

# Performance Analysis of TAS/STBC Systems over Correlated Rayleigh Fading Channels

Lingwei Xu

Department of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao  
Email: [gaomilaojia2009@163.com](mailto:gaomilaojia2009@163.com)

Received: Mar. 28<sup>th</sup>, 2014; revised: Apr. 27<sup>th</sup>, 2014; accepted: May 6<sup>th</sup>, 2014

Copyright © 2014 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The average symbol error probability (ASEP) of multiple-input multiple-output (MIMO) systems employing transmit antenna selection (TAS) and orthogonal space-time block code (OSTBC) over correlated Rayleigh fading channels is considered. We first derive the correlation coefficients between two antenna elements as a function of the antenna spacing, the standard deviation of the power azimuth spectrum (PAS) and the mean angle of arrival (AOA) for the truncated Laplacian model, which is appropriate for indoor channels. Then we introduce the correlation matrix, and establish a correlated channel model. Based on the equivalent scalar additive white Gaussian noise (AWGN) channel approach, the exact form expressions of the signal-to-noise ratio (SNR) at the receiving end are derived. The system performance under different conditions was evaluated through numerical simulations. Numerical results show that: the ASEP performance is affected by the spatial correlation, which varies according to the antenna spacing, PAS standard deviation and mean AOA.

## Keywords

Transmit Antenna Selection, Orthogonal Space Time Block Code, Correlated Rayleigh Fading Channels, Average Symbol Error Probability

---

# TAS/STBC系统在相关Rayleigh信道下的性能分析

徐凌伟

中国海洋大学信息科学与工程学院, 青岛  
Email: [gaomilaojia2009@163.com](mailto:gaomilaojia2009@163.com)

收稿日期: 2014年3月28日; 修回日期: 2014年4月27日; 录用日期: 2014年5月6日

## 摘要

针对相关Rayleigh信道, 研究了使用发射天线选择(TAS)和正交空时分组码(OSTBC)的多输入多输出(MIMO)系统的平均符号误码率(ASEP)性能。首先采用了非常适合室内信道的Laplacian模型, 得到了两个天线之间的相关系数, 它是天线间隔, 功率方位角谱(PAS)的标准差和平均到达角(AOA)三者的函数。然后引入了相关矩阵, 建立了TAS/STBC系统的相关信道模型, 基于等效的标量加性高斯白噪声(AWGN)信道的方法, 得到了系统在接收端信噪比的表达式。最后对不同条件下的系统的平均符号误码率(ASEP)性能做了仿真, 仿真结果表明: TAS/STBC系统的ASEP性能受到空间相关性的影响, 尤其是天线间隔, 功率方位角谱(PAS)的标准差和平均到达角(AOA)三者的影响。

## 关键词

发射天线选择, 正交空时分组码, 相关Rayleigh信道, 平均符号误码率

## 1. 引言

在多径衰落环境中, 多输入多输出(MIMO)技术使用多个发送天线和接收天线可以显著提高系统的容量和改善无线传输链路的质量而不增加系统的带宽[1]。MIMO 技术已经成为无线通信领域的研究热点, 尤其在信道相关的测量、建模和信道编码方面有了广泛的学术成果[2]-[4], 受到越来越多的关注。空时编码(STBC)就是利用 MIMO 技术有效地实现了空间分集, 尤其正交空时分组码(OSTBC)以较低的译码复杂度获得了完全的分集增益。然而, 典型的 MIMO 系统中发射机和接收机同时使用所有的天线发射和接收, 这就要求使用与天线一样多的射频链路, 大大增加了系统的硬件成本, 而且空时编码、检测译码等信号处理的复杂度也会大幅度提高。发射天线选择(TAS)技术由于用相对较少的收发射频链路支持较多的天线, 大幅削减了硬件成本, 并且降低了信号处理的复杂度, 因此引起人们极大的关注。文献[5]利用 TAS 和 STBC 的优点, 提出了 TAS/STBC 方案, 选择两根发射天线的系统称为 TAS/Alamouti。文献[6]-[8]利用矩生成函数(MGF)的方法, 研究了相互独立的瑞利衰落信道上采用 TAS/Alamouti 方案和相干检测的 BFSK、M 进制相移键控(MPSK)和方形 M 进制正交幅度调制(MQAM)的平均符号误码率(ASEP)的精确闭合表达式及其性能上限。文献[9]进一步分析了在相互独立的 Nakagami-m 信道下发射端选择两根和三根天线时 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能。

