

高职《线性代数》课程应用性的思考与策略

——以机电类专业为例

范嘉琪

宁波职业技术学院, 公共基础学院, 浙江 宁波

收稿日期: 2024年2月21日; 录用日期: 2024年3月22日; 发布日期: 2024年3月29日

摘要

线性代数是一门重要的公共基础课, 其实用性与高职院校培养应用型人才的培养目标吻合。然而, 在高职院校中, 该课程存在难度大、被边缘化、应用性欠缺等一系列问题。本文聚焦该课程的应用性, 在实践的基础上, 通过分析思考该课程的教学现状, 给出了一些增强课程应用性的策略并分享了两个实际教学案例。

关键词

高职基础课, 线性代数, 教学策略, 学科融合

Reflections and Strategies on the Application of *Linear Algebra* in Vocational Colleges

—Taking Mechanical and Electrical Majors as an Example

Jiaqi Fan

Institute of Public Foundation, Ningbo Polytechnic, Ningbo Zhejiang

Received: Feb. 21st, 2024; accepted: Mar. 22nd, 2024; published: Mar. 29th, 2024

Abstract

As an important public basic course, the practicality of *Linear Algebra* is in line with the training goals of vocational colleges to cultivate applied talents. However, in vocational colleges, this course faces a series of problems such as high difficulty, marginalization, lack of applicability and so on.

This article focuses on the applicability of the course. Based on practical experience, by analyzing and reflecting on the current teaching situation of the course, some strategies to enhance its applicability are proposed, and two practical teaching cases are shared.

Keywords

Basic Courses of Vocational Education, Linear Algebra, Teaching Strategies, Multidisciplinary Integration

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《线性代数》是一门重要的公共基础课,是培养学生用数学的思想、方法解决工程实际问题的能力、素养的一门重要课程,是一门应用十分广泛的实用性课程[1] [2] [3] [4]。对于以培养应用型人才为目标的高职院校来说,它是实现工科人才培养目标不可缺少的重要环节。作为高职院校的公共基础课,《线性代数》主要研究行列式、矩阵、线性方程组等相关基本概念、基本理论以及计算方法,一般不涉及更为抽象的线性空间、线性变换等理论。尽管如此,该课程仍具有很强的抽象性以及逻辑性[5] [6]。同时,高职院校给予该课程的课时量往往比较少(一般是 30 课时或 32 课时,甚至压缩到 10 课时以内) [7],而该课程又拥有大量纷繁复杂的概念、性质以及定理。种种因素均导致高职院校的学生普遍认为该课程难度很大,学习过程乏味,过于抽象缺乏实用性等。正因如此,《线性代数》的教学改革一直以来都是研究热点[8]-[13]。

基于上述背景,本文从该课程应用性的角度展开研究,旨在提出一些切实可行的教学策略,为后续的研究或教学工作提供一定的参考与借鉴。根据高职院校《线性代数》课程一线教学工作的实际经验,通过对实际教学工作的反思与深入思考,本文分析了增强课程应用性的意义并提出一些相应的策略,同时结合几个实际教学工作中的案例予以说明。

2. 高职院校《线性代数》课程教学现状分析

1) 课程抽象性强,难度大

相比于《高等数学》(有些院校称之为《应用数学》),《线性代数》拥有大量新的概念、性质和定理,有较高的抽象性和逻辑严密性。很多概念都具有较高的抽象性,例如行列式、矩阵、矩阵的秩、向量组、线性空间等等。高度抽象性是代数学的特点。这些纷繁复杂的抽象概念使得这门课程的难度偏大。

2) 课程被边缘化,课时量少

《线性代数》作为一门公共基础课,一般而言本科院校会安排 40 至 50 课时。然而正如第一节所言,高职院校往往将这一门公共基础课边缘化,安排的课时量较少,通常只有 30 课时,甚至压缩到 10 课时以内,部分院校甚至取消这一门课。以宁波职业技术学院为例,仅部分专业专门开设《线性代数》课程,课时量为 30 课时,教授内容为行列式、矩阵、向量组等,二次型以及线性空间等内容不做要求;对于工科 A 层次以及 B 层次的教学班,《线性代数》仅作为《应用数学》课程的一个子模块,课时量为 10 课时,教授内容为矩阵概念、运算、初等行变换、秩以及线性方程组的解。本身难度较大,加上课时量偏少,导致该课程对高职院校学生极不友好。

