长期,从2012~2016年,这一阶段呈现发文数量少,增长较为平缓的特征,研究缺乏理论的支持。二是快速发展期,从2016~2020年,该阶段是数学抽象素养研究的高发期,从15篇增长到184篇,发文量一直保持较快的增长势头,特别是2018~2019年,文献数量增长迅猛,从69增长到153篇。原因在于2018年课标的颁布,此后“数学核心素养”成为数学教育研究的热点,“数学抽象”作为数学六大核心素养之一,也因此得到了研究者们的广泛关注。三是波动增长长期,从2020年至今,这一阶段发文量有起伏波动,2021年减少至166篇,2022年减少至133篇,说明该阶段对于数学抽象素养的研究开始走向成熟,需要探寻新的研究理论生长点,2023年预测会达到184篇。

3.2. 文献来源分析

通过对825篇有效期刊的来源进行统计,得出发文量排行前20的期刊分布如图2所示。

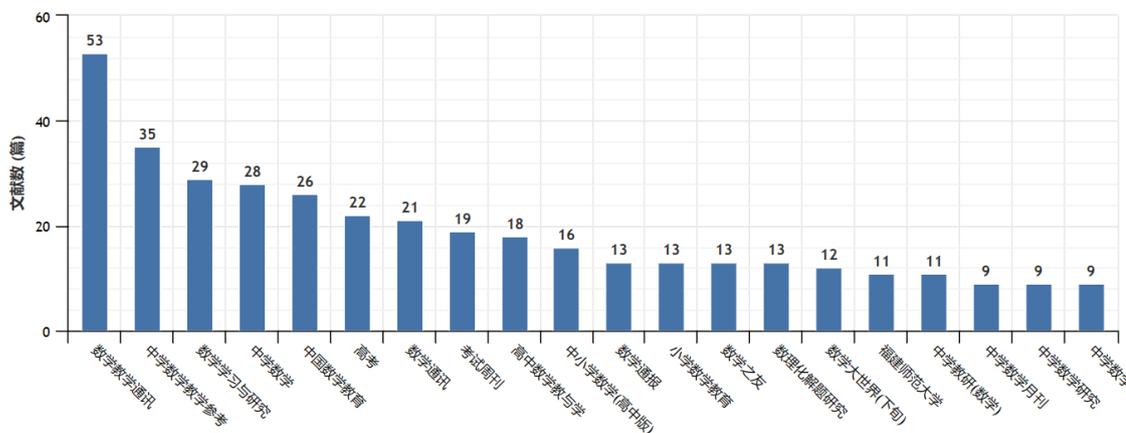


Figure 2. Distribution of top 20 journals in terms of number of publications

图 2. 发文量排行前 20 名的期刊分布

由图2可以看出,期刊发文量较高的有《数学教学通讯》《中学数学教学参考》《数学学习与研究》《中学数学》《中国数学教育》等,这些期刊的发文量均高于25篇,占总发文量的34%。其中《数学教学通讯》期刊占总发文量的11%,《中学数学教学参考》期刊占总发文量的7%。

在所有发文期刊中核心期刊共31篇,占总发文量的6.4%,具体分布如表1所示。

总体而言,数学抽象素养的研究多以数学教育类为主,且发文量较大,但核心期刊的平均发文量偏低,可见对数学抽象素养的研究层次还有待提高。

Table 1. Distribution of literature in core journals

表 1. 核心期刊文献分布

序号	文献期刊	载文量
1	数学通报	13
2	数学教育学报	5
3	教学与管理	4
4	课程·教材·教法	3
5	教育探索	2
6	社会科学论坛	1
7	中小学教师培训	1
8	上海教育科研	1
9	天津师范大学学报(基础教育版)	1

3.3. 文献作者及研究机构分析

将研究数学抽象素养的作者作为分析对象，利用 CiteSpace，界面选“Author”，得到包含 245 个节点，42 条连线、网络整体密度为 0.0014 的文献作者知识图谱，如图 3 所示。可以看出巩子坤、周威、叶志娟、尹力、李新、周先华、孔凡哲、王敏、吴增生等发文量较多。各作者之间连线较少，单一作者发文量较多，说明当前研究缺少合作，多以独立研究为主。表 2 为作者期刊发文量排名前 20 的统计，发文量较少，最高产作者的发文量为 4 篇。20 位作者中有 12 位一线教师、4 位高校教师、3 位教研员和 1 位研究生，表明数学抽象素养的主要研究群体是一线教师。

