

主 - 被动源面波联合反演的浅地表结构成像方法研究

谭浩阳¹, 郑晶^{1,2}, 孙远¹, 陈昌彦³, 马龙³

¹中国矿业大学(北京)地球科学与测绘工程学院, 北京

²煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室, 北京

³北京市勘察设计研究院有限公司, 北京

收稿日期: 2023年7月18日; 录用日期: 2023年8月8日; 发布日期: 2023年8月18日

摘要

近年来, 随着城市发展, 人们开发城市地下空间的需求越来越大, 城市地下灾害隐患也越来越多。如何有效、高精度和高分辨率地获取城市地下空间结构受到了更多的关注。本文利用主被动源面波联合成像方法对城市浅地表地下空间结构进行了探测。通过主被动源面波频散曲线的拼接和自动拾取, 对某地下人行通道进行城市浅地表成像研究, 清晰显示出埋深9~20 m的低速异常体, 与实际资料中异常体位置高度吻合, 具有较高的分辨率, 为主被动源联合的面波探测方法在城市浅地表成像中的推广应用提供方法支持。

关键词

主被动源联合, 面波, 城市浅地表成像, 高分辨率

Study on Imaging Method of Shallow Surface Structure Based on Joint Inversion of Active and Passive Source Surface Waves

Haoyang Tan¹, Jing Zheng^{1,2}, Yuan Sun¹, Changyan Chen³, Long Ma³

¹School of Geosciences & Surveying Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing

²State Key Laboratory for Fine Exploration and Intelligent Development of Coal Resources, Beijing

³BGI Engineering Consultants Ltd., Beijing

Received: Jul. 18th, 2023; accepted: Aug. 8th, 2023; published: Aug. 18th, 2023

文章引用: 谭浩阳, 郑晶, 孙远, 陈昌彦, 马龙. 主-被动源面波联合反演的浅地表结构成像方法研究[J]. 地球科学前沿, 2023, 13(8): 821-834. DOI: 10.12677/ag.2023.138079

Abstract

In recent years, with the development of cities, people's demand for developing urban underground space is increasing, and the hidden dangers of urban underground disasters are also increasing. How to obtain urban underground spatial structure effectively, with high precision and high resolution has received more attention. In this paper, the combined imaging method of active and passive surface waves is used to detect the underground space structure of urban shallow surface. Through the splintering and automatic picking of surface wave dispersion curves of active and passive sources, the imaging research on urban shallow surface of an underground pedestrian passage is carried out, and the low-speed abnormal body with a buried depth of 9~20 m is clearly shown, which is highly consistent with the location of the abnormal body in the actual data, and has a high resolution. This method supports the promotion and application of the surface wave detection method combined with active and passive sources in urban shallow surface imaging.

Keywords

Active and Passive Source Combination, Surface Wave, Urban Shallow Surface Imaging, High Resolution

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着近年来人们对城市地下空间的开发与利用,地质活动、开发工程、管线泄漏等造成了城市地下灾害隐患,需要对其进行探查和预防;同时在对城市地下空间开发前也需要对其结构进行探查。这些都使城市地下空间成像得到越来越多学者的关注和研究,目前城市地下空间探测的常用地球物理方法主要有浅层地震、面波勘探、高密度电法、探地雷达等,各个方法都在不同的应用条件下有着较好的探测效果,但面波勘探方法以其抗干扰强、探测深度大、应用场景多、布设简单等优势得到了更广泛的应用。

为充分利用面波高阶模式波在横波速度成像上的优势,陈晓非院士团队近五年来在高阶模式面波理论、频散能谱生成及应用上开展了一系列的研究,并应用与城市浅地表探测,取得了丰硕的成果[1] [2] [3]。夏江海团队近年来对背景噪声成像在城市地下空间探测的应用也展开了多方面研究,多次应用于实际,并取得颇多成果[4] [5] [6] [7]。杨抗等采用线性观测方式的主被动源面波联合方法对城市地下空洞进行探测,成像结果与钻孔揭露结果较为吻合[8]。杨志等对相移法进行改进,引入低频聚焦因子,其具有在短接收排列上提取低频频散能量的优势。该方法显著改善了频散能量在低频端的聚焦性,扩展了可拾取的频带范围,增大了探测深度,缩短了计算频散能量所需的排列长度,提高了面波多道分析方法的横向分辨率[9]。秦建军等在成都地区通过模型试验提出了研究地区城市地下灾害探测的最佳观测系统,并标定了对地下疏松体频散图谱的判识标准[10]。Shao J 等利用光纤分布式声学传感(DAS)记录城市交通噪声数据,通过反演面波频散曲线获取了测线下方的近地表横波速度剖面,证明了 DAS 在城市交通噪声近地表成像的有效性[11]。代新雲等利用高密度电法和连续面波法相结合对达州市城区某道路进行地下病害体探测,对其加以钻探验证,能基本确定地下病害体的位置及规模情况,为城市地下病害体的治理提供理论依据[12]。本文采用主被动源面波联合成像方法,实现了主被动源面波联合频率自动拾取,对某地

下人行通道区域进行城市浅地表成像,清晰显示出埋深 9~20 m 的低速异常体,与实际资料中异常体位置高度吻合,误差小于 1 m,对 2 m 尺寸的异常体分辨良好,具有着较高的分辨率。

2. 研究方法

主被动源面波联合浅层成像流程如图 1 所示,具体步骤如下:

1) 根据主被动源面波联合浅层成像原理和研究区域实际情况,进行观测系统设计和优化。前往研究区完成观测系统布设和实际数据采集。

2) 数据采集完成后,对原始数据进行筛选,降噪,归一化等预处理,分析数据质量。

3) 采用 F-K 法拾取主动源面波频散曲线,对主动源面波数据进行 F-K 变换,得到主动源 F-K 谱,并根据波数 K 与相速度 V 转换关系得到主动源面波 F-V 谱。对 F-V 谱分频率归一化,避免某一频率范围内能量过大导致其他频率范围 F-V 谱分辨率过低的情况。

4) 为实现自动拾取主被动源面波联合频率,对各频率下不同面波相速度对应能量幅值求取均值,观察分析不同能量收敛程度下均值的大小。设定阈值,若能量均值超过阈值则认为该频率下能量逸散,无法拾取频散曲线,将对应频率下 F-V 谱去除,实现主被动源面波联合频率求取和主动源 F-V 谱剪切的自动化。对剪切后主动源 F-V 谱各频率下能量最强点进行拾取,得到主动源频散曲线。