3) 授课方式较保守, 应用停留于表面

由于该课程课时量紧张, 在实际授课时, 教师为了完成教学目标, 不得不按部就班地按照课本内容讲授, 甚至课堂练习的时间都不多。这一现状导致该课程授课方式较保守, 即使有应用, 也是停留于表面的“应用题”的形式。这种形式学生根本体会不到本课程的实用性, 只会觉得这是一门传统的数学课, 对于实际生活、专业没有什么价值。

4) 学生基础较薄弱, 学习主动性不高

相比于本科院校学生, 高职院校学生对于文化课的基础本身就比较薄弱。《线性代数》又是一门对抽象能力、逻辑思维有一定要求的课程, 其本身难度不小, 对于高职院校学生更加不友好。课程难度大、知识点抽象、授课保守、应用性欠缺……种种因素叠加, 学生会觉得课程枯燥乏味, 缺乏学习动力, 最终导致学习效果不好。

3. 增强高职院校《线性代数》应用性的意义与策略

3.1. 意义

1) 有利于提高学生自主学习主动性

学生觉得一门课程枯燥乏味的一个重要原因是觉得该课程没用。因此, 通过在课程中讲解实际案例或者通过其他方式切实增强教学过程中的应用性, 使学生能体会到课程的价值, 有利于学生培养学习动机, 建立学习主动性, 增强学习的自信心。

2) 有利于发挥线性代数实用性的特性

如前文所述, 《线性代数》本身就是一门实用性课程, 其使用价值体现在生活、工程中的方方面面。由于教学方面的种种因素, 其实用性被隐藏。通过切实增加线性代数教学过程中的应用性, 有利于发挥线性代数本身的实用性价值。

3) 有利于培养学生数学建模素养与能力

所谓数学建模能力, 是利用数学思维、工具和方法思考、解决实际或工程问题的思维与能力。数学建模是数学的应用价值的集中体现。数学建模是基本数学素养之一, 其重要性不言而喻。通过在课程中加强应用能力训练, 有利于培养学生数学建模能力与素养。

4) 有利于实现高职院校培养目标

与本科院校不同, 高职院校的育人目标是培养应用型人才。应用能力是高职院校学生最基本能力之一。通过在理论课程中加强应用能力训练, 有利于培养学生实践能力与应用能力, 从而有助于高职院校应用性人才的培养。

3.2. 一些策略

1) 数学建模与教学相结合

前文提到, 数学建模是基本数学素养之一, 是数学应用于实际生活的集中体现。数学建模训练与数学应用能力培养是相辅相成, 不可分割的。而《线性代数》本身就是一门实用型课程, 其在各方面的应用比比皆是, 因此数学建模与《线性代数》课程教学相结合是十分合适的。通过数学建模练习题, 将抽象的知识点分散到建模过程中, 不仅能加强课堂应用性, 也能切实的提高学生应用能力, 还能提高课堂的趣味性, 吸引学生学习, 建立学生学习的主观能动性, 从而提高课堂效果。

2) 推行项目化教学

项目化教学是一种以学生为中心, 强调问题引领、任务驱动和成果导向的教学范式, 契合高职院校的育人目标。宁波职业技术学院积极推行项目化教学改革, 改革成果丰硕, 效果良好。项目化教学同样

适用于《线性代数》的教学工作。通过对该课程进行项目化教学改革，可以有效增强该课程的应用性，丰富课程资源，增强课程价值，丰富课程评价模式。项目化教学的阶段性成果，也能给学生鼓舞与信心。

3) 基础课与专业课深度融合

基于高职院校的性质与育人目标，高职院校的公共基础课应该为专业课程服务。教师们可以深挖公共基础课与学生的专业课之间的联系，积极将基础课与专业课深度融合，学习基础课的同时加深对专业课的理解，而在课堂上将基础课应用于专业课也能提升学生学习基础课的兴趣，一举两得。

4. 实践案例

宁波职业技术学院积极推行课程改革，其中对于数学等公共基础课推行分层分类教学。其中，工科类 A、B 层学生需要学习线性代数知识。只不过线性代数不作为独立的一门课程，而是作为 8 课时的模块融入到《应用数学》课程中，讲授的主要内容为矩阵相关概念以及通过矩阵初等变换求矩阵的秩和线性方程组的解。如此短的课时，加之没有行列式知识作为铺垫，如何让学生理解并学会应用这些知识点成为一个难题。