CiteSpace v. 5.10.R6 (64-bit) Basic
 July 10, 2023 at 8:57:30 PM CST
 C:\Users\13277\Desktop>CiteSpace
 C:\Users\13277\Desktop>CiteSpace
 Selection Criteria: g-index (k=25), LRF=0.0, U=10, LBY=5, w=1.0
 Network: 245 nodes, 42 edges (Density=0.0014)
 Legend: C: 8 (2%)
 Nodes Labeled: 5.0%

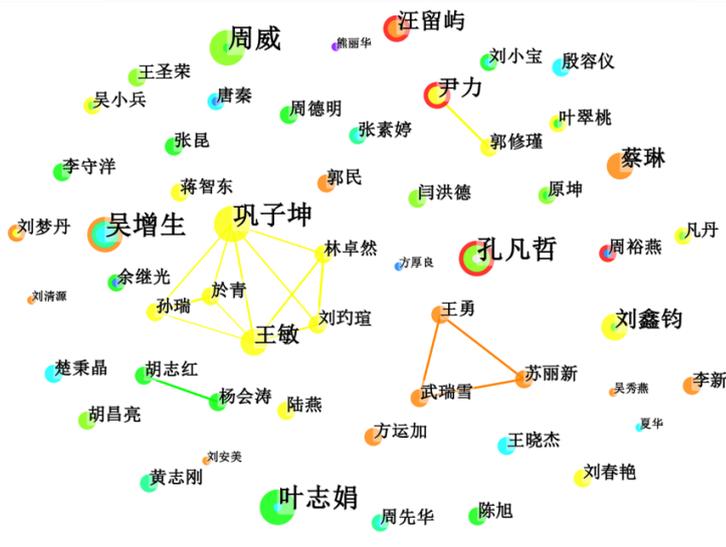


Figure 3. Mapping of author collaboration networks

图 3. 作者合作网络图谱

Table 2. Statistics of authors' publications (top 20)

表 2. 作者发文量(前 20)统计

序号	作者	发文量	类别
1	巩子坤	4	高校教师
2	周威	4	一线教师
3	叶志娟	4	一线教师
4	尹力	4	一线教师

Continued

5	李新	4	一线教师
6	周先华	4	一线教师
7	孔凡哲	4	高校教师
8	王敏	4	一线教师
9	吴增生	3	教研员
10	王嵘	3	教研员
11	覃创	3	高校教师
12	刘鑫钧	3	一线教师
13	孙瑞	3	研究生
14	王瑞丁	3	一线教师
15	汪留屿	3	一线教师
16	周裕燕	3	一线教师
17	蔡琳	3	教研员
18	郭修瑾	3	一线教师
19	陆燕	3	一线教师
20	郭民	2	高校教师

数学抽象素养研究机构的主要类型：高等院校、中小学和教研部门(例如：江苏省苏州市教育科学研究院)，且研究机构大多在华东地区，具有明显的地域差异，如表 3 所示。

Table 3. Statistics of research organisations (top 20)

表 3. 研究机构统计(前 20)

序号	机构	发文量	类别
1	福建师范大学	14	高等院校
2	西华师范大学	9	高等院校
3	南京师范大学	9	高等院校
4	人民教育出版社	8	教研部门
5	华中师范大学	7	高等院校
6	杭州师范大学	7	高等院校
7	陕西师范大学	6	高等院校
8	西南大学	6	高等院校
9	华东师范大学	5	高等院校
10	福建省闽清县第一中学	5	中小学
11	王嵘云南师范大学	5	高等院校
12	成都市玉林中学	5	中小学
13	福建省建瓯市第二中学	4	中小学
14	江苏省苏州市教育科学研究院	4	教研部门
15	山东师范大学	4	高等院校
16	扬州大学	4	高等院校
17	淮北师范大学	4	高等院校
18	江苏省无锡太湖高级中学	4	中小学
19	江苏省吴江松陵鲈乡实验小学	4	中小学
20	东北师范大学	4	高等院校

3.4. 文献关键词分析

将数学抽象素养的文献关键词作为分析对象，利用 CiteSpace，界面选“keywords”，得到包含 408 个节点，1244 条连线、网络整体密度为 0.016 的文献关键词知识图谱，如图 4 所示。