5) 采用空间自相关法拾取被动源面波频散曲线,以联合频率为上限,求取被动源面波自相关系数,拟合零阶贝塞尔函数,拾取被动源频散曲线。

6) 联合主被动源面波频散曲线,根据频率、面波相速度、波长关系由频散曲线求得不同速度面波波长,以半波长作为探测深度,可求得 H-V 曲线。

7) 为得到高质量初始模型,将目标深度内地层均匀划分为若干层,以各层范围内 H-V 曲线平均速度作为该层速度,得到后续反演所需初始模型。

8) 对频散曲线进行最小二乘反演,将反演结果与实际资料进行对比,计算误差,以验证该方法的精度和分辨率。

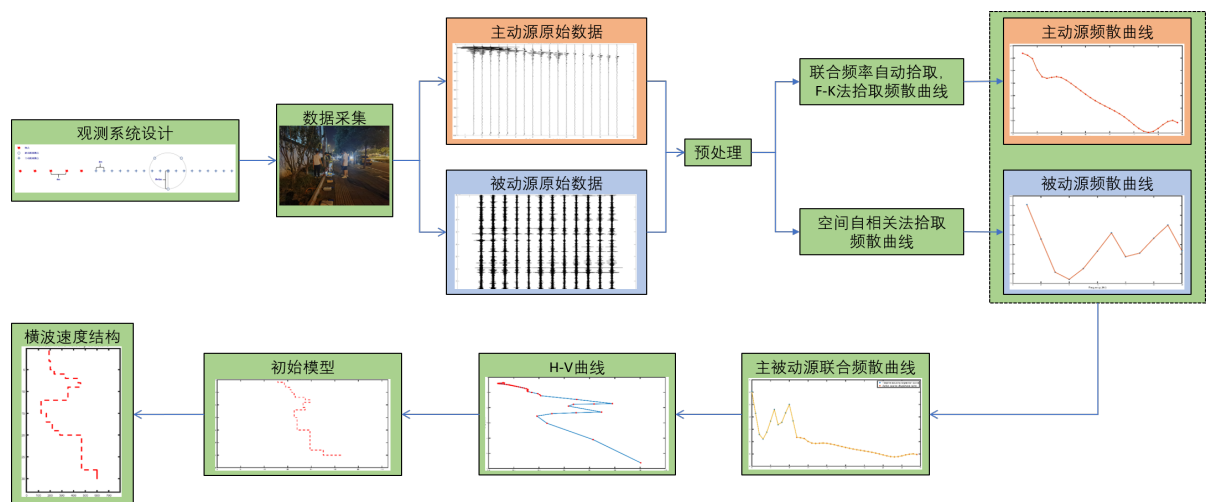


Figure 1. Combined imaging flow chart of active and passive source surface waves

图 1. 主被动源面波联合成像流程图

3. 观测系统设计

本文采用多道瞬态面波分析法和空间自相关法的联合观测系统,即线性观测阵与同心圆观测阵嵌套

观测系统，以达到主被动源面波数据同时采集的目的，并前往研究区进行实际调查，结合研究区实际情况和探测目的深度设定观测系统的炮检距，道间距，同心圆半径等参数。

研究区俯视图如图 2 所示，研究区紧邻主干道辅路，受场地限制，只可在人行道和绿化带范围进行检波器布设，经过实地测量，该研究区允许布设线性测线最大长度 34 m，圆形观测阵列最大半径 5 m。研究区地下人行道施工图纸如图 3 所示，红圈位置为观测点，测线走向与人行道走向垂直，图中可见观测点下方约 9~11 m 存在地下管线结构，约 12~20 m 为地下人行道，两者间距不足 1 m。因此观测系统目的深度应大于 20 m，故设定探测目表深度为 25 m。

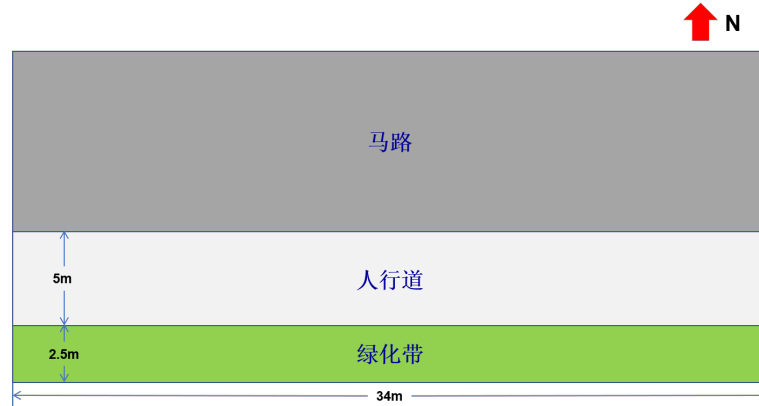


Figure 2. Top view of the study area
图 2. 研究区俯视图

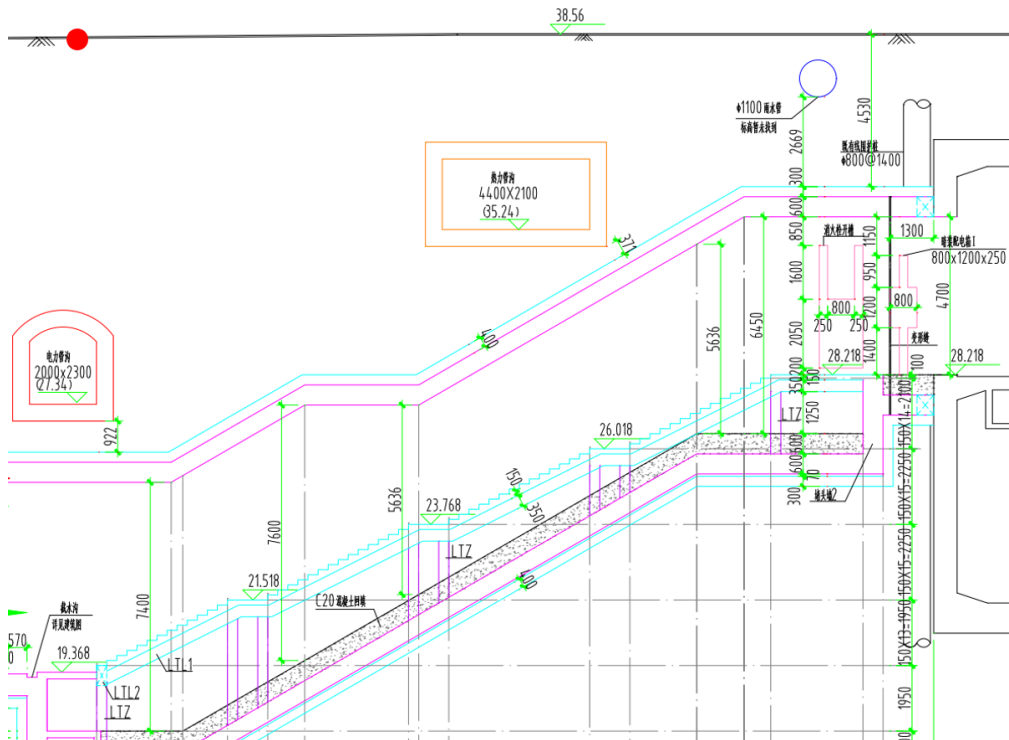


Figure 3. Construction drawing of underground pedestrian passage in research area
图 3. 研究区地下人行道施工图纸