但是上述文献的工作主要是研究独立信道下的 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能。在实际的物理信道中, 往往没有丰富的散射环境。同时, 由于天线分布、天线间距、波达方向和角度扩展等因素的影响, 衰落信道之间往往是相关的, 信道的相关性会影响 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能。本文正是针对这个问题, 研究了 TAS/STBC 系统在相关 Rayleigh 信道下的性能。首先, 我们采用了非常适合室内信道的 Laplacian 模型, 得到了两个天线之间的相关系数, 它是天线间隔, 功率方位角谱(PAS)的标准差和平均到达角(AOA)三者的函数。然后我们从独立的 Rayleigh 信道开始, 引入了相关矩阵, 建立了相关 Rayleigh 信道模型; 最后, 我们利用建立的相关信道模型, 利用文献[10]中的方法, 将 TAS/STBC 系统的相关矩阵信道等效成一个标量加性高斯白噪声(AWGN)信道, 推导出了系统在接收端信噪比的表达式, 并对不同条件下的

ASEP 性能做了数值仿真,验证了分析结果的正确性,为 TAS/STBC 系统设计提供有效的理论分析工具。

## 2. 系统模型

下面我们对 TAS/STBC 系统进行说明,图 1 是 TAS/STBC 系统的发射机框图,图 2 是 TAS/STBC 系统的接收机框图。

假设 TAS/STBC 系统有  $K$  根发射天线,  $M$  根接收天线。我们假设接收端可以获得理想信道状态信息(CSI),发射端未知信道信息,接收端根据 CSI 从  $K$  个发射天线中选择使接收信噪比(SNR)最大的  $N$  根发射天线进行 STBC 编码,每次信道使用的总发射功率  $E_s$  在选定的  $N$  个天线上平均分配。输入的信息序列经过调制后,生成  $S$  个符号,经 STBC 编码后在  $T$  个时隙内由选择出的  $N$  个天线发射出去。每对天线之间的无线信道是相互独立的,独立 Rayleigh 信道的矩阵  $\mathbf{H}$  可以表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & \cdots & h_{M,N} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中元素  $h_{ij}$  表示发射天线  $j$  到接收天线  $i$  的复路径增益,服从 Rayleigh 分布。

接收端的信号可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{Y}$  是  $M \times T$  维的接收信号矩阵,  $\mathbf{X}$  是  $N \times T$  维的发射信号矩阵,  $\mathbf{W}$  是  $M \times T$  维的复高斯白噪声矩阵,其方差是  $N_0/2\mathbf{I}_M$ ,  $\mathbf{I}_M$  是  $M \times M$  维的单位矩阵,  $N_0$  是功率谱密度。

在实际环境中,发射端和接收端的天线之间是相关的,用  $\mathbf{R}_t$  表示发射端的相关矩阵,  $\mathbf{R}_r$  表示接收端的相关矩阵。根据文献[11],相关 Rayleigh 信道的矩阵可以表示为:

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (3)$$

为了计算  $\mathbf{R}_t$  和  $\mathbf{R}_r$ ,需要先计算两根相邻天线间的空间相关系数。我们考虑一种通用的线性天线阵列,线性天线阵列使用全向天线。图 3 描述了这种线性天线阵列模型。

如图 3 所示,我们用  $a$  和  $b$  来代表两根相邻的天线,它们之间的间隔是  $d$ 。对于到达  $a$  和  $b$  的接收信号,其平均到达角(AOA)为  $\theta_0$ ,那么它们之间的距离差是  $d\sin(\theta_0)$ ,相应的延迟是  $\omega_0 = (d/c)\sin(\theta_0)$ ,  $c$  表示光速。我们分别用  $h_a(\theta)$  和  $h_b(\theta)$  代表二者的冲击响应,  $\theta$  是接收信号的到达角。所以,  $a$  和  $b$  之间的空间相关系数可以表示为[12]:

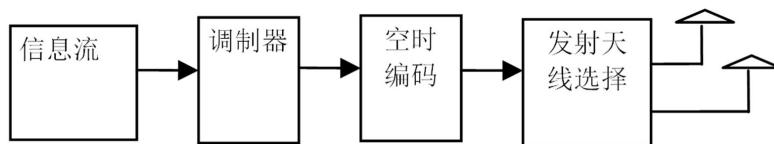


Figure 1. The transmitter block diagram of TAS/STBC system

图1. TAS/STBC系统的发射机框图



Figure 2. The receiver block diagram of TAS/STBC system

图2. TAS/STBC系统的接收机框图

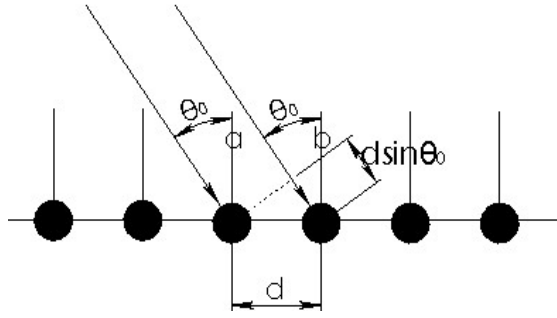


Figure 3. The linear antenna array model  
图 3. 线性天线阵列模型

$$\begin{aligned}\rho(d, \theta_0) &= E\{h_a(\theta)h_b^*(\theta)\} = \int_{-\pi}^{\pi} h_a(\theta)h_b^*(\theta)p(\theta-\theta_0)d\theta \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{-j2\pi d \sin(\theta-\theta_0)}{\lambda}} p(\theta-\theta_0)d\theta = \text{Re}(d, \theta_0) + j\text{Im}(d, \theta_0)\end{aligned}\quad (4)$$

在这里,  $E\{\}$ 表示求均值,  $h_b^*(\theta)$ 表示  $h_b(\theta)$ 的共轭,  $p(\theta)$ 是功率方位角谱,  $\lambda$ 是信号的波长。 $\text{Re}(d, \theta)$ 和  $\text{Im}(d, \theta)$ 分别表示空间相关系数的实部和虚部。

我们使用一种 Laplacian 模型表示功率方位角谱。设定 PAS 的标准差为  $\sigma$ , 定义 Laplacian 模型的功率方位角谱为[12]:

$$p(\theta) = \frac{\eta}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}|\theta-\theta_0|}{\sigma}}, -\pi+\theta_0 \leq \theta \leq \pi+\theta_0 \quad (5)$$

使用下面的公式来求  $\eta$

$$\int_{-\pi+\theta_0}^{\pi+\theta_0} p(\theta)d\theta = \int_{-\pi+\theta_0}^{\pi+\theta_0} \frac{\eta}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}|\theta-\theta_0|}{\sigma}} d\theta = \frac{2\eta}{\sqrt{2}\sigma} \int_0^{\pi} e^{-\frac{\sqrt{2}\alpha}{\sigma}} d\alpha = \eta \left(1 - e^{-\frac{\sqrt{2}\pi}{\sigma}}\right) = 1 \quad (6)$$

因此  $\eta$  可以表示为

$$\eta = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\sqrt{2}\pi}{\sigma}}} \quad (7)$$

我们已经知道Laplacian模型的功率方位角谱, 只要把式(5)和式(7)带入式(4), 就可以求出空间相关系数, 如下面所示:

$$\text{Re}(d, \theta_0) = J_0\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) + 4\eta \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \cos(2n\theta_0) \times \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sigma} + e^{-\frac{\sqrt{2}\pi}{\sigma}} \left\{2n \sin(2n\pi) - \frac{\sqrt{2} \cos(2n\pi)}{\sigma}\right\}}{\sqrt{2}\sigma \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma}\right)^2 + (2n)^2\right]} \quad (8)$$

$$\text{Im}(d, \theta_0) = 4\eta \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \sin((2n+1)\theta_0) \times \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sigma} + e^{-\frac{\sqrt{2}\pi}{\sigma}} \left\{(2n+1) \sin((2n+1)\pi) - \frac{\sqrt{2} \cos((2n+1)\pi)}{\sigma}\right\}}{\sqrt{2}\sigma \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma}\right)^2 + (2n+1)^2\right]} \quad (9)$$

其中  $J_m(\cdot)$  表示第一类  $m$  阶贝塞尔函数。我们从式子(8)和(9)可以看出：天线间隔  $d$ ，中心入射角  $\theta_0$  和功率方位角谱的标准差  $\sigma$  是影响空间相关系数的决定因素。

已知两根相邻天线间的空间相关系数，进而就可以求出发射端和接收端的相关矩阵，建立相关 Rayleigh 信道的模型。相关 Rayleigh 信道矩阵用  $\mathbf{H}_s$  表示。我们利用等效的标量 AWGN 信道的方法，此时系统的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \|\mathbf{H}_s\|_F^2 \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (10)$$