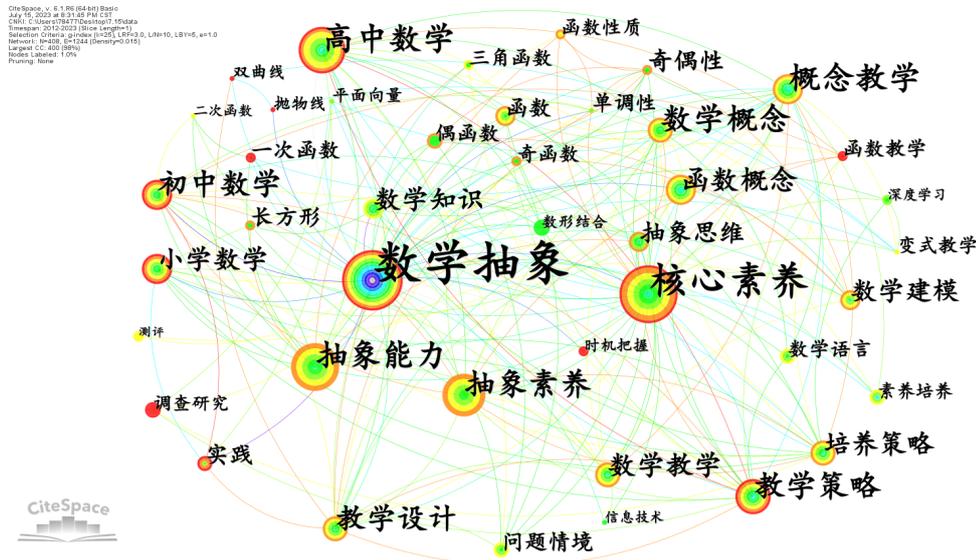


Figure 4. Knowledge map of keyword co-occurrence
图 4. 关键词共现知识图谱

通过对图 4 的分析，可以发现数学抽象、核心素养、高中数学、概念教学、教学策略等是数学抽象素养的研究焦点。其研究内容主要有三类：一类是与学段有关的，例如高中数学、初中数学、小学数学等，说明数学抽象素养的主要研究方向在初等教育和中等教育。二类是与数学抽象素养特征相关的，例如核心素养、数学建模、抽象素养、深度学习等。三类是与数学教学相关的，例如概念教学、数学教学、教学策略、培养策略、教学设计等，在概念教学中，有关函数课程研究较多，说明函数教学是当前该领域研究的热点。可见要想数学抽象素养落地生根，实现育人价值，课堂是主阵地，研究数学教学是必由之路。

4. 研究结论

通过可视化分析，发现国内数学抽象素养的具体研究内容有以下四方面，具体分析如下。

4.1. 数学抽象素养的内涵类型

4.1.1. 数学抽象素养的内涵

关于数学抽象内涵的定义，可分为以下四种观点：数学抽象过程观、建构观、思想方法观、能力素养观。过程观认为数学抽象是思维的过程，是一种微观内部心理活动倾向[2]。建构观关注数学抽象的构造性，认为数学抽象是形成数学理论体系的一种构造性活动，包括抽象思维活动和活动的产物[3]。思想观认为数学抽象是一种有逻辑性的思想方法，旨在提取事物在数量和空间形式等方面的本质属性[4]。能力素养观强调数学抽象素养的内化作用与应用意识，即用数学抽象解决现实问题和数学问题，是学生遗忘所学知识后，留下的作为个体的素养[1]。研究者对于数学抽象素养的内涵的看法，虽然不同观点下的侧重点不同，但都强调了数学抽象素养的动态性。

4.1.2. 数学抽象素养的类型

研究者依据不同的标准对数学抽象进行不同类型的划分。第一，基于内容，将数学抽象划分为“数量与数量关系的抽象”和“图形与图形关系的抽象”，强调数学抽象的无物质性和形式化。第二，基于对象，将数学抽象划分为“表征型抽象”与“原理型抽象”[5]，表现出两种不同的抽象性，即由实际生

活到数学,由数学到高层次数学。第三,基于方法,将数学抽象分为“弱抽象”和“强抽象”[6],说明数学可以从特殊到一般,也可由一般到特殊。第四,基于结果,将数学抽象分为“数学意象抽象”、“数学符号抽象”和“数学模式抽象”[6],体现了数学抽象结果的多样性。第五,基于数学抽象的教学呈现,可以将数学抽象分为实物层面的抽象、半符号层面的抽象、半符号层面的抽象、符号层面的抽象和形式化层面的抽象[2],为在数学课堂教学中落实数学抽象素养提供参考建议。关于数学抽象素养的类型划分,研究者见仁见智,从不同方面展开描述,为深入剖析数学抽象素养奠定了理论基础。