根据经验公式,空间自相关法的同心圆观测阵探测深度约为同心圆半径的 3~5 倍[13],场地限制最大半径为 5 m,满足探测目标深度要求,故设定半径为 5 m;主动源测线在场地限制内设置最长长度 34 m,观测点 18 个,道间距 2 m,以避免观测点数过低降低探测精度[14],设定炮点 5 个,炮间距为 4 m,最小炮检距 4 m,最大炮检距 20 m。最终设计观测系统如图 4 所示,观测系统实际布设和数据采集现场如图 5 所示。

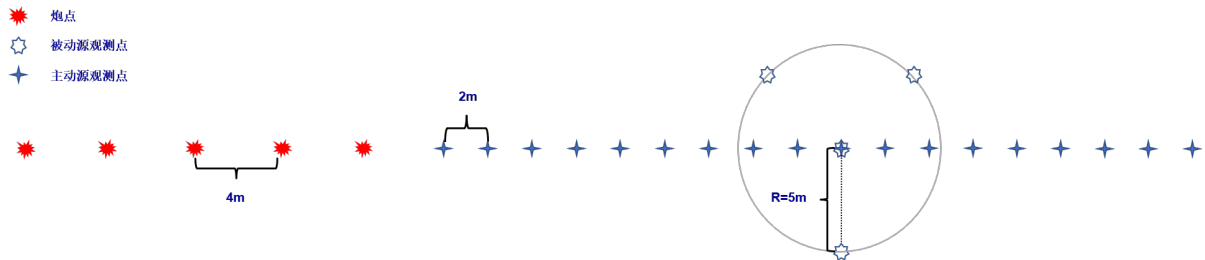


Figure 4. Active and passive source surface wave joint observation system

图 4. 主被动源面波联合观测系统



Figure 5. Observation system layout and data acquisition site

图 5. 观测系统布设及数据采集现场

4. 数据处理

4.1. 主动源面波数据处理

对主动源面波原始数据进行筛选, 降噪, 归一化等预处理, 分析数据质量, 本文采用频率 - 波数法求取主动源面波 F-V 谱, 该方法通过二维傅里叶变换将主动源面波数据由时间 - 空间域 $g(t, x)$ 转换至频率 - 波数域 $G(\omega, k)$, 转换关系如公式(1)所示[15]:

$$G(\omega, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, x) e^{-j(\omega t + kx)} dt dx \quad (1)$$

上式得到主动源面波的频率 - 波数谱, 利用波数与相速度转换关系继续计算, 如公式(2)所示[15]:

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{v} \quad (2)$$

其中 k 为波数, f 为频率, v 为相速度。从而得到主动源面波数据的 F-V 谱, 并对其进行分频率归一化, 避免某一频率范围内能量过大导致其他频率范围内能量分辨率过低的情况。

为实现主被动源面波频散曲线联合频率的自动求取, 本文对各频率下不同面波相速度对应的能量大小求取均值, 对比分析不同能量收敛程度下的均值大小, 设定分辨能量是否足够收敛来拾取频散曲线的阈值。若均值超过阈值则认为该频率下能量逸散, 无法拾取频散曲线, 予以去除, 以达到自动求取主被动源频散曲线拼接频率以及裁剪主动源 F-V 谱的目的。由于该方法建立在将各频率下能量归一化的基础上, 理论上其具有良好的泛用性。

将该方法应用于上文求得的主动源面波 F-V 谱, 自动判定 17 Hz 为主被动源面波频散曲线联合频率, 将低于 17 Hz 的主动源面波 F-V 谱剪切去除(如图 6 所示)。