在一次课前与学生们的聊天中，笔者偶然得知了他们在学电路分析课程，于是把即将开始的《线性代数》模块与电路分析课程紧密结合，取得了较好的教学效果。下面分享两个具体的案例。

4.1. 线性方程组与支路电流计算

基本的电路分析主要用到基尔霍夫两大电路定律[14]：基尔霍夫电压定律(KVL, Kirchhoff's Voltage Law)以及基尔霍夫电流定律(KCL, Kirchhoff's Current Law)。其中 KVL 的内容是：在电路网络的任何一个闭合回路中，各元件上的电压降的代数和等于电动势的代数和；KCL 的内容是：在任一时刻，流过电路中任意一个节点的电流代数和为 0。在分析实际工程中的实际电路时，这两大定律往往结合起来使用，从而通过求解线性方程组可以迅速计算电路中各个支路的电流值。

电路分析相关课程是机电类学生的必修专业课之一。据学生反映，电路课程难度也较大，学生们或者无法分析电路得到线性方程组，或者得到线性方程组之后不会求解。而线性代数中矩阵知识最直接的用途就是求解线性方程组。因此，《线性代数》模块的第一次课以一道电路分析题开始。

例 1 如图 1 所示的电路图中，电源电动势 $U_1 = 4\text{ V}$ ， $U_2 = 3\text{ V}$ ，电阻 $R_1 = 1\ \Omega$ ， $R_2 = 3\ \Omega$ ， $R_3 = 5\ \Omega$ ，试计算流过电阻 R_3 的电流大小与方向。

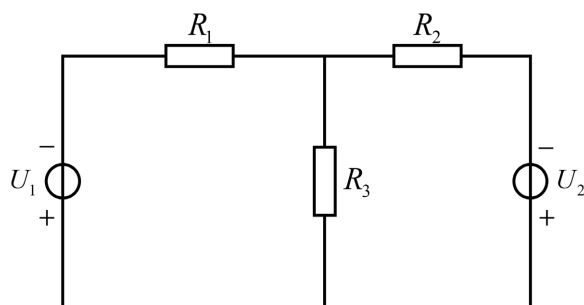


Figure 1. The Circuit 1

图 1. 电路图 1

这是一道十分基础的电路分析练习题。然而在数学课的黑板上突然出现一道电路分析题，这让学生们觉得十分新奇，不少学生甚至与我开玩笑：“老师，你怎么教起电路来了？”“没想到数学课还要被电路折磨”等等……也有部分同学表示不会做电路分析题。于是我说，接下来的几次数学课老师将教

大家解电路题，原先就会解的同学也能有一个很大的提升！“电路分析课期末考了高分记得感谢我。”我也与学生们开了个玩笑。这一个小开场，充分调动了学生们的积极性，为后续教学打下基础。这也说明了，跨学科融合、基础课与专业课深度结合的方式能有效调动学生的学习积极性，也能有效提高教学效果。

如图 2 所示，该电路有 3 条支路和 2 个独立回路。任意假设这 3 条支路的电流方向，如图 2 中电流 I_1 ， I_2 ， I_3 所示。于是对于节点①根据 KCL 可以列出方程：

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

同时，任意假定两个独立回路的方向，如图 2 回路 I 和回路 II 所示。对于这两个回路根据 KVL 可以列出如下两个方程：

$$-I_1 R_1 - I_3 R_3 = U_1, \quad (2)$$

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = U_2. \quad (3)$$

联立方程(1)、(2)、(3)并代入已知条件，可以得到如下线性方程组

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ -I_1 - 5I_3 = 4, \\ 3I_2 - 5I_3 = 3. \end{cases} \quad (4)$$