4.2. 数学抽象素养的培养策略

如何培养学生的数学抽象素养是当今教育界亟需解决的问题。研究者提出了四种策略。第一,从数学抽象的内涵、类型出发,提出经验性教学策略。胡秀认为在教学中可以通过分析具体实物对应的具象对象,提升学生的数学抽象素养[7]。第二,从学生的认知和思维水平出发,提出阶段性思维策略。张胜利与孔凡哲认为在教学中应当关注学生的抽象思维水平,循序渐进,培养学生归纳思维和演绎思维[2]。李昌官认为数学抽象素养呈现在思维上基本要经历感知与识别、分类与概括、直观与构建、定义与表达、系统与结构五个阶段[8]。第三,着眼于学生数学抽象的过程体验,提出技巧性教学策略。夏华以抽象函数教学为例,提出数形结合,依赖图形化思想,采用循序渐进、螺旋式提高的方式提高学生的数学抽象能力[9]。杨征帆以高中函数单调性教学为例,提炼了教学基本环节:分离与建构-概括与普适化-定义与符号化-系统化[10]。刘晓燕以高中平面向量的概念教学为例,强调为学生提供感性材料和直观素材的重要性[11]。黄志刚通过曲线与方程的概念教学,提出让学生体验数学情境,利用几何画板,通过感悟数学活动及数学反例的过程中培养数学抽象素养。第四,从数学本身出发,提出运用变式、归纳、比较等多元性方法策略[12]。康文彦提出通过变式练习、探究性问题和数学建模三种方式去创设应用环境,采用翻转课堂、项目学习以及数学实验等教学模式开展教学[13]。林京榕等人分别从数学概念的抽象、命题的概括、抽象的方法和数学结构与体系四方面,结合具体实例,给出不同类型的数学知识的有针对性的多种教学策略[14]。目前,部分研究结合案例给出策略,研究均属于经验层面的描述,数学抽象素养提升的判别标准还未形成。由于对数学抽象素养的发展节点缺少研究,大多数策略的指向性不强。

4.3. 数学抽象素养的影响因素

数学抽象素养不是独立存在的,势必会受到其他因素的影响。厘清数学抽象素养与其他因素的关系,对培养学生的数学抽象素养至关重要。

研究表明数学抽象素养与 CPFS 结构[15]、数学元认知[16]、数学问题提出能力[17] [18]、阅读能力[19]、数学运算素养[20]以及学业成绩[21]均呈显著正相关,且数学抽象素养与其他因素之间均存在双向性和动态性。数学抽象素养越高,CPFS 结构就越完善;同样 CPFS 结构越完善,数学抽象素养就越高。其他因素与数学抽象素养关系,虽然在影响因素的强弱上有所不同,但它们之间的双向互动和正相关性是不变的。

4.4. 数学抽象素养的评价

对于数学抽象素养的评价,所运用的测评框架源自于喻平提出的对知识学习的划分:知识理解、知识迁移、知识创新[22]。研究者利用试卷和试题分别从不同视角对学生数学抽象素养发展状况展开调查研究,主要有以下四种。第一,基于学业水平质量监测的数学抽象素养评价[23];第二,基于数学学科核心素养的数学抽象素养评价[24];第三,基于 RBC 模型的数学抽象能力评价[25];第四,基于数学抽象能力发展水平划分的评价[26]。总体而言,数学抽象素养的测评体系还未构建,仍需进一步研究。

5. 研究展望

纵观近十年来数学抽象素养的研究成果,不论在理论研究,还是在实证研究方面都取得了一定的进展,但研究仍有亟需解决的问题。对于目前研究存在的不足之处,本文做出以下展望:

第一,提高数学抽象素养的研究层次,确保数学抽象素养的研究与时俱进。《课标》出版前后,国内有关数学抽象素养的研究从幼年逐步步入理论较为成熟的阶段,期刊发文量也不断增加。但核心期刊发文量比例仍然偏低,最高的核心期刊《数学通报》十多年来总发文量不到15篇。

第二,不断加强学术交流与合作,建立核心研究团队。对于数学抽象素养的研究,单一作者发文量较多,高校与高校之间以及高校与中小学之间的合作较少,致使研究很难走进课堂落实教学。所以必须加强各研究群体之间的学术交流与沟通,确保实践与理论有机结合,将理论运用于实际教学中。另外,教育科研资源的分配要适当考虑偏远地区的情况,确保学生的数学抽象素养得到培养,促使教育的均衡发展。