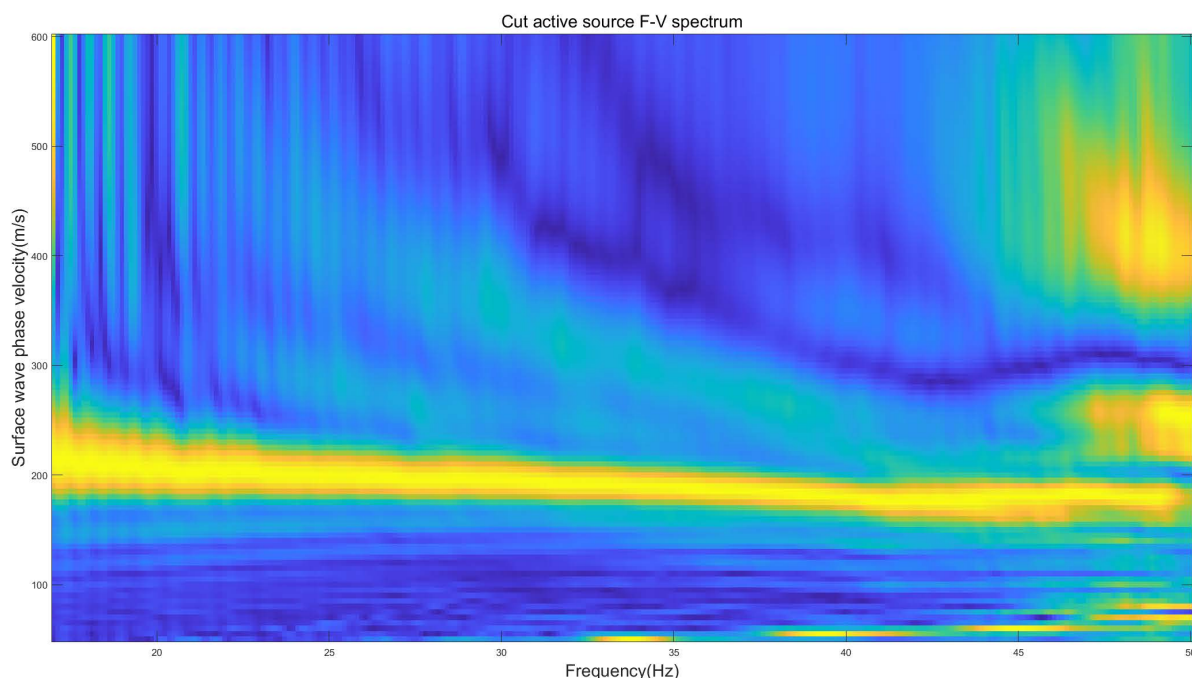


Figure 6. Active source F-V spectrum shear results

图 6. 主动源 F-V 谱剪切结果

对剪切后主动源 F-V 谱各频率下能量最强点进行拾取, 如图 7 所示, 得到主动源频散曲线。

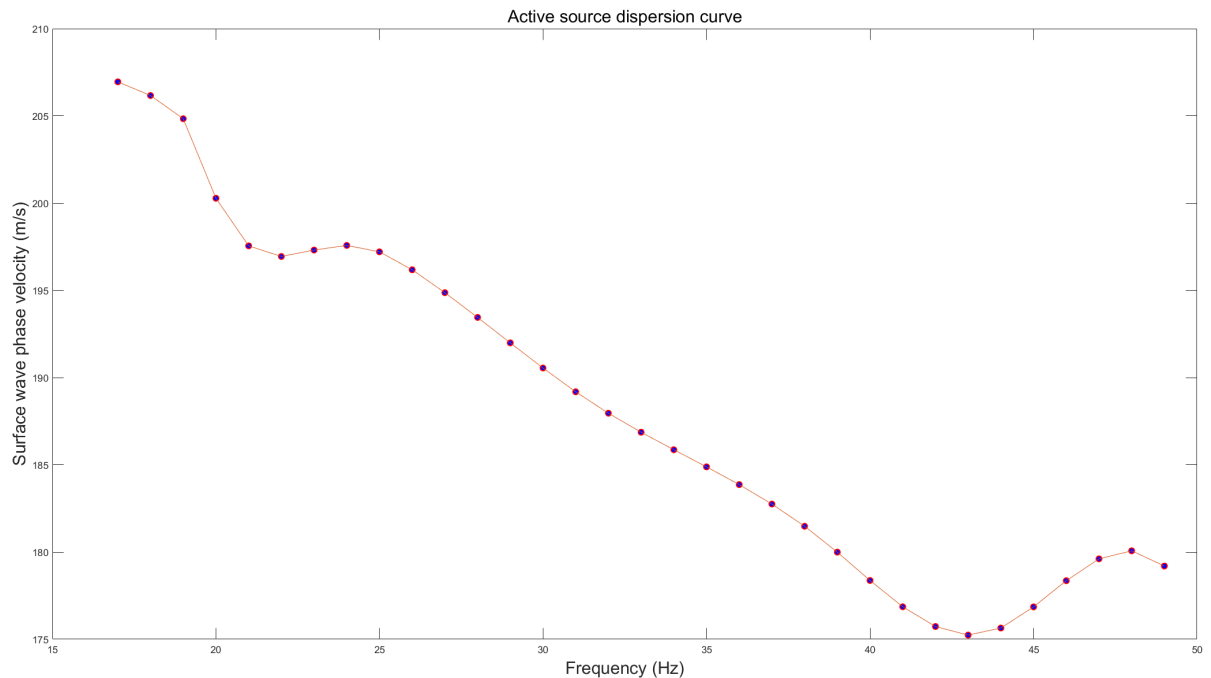


Figure 7. Active source dispersion curve
图 7. 主动源频散曲线

4.2. 被动源面波数据处理

被动源面波数据采用空间自相关法进行处理, 该方法由日本著名地震学家 Aki 在 1957 年提出[16], 他的理论奠定了该方法在未来的发展, 其中最为核心的有两部分, 分别为:

- 1) 随机振动在时空上具有稳定性;
- 2) 陆地的表面波动会进行频散性的传播。Aki 通过计算推导得出了在一维和二维条件下的面波频散曲线的计算公式[15]。

一维条件下, 假设角频率为 ω_0 , 则在此方位的相速度 $c(\omega_0)$ 与空间自相关系数满足公式(3)。

$$\rho(\delta, \omega_0) = \cos\left(\frac{\omega_0 \delta}{c(\omega_0)}\right) \quad (3)$$

式中: δ 表示两检波器之间的距离。

公式(3)成立的条件是震源严格位于同一直线, 但是在实际工作中无法得到震源的位置分布情况, 因此 Aki 研究得出了在二维条件下计算频散曲线的方法, 该方法具有更好的实用性, 计算公式如公式(4)所示:

$$\bar{\rho}(r, \omega_0) = J_0\left(\frac{\omega_0}{c} r\right) \quad (4)$$

以上公式是在震源分布方式为随机分布的前提下求得的, 其中: J_0 表示第一类零阶贝塞尔函数, $\bar{\rho}$ 表示方位平均之后的空间自相关系数, r 代表两个检波点之间的距离, c 表示瑞雷面波的相速度, ω_0 代表角频率。但在实际采集工作当中, 随机震源的分布方式往往为不均匀分布, 为保证采集微动信号记录的质量, 学者们进行了许多实验和研究, 寻找减弱甚至是消除随机震源不均匀分布的影响, 最终得到了将观测系统设计为圆形台阵的方法。

空间自相关方法的观测系统设计一般为圆形台阵, 检波器数量至少为四个, 其中圆心布设一个检波

器，其余三个均匀分布在以某一特定半径的圆上，形成等边三角形的形状，半径的取值取决于目标探测深度，计算方法前文已有介绍。本研究需要快速傅里叶变换求功率谱和互功率谱，具体如下方公式所示，对每个台站微动信号记录进行此步处理，计算过程如公式(5)~(7)所示[2]：

$$S(r, \theta, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{1,2}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5)$$

$$S(0, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{1,1}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (6)$$

$$S(r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{2,2}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (7)$$

式中： $R_{1,2} = \sum \mu_0(t) \mu_r(t+\tau)$ ， $R_{1,1} = \sum \mu_0(t) \mu_0(t+\tau)$ ， $R_{2,2} = \sum \mu_r(t) \mu_r(t+\tau)$ ， $S(r, \theta, \omega)$ 为圆心台站与半径为 r 的圆上某一台站的互功率谱，其中 μ_0 为圆心点处台站的微震记录， μ_r 为半径为 r 的圆上所布设台站的微震记录， $S(0, \omega)$ 为圆心点台站记录的自功率谱， $S(r, \omega)$ 为半径 r 的圆上一台站记录的自功率谱。空间自相关函数可以用得到的功率谱表示如公式(8)所示[17]：

$$\rho(r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\text{Re}[S(r, \theta, \omega)]}{\sqrt{S(0, \omega)S(r, \omega)}} d\theta \quad (8)$$

下一步便是将所有位于同一圆形上的检波器采集数据求得的自相关系数进行方位平均，获得该圆形台阵微动信号记录的自相关系数。

根据 Aki 的理论假设，微动台阵记录的空间自相关系数可以用第一类零阶贝塞尔函数表示，如公式(9)所示：

$$\rho(r, f) = J_0\left(\frac{2\pi f}{c(f)} r\right) \quad (9)$$

式中， $c(f)$ 是频率 f 对应的瑞雷波相速度， r 代表台站之间的距离， J_0 为第一类零阶贝塞尔函数， f 代表频率， ρ 为方位平均后的自相关系数。