于是，只需要解出这个三元一次方程组即可得到流过电阻 R_3 的电流的大小与方向。

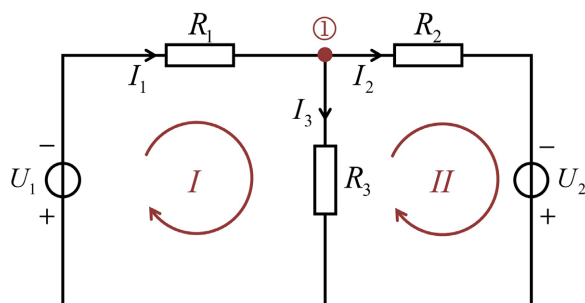


Figure 2. The analysis of circuit 1

图 2. 电路图 1 的分析

我们考察方程组(4)，如果将变量由 I_1, I_2, I_3 替换成 x_1, x_2, x_3 ，该方程组的解不会发生变化。同样地，再将变量从 x 换成 t 或者换成 u ，该方程组的解都不会有变化。真正影响该方程组的解的因素是未知数前面的系数以及最后的常数项。因此，我们将这些数字提取出来，得到一个数表，并在其两侧加上括号表示它是一个整体，这个数表就是一个矩阵，即

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

为了能从矩阵的角度解线性方程组，我们需要系统地学习矩阵相关知识。

至此，顺利引入矩阵的教学内容。之后的课程，在讲解完矩阵基本概念以及运算之后，可以将该方程组写成更为简洁的矩阵相乘形式，之后通过分析求解线性方程组的加减消元法，得到通过矩阵的初等行变换求解线性方程组的方法。可以看出，该例题几乎贯穿了整个线性代数模块，只差矩阵的秩这一个知识点。

4.2. 矩阵的秩与有效基尔霍夫方程个数

矩阵的秩是《线性代数》中较抽象的概念之一，如何将这一抽象的概念可视化是一个难题。我们仍然借助电路图解释这一概念。

例 2 在如图 3 所示的电路图中，试问利用 KVL 可以列出几个方程？这些方程中，真正有效的方程(独立的方程)有几个？

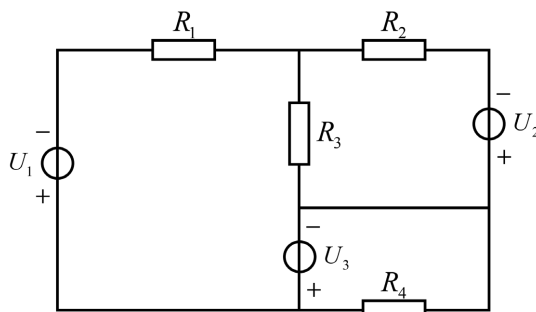


Figure 3. The Circuit 2

图 3. 电路图 2

这个电路比例 1 中的电路复杂了一些。该电路共有 6 条支路，共有 7 个回路。图 4 展示了其中 5 个回路，即 3 个红色的回路以及一个绿色的回路和一个蓝色的回路。假设我们要计算流经 R_4 的电流，需要将这 7 个回路都列成 KVL 方程吗？其实并不需要。我们可以先回顾一下图 2 所示的电路分析，事实上这个电路中不止两个回路，如果忽略 R_3 所在的支路，我们还可以得到一个大的回路。但我们在计算的时候并没有考虑这条回路，不是因为它没有流过电阻 R_3 ，而是因为这个回路是回路 I 和回路 II 的组合，即使列出 KVL 方程，也是无效的，因为它就是方程(1)与(2)之和。换言之，图 1 所示的电路图利用 KVL 得到的有效信息最多就是两条。

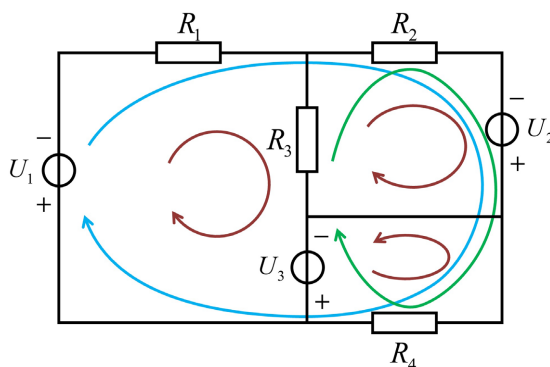


Figure 4. The analysis of circuit 2

图 4. 电路图 2 的分析

现在我们回到图 4，从图中我们也可以发现，绿色圈圈表示的回路就是右侧两个红色回路的简单组合，而这三个红色回路组合在一起就是蓝色回路。事实上，这三个红色回路以不同形式组合就能得到全部 7 个回路。同样的道理，在计算时我们不必列出 7 个 KVL 方程，只需列出 3 个红色回路或者任意 3 个互相独立的回路的 KVL 方程即可。也即这 7 条信息里面，真正有效的信息最多只有 3 条。像这种有效信息的概念，就是矩阵的秩。而且从矩阵的角度我们能更加清晰地看到哪些回路是独立的。