第三,完善数学抽象素养的影响因素研究。已有学者从定量研究中得出了学生抽象素养的影响因素,主要有与心理学、其他数学能力之间以及与学业成绩的关系,丰富了国内数学抽象素养的实证研究。研究人员也可从心理学其他方面或者结合其他学科的科研成果,进一步揭示数学抽象素养的影响因素,以期更有针对性地培养学生的数学抽象素养。

第四,建立数学抽象素养的测量与评价体系。目前,多数研究者更集中研究数学核心素养的测评框架,对于数学抽象素养测评体系的研究匮乏,虽然部分学者建立了数学抽象测评体系,但多是经验的描述,缺乏定量研究的实证。为了更好地服务于教育一线,了解学生数学抽象素养的发展水平,制定科学合理、可操作性强的数学抽象素养测评框架至关重要。

基金项目

黄冈师范学院2023年研究生工作站课题“SOLO分类理论下高中生数学问题解决能力的测评体系研究——以黄州中学为例”(5032023021)的研究成果。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京:人民教育出版社,2018.
- [2] 张胜利,孔凡哲. 数学抽象在数学教学中的应用[J]. 教育探索,2012(1):68-69.
- [3] 徐利治. 数学方法论选讲[M]. 武汉:华中理工大学出版社,2000:19-41.
- [4] 侯正海,徐文彬. 试论小学数学抽象教学的时机把握[J]. 课程·教材·教法,2013,33(9):56-59.
- [5] 屈佳芬. 数学思想在小学数学教学中的渗透[J]. 教育探索,2015(1):41-43.
- [6] 钟志华. 模式观与数学方法论[M]. 北京:化学工业出版社,2011.
- [7] 胡秀. 浅谈高中生数学抽象能力的理解及培养[J]. 数学教学通讯,2017(11):61-62.
- [8] 李昌官. 数学抽象及其教学[J]. 数学教育学报,2017,26(4):61-64.
- [9] 夏华. 核心素养下数学抽象能力聚焦:以抽象函数学习为例[J]. 数学教学通讯,2017(15):40-41.
- [10] 杨征帆. 基于数学抽象核心素养的高中函数单调性教学的实践研究[D]:[硕士学位论文]. 武汉:华中师范大学,2019.
- [11] 刘晓燕. 高中数学概念教学中培养数学抽象素养的研究[D]:[硕士学位论文]. 武汉:华中师范大学,2017.
- [12] 黄志刚. 立足概念教学,培育数学抽象素养——2017年安徽省高中数学优质课暨观摩会的体会与思考[J]. 中学数学教学,2018(2):1-4.
- [13] 康文彦,刘辉. 培养学生数学抽象核心素养的几种途径[J]. 教育探索,2017(5):38-41.
- [14] 林京榕,陈清华,董涛. 数学抽象素养培养策略[J]. 数学通报,2020,59(2):19-22.

-
- [15] 朱梦. CPFS 结构与数学抽象的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京师范大学, 2021.
- [16] 葛雯琳. 高中生数学元认知与数学抽象能力的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京师范大学, 2020.
- [17] 胡慧莹. 初中生数学抽象能力与数学问题提出能力的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京师范大学, 2021.
- [18] 张可峰. 高中生数学抽象素养与数学问题提出能力的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2021.
- [19] 周子西. 高中生数学阅读能力与数学抽象素养的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2021.
- [20] 刘明. 高一学生数学抽象能力与数学运算素养的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2022.
- [21] 缪婷章. 高一学生自我监控能力、数学抽象能力和数学学业成绩的关系研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京师范大学, 2020.
- [22] 喻平. 数学核心素养评价的一个框架[J]. 数学教育学报, 2017, 26(2): 19-23.
- [23] 殷容仪, 赵维坤. 基于质量监测的初中学生数学抽象发展状况的调查研究[J]. 数学教育学报, 2017, 26(1): 14-15, 63.
- [24] 郑雪静, 陈清华, 王长平. 基于测试的高中生数学抽象素养水平现状研究[J]. 数学教育学报, 2017, 26(6): 26-32.
- [25] White, P. and Mitchelmore, M. (2003) Teaching Angles by Abstraction from Physical Activities with Concrete Materials. <https://eric.ed.gov/?id=ED501155>
- [26] 郭民, 史宁中, 朱立明, 秦德生. 高中生数学抽象能力发展水平划分与基于水平划分的调查研究[J]. 课程·教材·教法, 2022, 42(6): 124-131.