考虑 STBC 的编码速率，用  $R$  表示，接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \frac{1}{R} \|\mathbf{H}_s\|_F^2 \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (11)$$

$\mathbf{y}$  是经过 STBC 译码后的  $S \times 1$  维的接收信号矩阵， $\mathbf{x}$  是  $S \times 1$  维的发射信号矩阵， $\mathbf{w}$  是  $S \times 1$  维的高斯白噪声矩阵，其每一维的期望是 0，方差是  $1/R \times \|\mathbf{H}_s\|_F^2 \times N_0/2$ 。

因此接收端的比特信噪比可以用  $r_0$  表示为

$$r_0 = \frac{E_s}{NRN_0 \log_2(q)} \|\mathbf{H}\|_F^2 \quad (12)$$

我们用  $h_0$  进行一下替换，即

$$h_0 = \frac{1}{R} \|\mathbf{H}\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{1}{R} \|h_{ij}\|^2 \quad (13)$$

则(11)，(12)式可以表示为

$$\mathbf{y} = h_0 \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (14)$$

$$r_0 = \frac{E_s}{KN_0 \log_2(q)} h_0 \quad (15)$$

发射天线选择的准则是使接收端的接收信噪比(SNR)最大，这样可以减小误码率。我们由(15)式可以得到，接收信噪比  $r_0$  最大，则  $h_0$  最大，所以当从  $K$  根发射天线中选出  $N$  根时，共有  $K!/(N!)(K-N)!$  种选择， $z$  表示其中的一种选择，那么最佳的发射天线选择可以表示

$$N = \arg \max \left( \sum_{i=1}^M \frac{1}{R} \|h_{iz}\|^2 \right), z \in \binom{K}{N} \quad (16)$$

### 3. 数值仿真

我们将此 TAS/STBC 系统简记为  $(K, M; N \times M)$ 。在这里，发射天线数目  $K$  取 3 根，接收天线数目  $M$  取 2 根，从  $K$  中选择  $N$  根发射天线，其中  $N$  取 2 根发射天线，记为  $(3, 2; 4)$ 。下面分析信道的相关性对 TAS/STBC 系统性能的影响。

图 4 给出了 TAS/STBC 系统分别在独立 Rayleigh 信道和相关 Rayleigh 信道下，使用 QPSK 调制方式，ASEP 性能随总发射信噪比变化的曲线。天线间隔  $d = \lambda$ ，中心入射角  $\theta_0 = 20^\circ$ ，功率方位角谱(PAS)的标准差  $\sigma = 5^\circ$ 。由图 4 可知，TAS/STBC 系统在独立 Rayleigh 信道下的 ASEP 性能要比相关 Rayleigh 信道下的 ASEP 性能好。当信噪比较低时，二者的差距还是比较小，随着发射信噪比的增加，二者的差距是不断增大的。例如，当信噪比为 2 dB 时，TAS/STBC 系统在独立 Rayleigh 信道下的误码率为  $4 \times 10^{-3}$ ，在相关 Rayleigh 信道下的误码率为  $6 \times 10^{-3}$ ；当信噪比为 8 dB 时，TAS/STBC 系统在独立 Rayleigh 信道下的误码率为  $3 \times 10^{-5}$ ，在相关 Rayleigh 信道下的误码率为  $2 \times 10^{-3}$ 。

图 5 给出了 TAS/STBC 系统在不同天线间隔下, 使用 QPSK 调制方式, ASEP 性能随总发射信噪比变化的曲线。天线间隔  $d$  分别取  $\lambda$ 、 $2\lambda$ 、 $3\lambda$ 。中心入射角  $\theta_0 = 20^\circ$ , 功率方位角谱(PAS)的标准差  $\sigma = 5^\circ$ 。由图 5 可知, 当信噪比较低时, 三者的差距还是比较小, 随着发射信噪比的增加, 三者的差距是不断增大的。随着天线间隔  $d$  的不断增大, TAS/STBC 系统在相关 Rayleigh 信道下的 ASEP 性能也是越来越好, 例如, 当信噪比为 10 dB 时,  $d = \lambda$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $1 \times 10^{-3}$ ,  $d = 2\lambda$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $3 \times 10^{-4}$ ,  $d = 3\lambda$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $2 \times 10^{-4}$ 。这说明, 随着天线间隔  $d$  的不断增大, 信道相关性是逐渐变弱的, TAS/STBC 系统的 ASEP 性能也是越来越好。