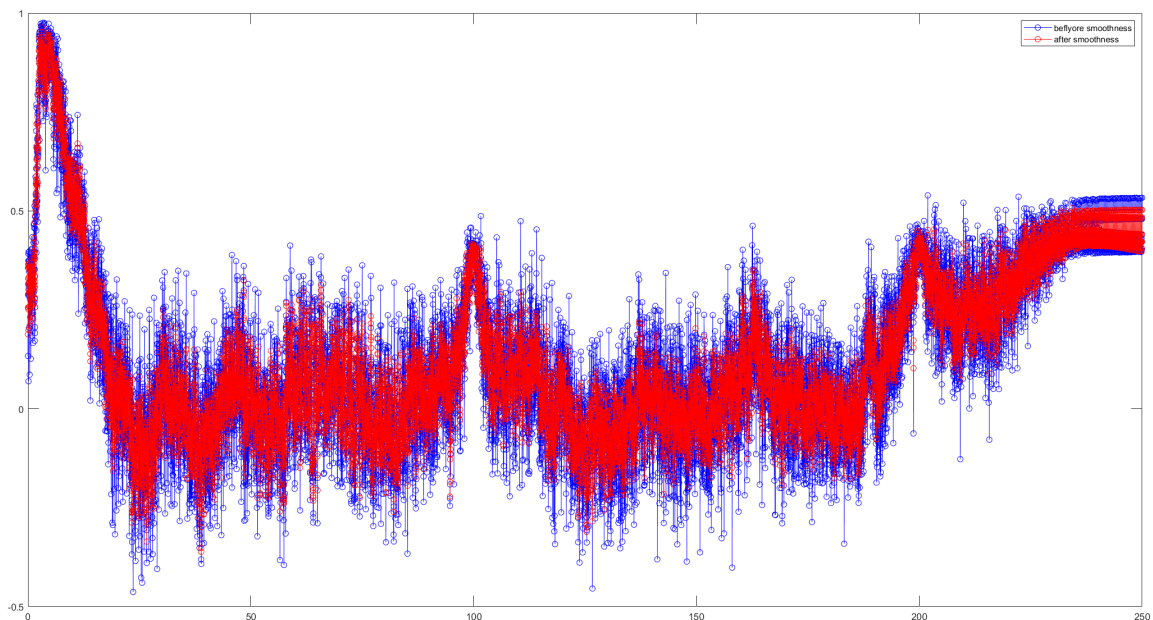


Figure 8. Autocorrelation coefficient
图 8. 自相关系数

以上文得到的主被动源面波频散曲线合并频率 17 Hz 为上限, 求取被动源面波数据自相关系数并做平滑处理, 如图 8 所示。将自相关系数与第一类零阶贝塞尔函数进行拟合, 根据拟合残差极小点拾取被动源频散曲线, 如图 9 所示, 得到被动源频散曲线。

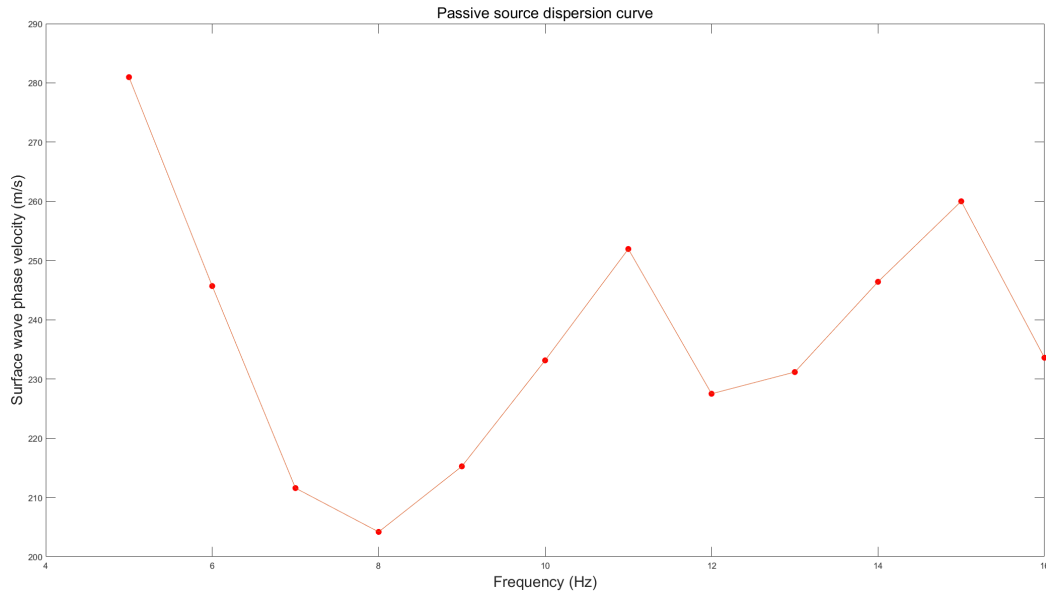


Figure 9. Passive source surface wave dispersion curve

图 9. 被动源面波频散曲线

4.3. 主被动源联合反演

将上文得到的主被动源频散曲线进行联合, 得到 0~50 Hz 范围的主被动源面波联合频散曲线, 如图 10 所示。

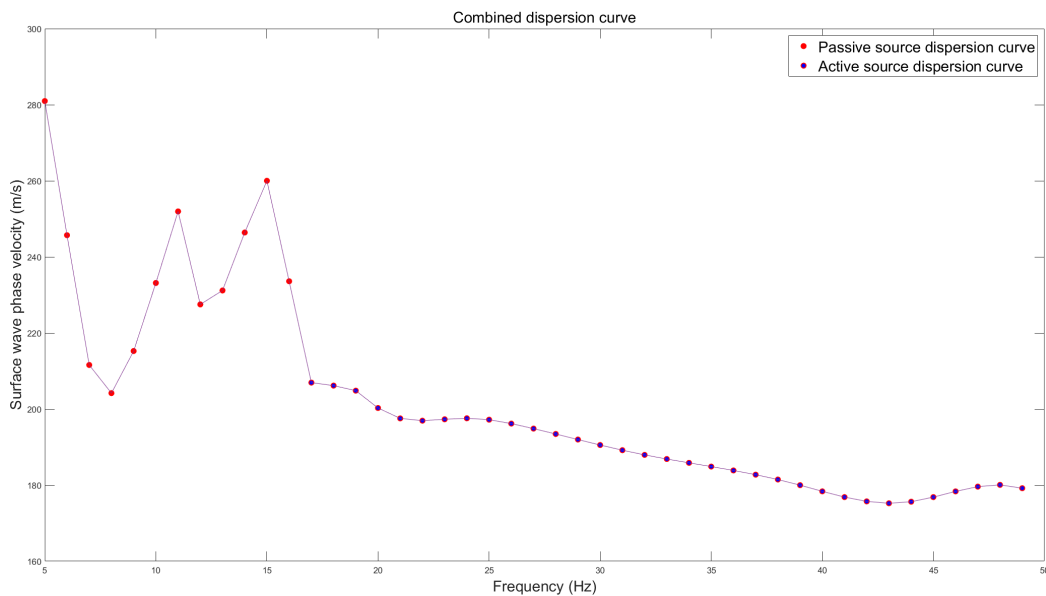


Figure 10. Combined dispersion curve of active and passive source surface waves

图 10. 主被动源面波联合频散曲线

为得到后续反演所需的初始模型，还需进一步建立相速度与穿透深度的关系。波长、频率和相速度存在如公式(10)所示关系[18]:

$$\lambda_R = V_R / f \tag{10}$$

式中 λ_R 为面波波长， V_R 为面波相速度， f 为频率。

一般认为面波的穿透深度为其半波长[19] [20]，即公式(11)所示关系:

$$H = \lambda_R / 2 \tag{11}$$

按公式(9)和公式(10)计算可由频散曲线得到 H-V 曲线，结算结果如图 11 所示。

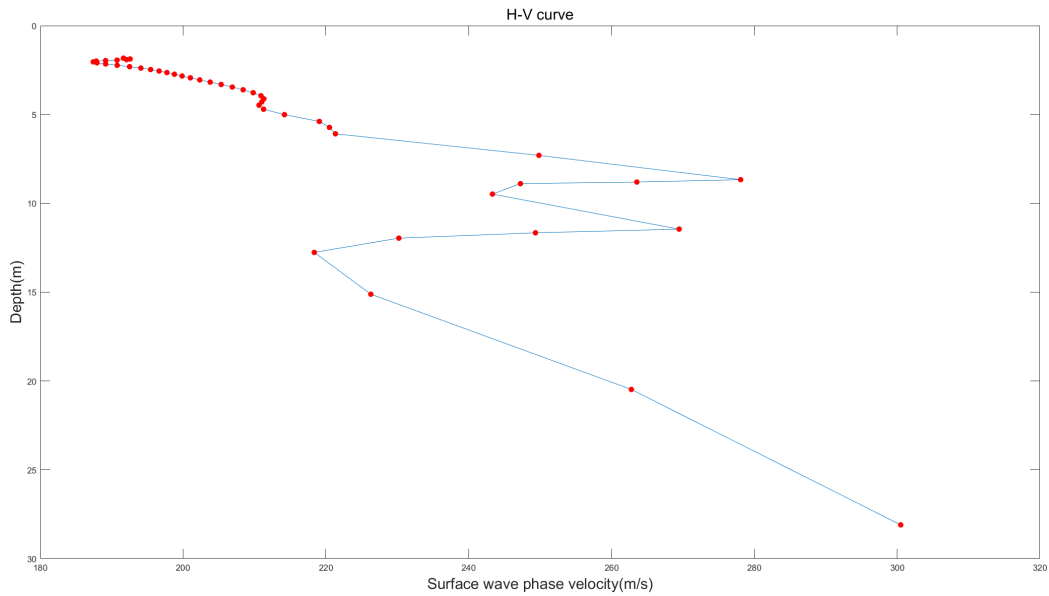


Figure 11. H-V curve
图 11. H-V 曲线

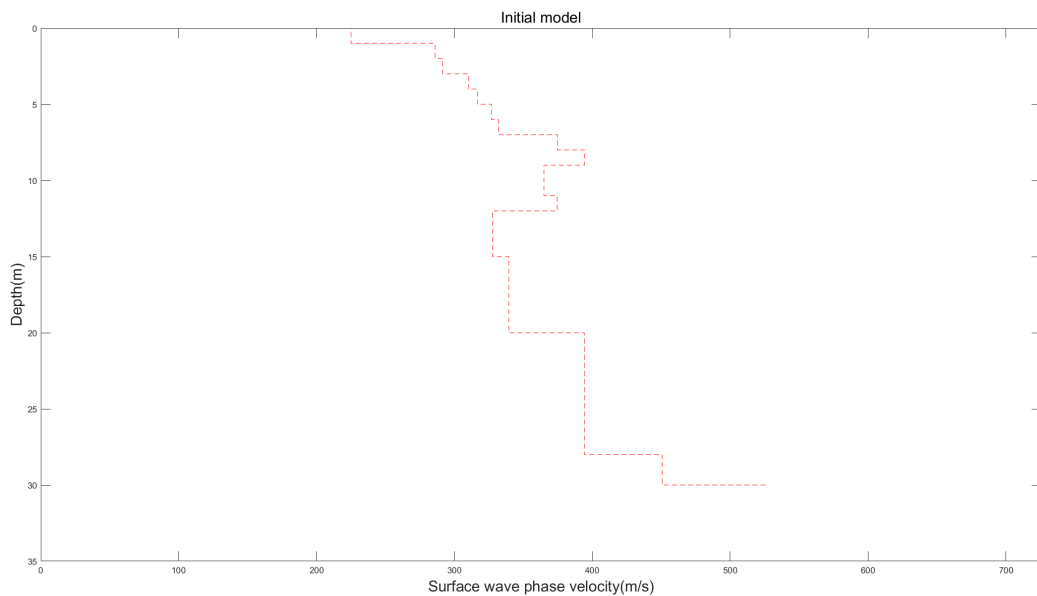


Figure 12. Initial model
图 12. 初始模型

将深度 0~30 m 的地层均匀分为 30 层，每层 1 m，按层对 H-V 曲线进行平均，得到后续反演所需初始模型，如图 12 所示。

本文采用最小二乘法进行反演，将上文得到的频散曲线和初始模型输入，如图 13 所示，经过 31 次迭代，拟合误差达到最小值且趋于稳定，为 2.94%，误差较小；频散曲线拟合结果如图 14，可以看出拟合结果与实际频散曲线较吻合。