通过以上方式顺利引入矩阵的秩的概念后，我们可以借着这个例子继续探究矩阵的秩的计算方法以及相关性质。

可见，电路分析可以贯穿整个《线性代数》模块，与线性代数的教学紧密结合。通过学习，学生们加深了对电路分析的理解的同时，也扎实地掌握了线性代数知识及其应用。此案例也是高职院校公共基础课与专业课深度融合的一次实践。

5. 总结与展望

对于高职院校而言，增强公共基础课的应用性是一件有价值的工作，不仅能提升学生学习兴趣，还能丰富教学资源，变革学生的学习方式，提升学生的综合素质，对于应用型人才的培养也是十分有益的。从第 4 小节的实际案例可以看出，《线性代数》与专业课紧密结合是可行的，而且能取得不错的教学效果。当然，这也只是一点浅显的尝试，更多专业的深度融合还等着我们去挖掘。教学是教与学的过程，不仅学生在学，教师更应该学。对于课程的反思与思考是教师学习的重要过程。作为新时代的教师，我们要通过不停的实践、反思、改革创新的循环过程，切实提升教学质量，以适应时代的进步与学生的需求以及国家对人才的需求。在此也呼吁高职院校的老师，增强课程的应用价值，培养学生对知识的应用能力，以响应国家对应用型人才培养的需求。

基金项目

2023 年宁波职业技术学院校级教育教学改革研究项目(jg2023029)。

参考文献

- [1] 陈晓花. 民办院校基于应用型人才培养的线性代数分类教学改革实践与探索[J]. 秦智, 2024(1): 155-157.
<https://doi.org/10.20122/j.cnki.2097-0536.2024.01.049>
- [2] 郭琼. 应用型本科高校线性代数全英语课程建设探索[J]. 高教学刊, 2024, 10(2): 84-87.
<https://doi.org/10.19980/j.CN23-1593/G4.2024.02.020>
- [3] 任文丽, 尹秀玲, 刘耀斌. 后疫情时代基于雨课堂的混合式课堂教学创新应用能力提升实践——以线性代数课程为例[J]. 德州学院学报, 2023, 39(6): 98-101.
- [4] 冯雅欣. 线性代数理论在金融数据分析中的运用[J]. 支点, 2023(S1): 106-108.
- [5] 卜好萱. 线性代数教与学中面临的问题及改进方向[J]. 重庆电力高等专科学校学报, 2023, 28(S1): 75-78.
- [6] 张娅妮, 李雪芳. 《线性代数》课程教学改革的探索与研究[J]. 山西青年, 2023(24): 22-24.
- [7] 黄惠玲. Matlab 在高职线性代数教学中的应用研究[J]. 中阿科技论坛(中英文), 2020(9): 164-166.
- [8] 张晓妮. “三教”理念下的高职线性代数教学模式革新探究[J]. 现代职业教育, 2023(11): 121-124.
- [9] 江立辉, 陈秀, 张霞. “三全育人”背景下线性代数课程教学创新与实践[J]. 遵义师范学院学报, 2023, 25(6): 140-143.
- [10] 高娟娟, 段萍. 基于 BOPPPS 模型的线性代数混合式教学实践和探索[J]. 科技风, 2023(34): 58-60.
<https://doi.org/10.19392/j.cnki.1671-7341.202334020>
- [11] 张彬, 潘海军. 新工科背景下线性代数课程的教学改革与实践[J]. 科技风, 2023(34): 94-96.
<https://doi.org/10.19392/j.cnki.1671-7341.202334032>
- [12] 翁伯林. 高职本科班线性代数教学改革创新的一些思考[J]. 山西青年, 2021(12): 144-145.
- [13] 杨慧, 董连春, 冯杰. 民族院校工科民族班“线性代数”教学建议[J]. 教育教学论坛, 2023(47): 141-144.
- [14] 邱关源, 罗先觉. 电路[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2006: 20-22.