图 6 给出了 TAS/STBC 系统在不同的功率方位角谱的标准差下, 使用 QPSK 调制方式, ASEP 性能随总发射信噪比变化的曲线。功率方位角谱(PAS)的标准差  $\sigma$  分别取  $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $15^\circ$ 。天线间隔  $d = \lambda$ , 中心入射角  $\theta_0 = 20^\circ$ 。由图 6 可知, 当信噪比较低时, 三者的差距还是比较小, 随着发射信噪比的增加, 三者的差距是不断增大的。随着  $\sigma$  的不断增大, TAS/STBC 系统在相关 Rayleigh 信道下的 ASEP 性能也是越来越好, 例如, 当信噪比为 10 dB 时,  $\sigma = 5^\circ$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $1 \times 10^{-3}$ ,  $\sigma = 10^\circ$ , TAS/STBC

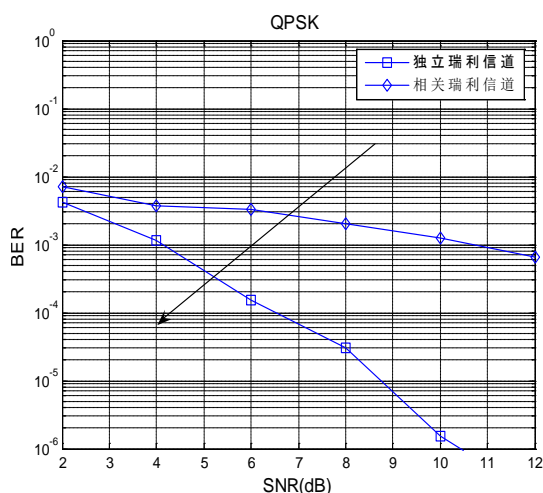


Figure 4. The ASEP performance of TAS/STBC system  
图 4. TAS/STBC 系统的 ASEP 性能

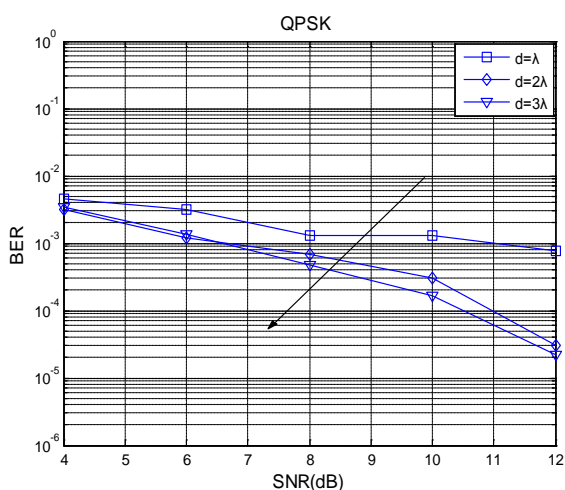


Figure 5. The effect of the antenna spacing on the ASEP performance of TAS/STBC system  
图 5. 天线间隔对 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能的影响

系统的误码率为  $6 \times 10^{-3}$ ,  $\sigma = 15^\circ$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $2 \times 10^{-4}$ 。这说明, 随着功率方位角谱(PAS)的标准差  $\sigma$  的不断增大, 信道相关性是逐渐变弱的, TAS/STBC 系统的 ASEP 性能也是越来越好。

图 7 给出了 TAS/STBC 系统在不同的中心入射角下, 使用 QPSK 调制方式, ASEP 性能随总发射信噪比变化的曲线。中心入射角  $\theta_0$  分别取  $20^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $60^\circ$ 。天线间隔  $d = \lambda$ , 功率方位角谱(PAS)的标准差  $\sigma = 5^\circ$ 。由图 7 可知, 当信噪比较低时, 三者的 ASEP 性能差距还是比较小; 随着信噪比的增加, 三者的 ASEP 性能差距是不断增大的, 当  $\theta_0 = 40^\circ$  时, TAS/STBC 系统的 ASEP 性能是最好的, 当  $\theta_0 = 20^\circ$  时, TAS/STBC 系统的 ASEP 性能要比其他二者差, 例如, 当信噪比为 10 dB 时,  $\theta_0 = 20^\circ$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $8 \times 10^{-4}$ ,  $\theta_0 = 60^\circ$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $3 \times 10^{-4}$ ,  $\theta_0 = 40^\circ$ , TAS/STBC 系统的误码率为  $1.5 \times 10^{-4}$ ; 当信噪比为 12 dB 时, 三者的 ASEP 性能差距又变得很小。