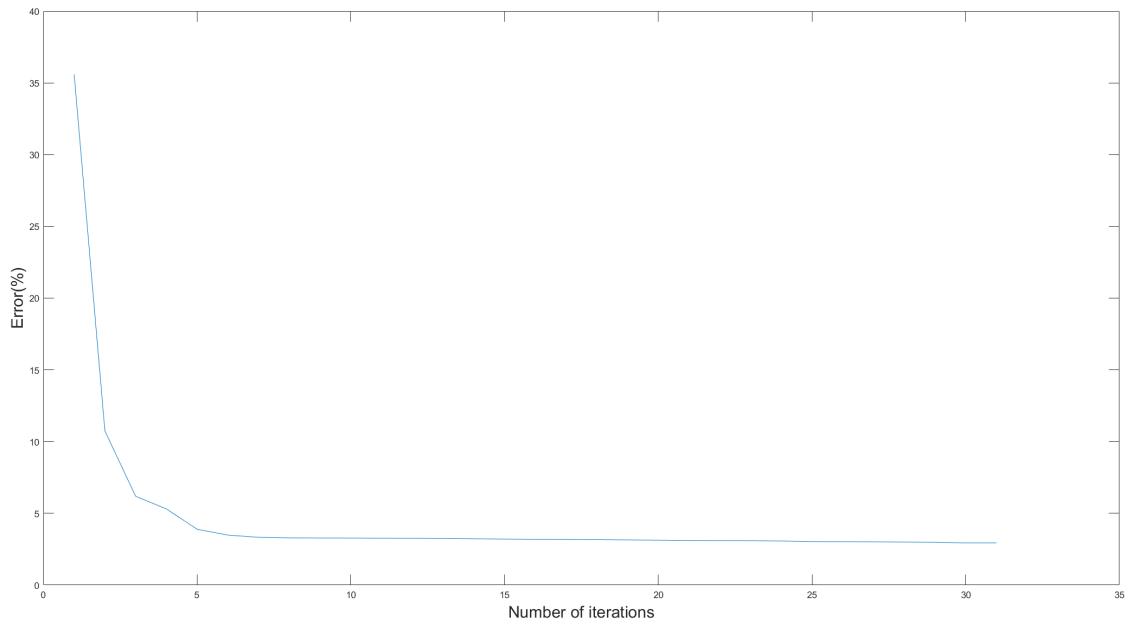


Figure 13. Iterative error variation

图 13. 迭代误差变化

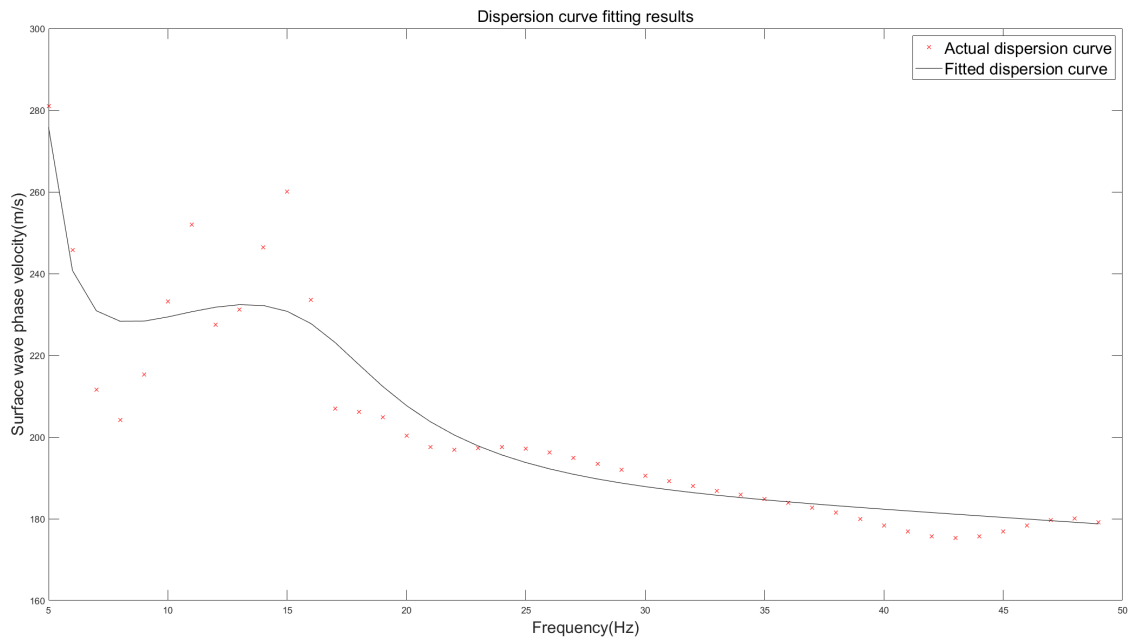


Figure 14. Dispersion curve fitting results

图 14. 频散曲线拟合结果

最后如图 15 所示, 将主被动源面波联合成像得到的横波速度结构与前文展示的地下人行道施工图纸进行比对, 图中左侧为反演结果, 右侧为施工图纸, 褐色虚线为对比辅助线。可以看出横波速度结构所显示的低速异常体顶板位于地下 9 m 处, 底板位于地下 20 m 处, 在 12 m 深度处出现横波速度跳跃式下降, 故可分为两部分, 以 12 m 为分界点; 图纸显示观测点下方约 9~11 m 存在地下管线结构, 约 12~20 m 为地下人行道, 两者间距不足 1 m。由于管线结构内存在内容物, 并非空洞, 而地下人行通道可视为空洞, 理论上管线结构对应横波速度应大于地下人行通道对应横波速度, 该情况与成像结果高度吻合, 且各对应位置误差小于 1 m, 且对埋深 9~11 m 的 2 m 尺寸地下管线异常体分辨良好, 可证明主被动源面波联合成像方法具有着较高的垂向分辨率。

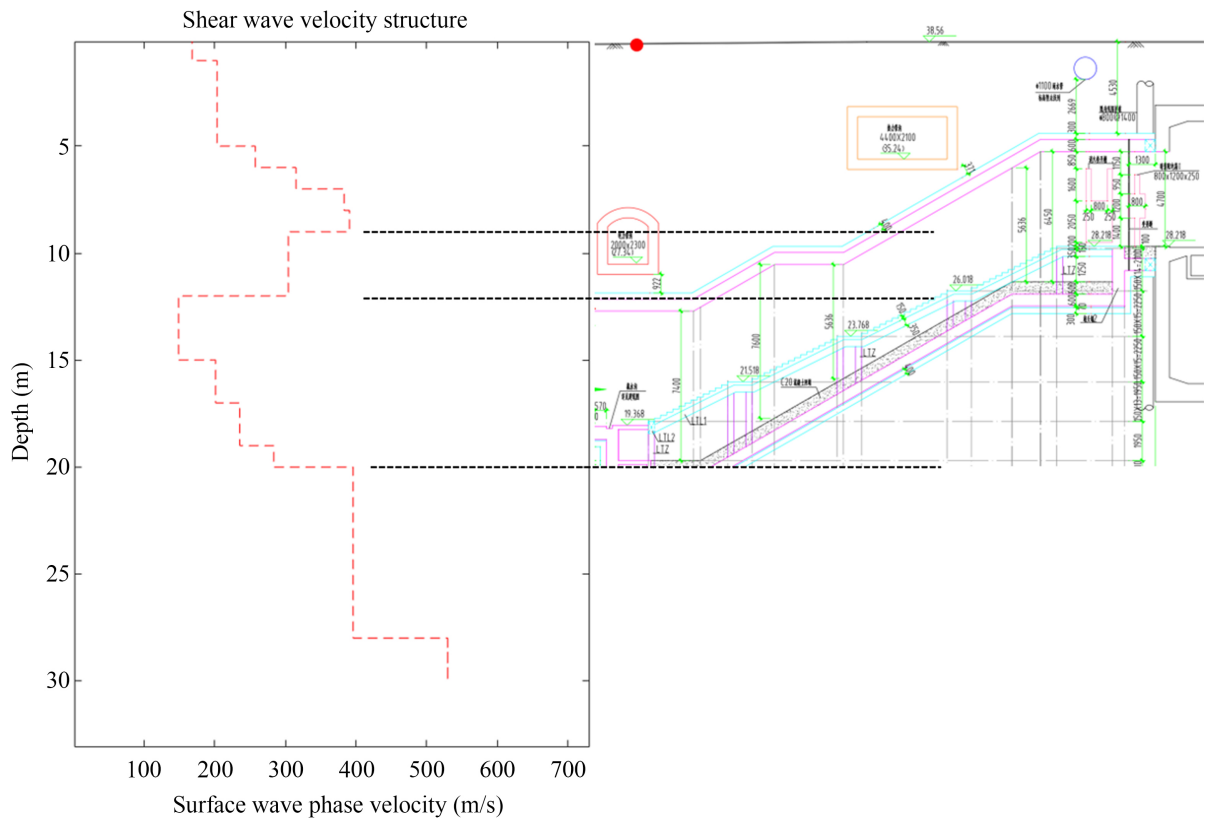


Figure 15. Comparison between the surface wave imaging results of active and passive sources and the actual data

图 15. 主被动源面波浅层成像结果与实际资料对比图

5. 结论

本文将主被动源面波联合成像方法实际应用于某地下人行道区域, 开展浅地表成像研究, 得到以下结论:

1) 实现了主被动源面波频散曲线联合频率的自动拾取, 为主被动源面波联合反演的自动化提供了方法支持。

2) 将成像结果与实际地下人行通道施工图纸进行比对, 发现主被动源面波联合反演的浅地表结构成像方法所得横波速度结构与实际地下结构高度吻合, 误差小于 1 m, 对 2 m 尺寸的地下异常体分辨良好, 证明了该方法具有较高的垂向分辨率, 在城市浅地表探测领域有着较高的应用价值, 为主被动联合的面波探测方法在城市浅地表成像的推广应用提供了方法支持。

致 谢

感谢北京市勘察设计研究院有限公司提供实际资料。

基金项目

国家重点研发计划(项目编号: 2021YFC3090302);
北京市自然科学基金资助项目(项目编号: 8232012);
中央高校基本科研业务费资助(项目编号: 2021JCCXDC02);
煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室开放基金资助(项目编号: SKLCRSM21LH01)。

参考文献

- [1] 李雪燕, 陈晓非, 杨振涛, 等. 城市微动高阶面波在浅层勘探中的应用: 以苏州河地区为例[J]. 地球物理学报, 2020, 63(1): 247-255.
- [2] 赵雪然. 城市地下空间勘探中的微动技术研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2020.
- [3] 苏悦, 杨振涛, 杨博, 赵亮. 基于矢量波数变换法的主动源瑞雷波多模式提取方法在近地表地层结构探测中的应用研究[J]. 北京大学学报(自然科学版), 2020, 56(3): 427-435.
- [4] 周长江, 夏江海, 张鸿宇, 等. 短时密集台阵三维横波速度成像在城市地下空间探测中的应用[C]//中国地球物理学会, 中国地震学会, 全国岩石学与地球动力学研讨会组委会, 中国地质学会构造地质学与地球动力学专业委员会, 中国地质学会区域地质与成矿专业委员会. 2019 年中国地球科学联合学术年会论文集(十八)——专题 46: 环境地球物理技术应用与研究进展、专题 47: 浅地表地球物理进展、专题 48: 现代工程地球物理技术进展与应用: 2019 年卷. 北京: 中国和平音像电子出版社, 2019: 49-51.
- [5] 庞景尹, 夏江海, 周长江, 陈鑫华. 浅地表 MAPS 方法与双台法面波频散成像对比[C]//中国地球物理学会, 中国地震学会, 全国岩石学与地球动力学研讨会组委会, 中国地质学会构造地质学与地球动力学专业委员会, 中国地质学会区域地质与成矿专业委员会. 2020 年中国地球科学联合学术年会论文集(十七)——专题四十九: 浅地表地球物理进展、专题五十: 地球物理多场数据融合及其在水文地质研究中的应用、专题五十一: 城市地下介质成像和探测: 2020 年卷. 北京: 北京伯通电子出版社, 2020: 156.
- [6] 席超强, 夏江海, 宓彬彬, 等. 城市环境高频背景噪声多分量面波频散分析[C]//中国地球物理学会, 中国地震学会, 全国岩石学与地球动力学研讨会组委会, 中国地质学会构造地质学与地球动力学专业委员会, 中国地质学会区域地质与成矿专业委员会. 2020 年中国地球科学联合学术年会论文集(十七)——专题四十九: 浅地表地球物理进展、专题五十: 地球物理多场数据融合及其在水文地质研究中的应用、专题五十一: 城市地下介质成像和探测: 2020 年卷. 北京: 北京伯通电子出版社, 2020: 159.
- [7] 宓彬彬, 夏江海. 城市地下空间高频背景噪声面波成像[C]//中国地球物理学会, 中国地震学会, 全国岩石学与地球动力学研讨会组委会, 中国地质学会构造地质学与地球动力学专业委员会, 中国地质学会区域地质与成矿专业委员会. 2020 年中国地球科学联合学术年会论文集(十七)——专题四十九: 浅地表地球物理进展、专题五十: 地球物理多场数据融合及其在水文地质研究中的应用、专题五十一: 城市地下介质成像和探测: 2020 年卷. 北京: 北京伯通电子出版社, 2020: 181-182.
- [8] 杨杭, 李宇, 杨智, 等. 主被动源面波探测城市地下空洞[C]//中国地球科学联合学术年会. 2021 年中国地球科学联合学术年会论文集(七)——专题十九 环境与灾害地球物理检测和监测的前沿技术与先进装备研究进展、专题二十 城市地下介质成像和探测、专题二十一 现代工程地球物理技术进展与应用: 2021 年卷. 北京: 北京伯通电子出版社, 2021: 114-117.
- [9] 杨智, 李宇, 赵飞, 卫红学, 管建博, 靳朝彬, 赵猛. 面波多道分析法精细探测浅部煤层采空区应用研究[J]. 矿业科学学报, 2022, 7(1): 113-122.
- [10] 奉建军, 林元铖, 周斌. 瑞雷面波法城市地下病害检测的研究与应用[C]//中冶建筑研究总院有限公司. 2022 年工业建筑学术交流会议论文集: 2022 年卷. 北京: 工业建筑杂志社, 2022: 853-857.
- [11] Shao, J., Wang, Y.B., Zheng, Y.K., et al. (2022) Near-Surface Characterization Using Urban Traffic Noise Recorded by Fiber-Optic Distributed Acoustic Sensing. *Frontiers in Earth Science*, **10**, Article 943424. <https://doi.org/10.3389/feart.2022.943424>
- [12] 代新雲, 刘德兵, 王泽均, 潘小松. 高密度电法和连续面波法在城市地下病害体探测中的应用[J]. 资源信息与工

- 程, 2022, 37(2): 56-59.
- [13] Okada, H. (2006) Theory of Efficient Array Observations of Micro-Tremors with Special Reference to the SPAC Method. *Exploration Geophysics*, **59**, 73-85. <https://doi.org/10.1071/EG06073>
- [14] 姜福豪, 李培明, 张翊孟, 闫智慧, 董烈乾. 多道面波频散分析在实际大炮数据中的应用[J]. 石油地球物理勘探, 2018, 53(1): 17-24+46.
- [15] 李建宁. 主被动源面波联合勘探应用研究[D]: [硕士学位论文]. 淮南: 安徽理工大学, 2018.
- [16] Aki, K. (1957) Space and Time Spectra of Stationary Stochastic Waves, with Special Reference to Microtremors. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, **35**, 415-456.
- [17] Asten, M.W. (2006) on Bias and Noise in Passive Seismic Data from Finite Circular Array Data Processed Using SPAC Methods. *Geophysics*, **71**, 153-162. <https://doi.org/10.1190/1.2345054>
- [18] 沈鸿雁, 李庆春, 严月英, 等. 多道瞬态面波相速度分析[J]. 石油物探, 2016, 55(5): 692-702.
- [19] Heukelom, W. and Foster, C.R. (1962) Dynamic Testing of Pavements. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, **127**, 425-450. <https://doi.org/10.1061/TACEAT.0008420>
- [20] Abbiss, C.P. (1981) Shear Wave Measurements of the Elasticity of the Ground. *Géotechnique*, **31**, 91-104. <https://doi.org/10.1680/geot.1981.31.1.91>