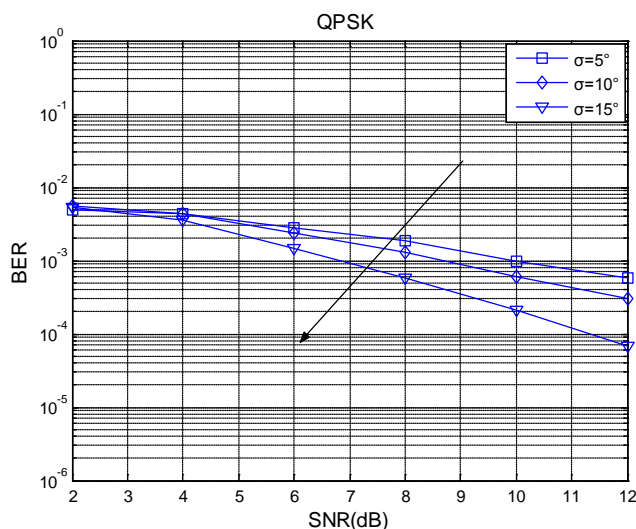


Figure 6. The effect of the PAS standard deviation on the ASEP performance of TAS/STBC system

图 6. 功率方位角谱的标准差对 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能的影响

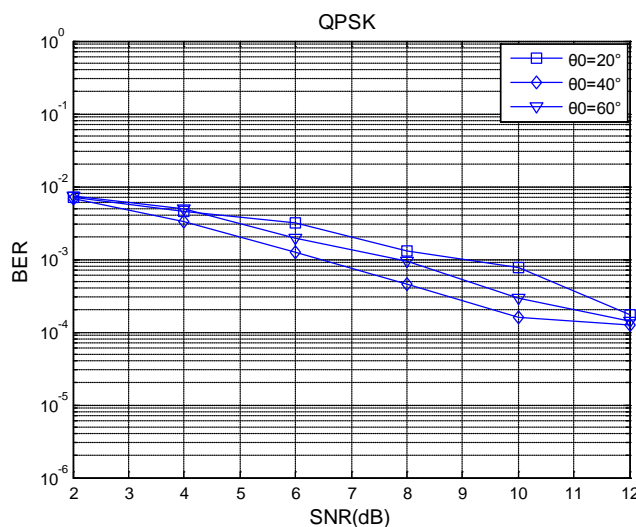


Figure 7. The effect of the mean AOA on the ASEP performance of TAS/STBC system

图 7. 中心入射角对 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能的影响

## 4. 结束语

本文首先采用了非常适合室内信道的 Laplacian 模型,得到了两个天线之间的相关系数,它是天线间隔,功率方位角谱(PAS)的标准差和平均到达角(AOA)三者的函数。然后引入了相关矩阵,建立了 TAS/STBC 系统的相关信道模型,基于等效的标量加性高斯白噪声(AWGN)信道的方法,得到了系统在接收端信噪比的表达式。最后研究了天线间隔,功率方位角谱(PAS)的标准差和平均到达角(AOA)三者对系统的 ASEP 性能的影响,并且做了仿真分析,仿真结果表明:随着天线间隔与功率方位角谱(PAS)的标准差的增大,以及选择合适的中心入射角,可以减小空间相关性,提高 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能。

## 项目基金

青岛市国际科技合作项目(No. 12-1-4-137-hz)。

## 参考文献 (References)

- [1] 张蕊, 张利军, 原梦钰, 等 (2011) 多输入多输出宽带时变信道分布散射模型研究. *电波科学学报*, **26**, 74-78.
- [2] 梁彦, 束锋, 张一晋, Stevan, B. (2013) 稀疏多径信道环境中 MIMO-OFDM 系统的 IQ 不平衡和信道联合估计. *电子与信息学报*, **35**, 280-284.
- [3] 刘留, 陶成, 邱佳慧, 等 (2011) 高速铁路宽带无线信道测量方法研究. *铁道学报*, **33**, 48-53.
- [4] 周涛, 陶成, 刘留, 孙溶辰, 谈振辉 (2012) 基于 WCDMA 的高铁宽带无线信道测量方法研究. *铁道学报*, **34**, 55-60.
- [5] Gore, D.A. and Paulraj, A.J. (2002) MIMO antenna subset selection with space-time coding. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **50**, 2580-2588.
- [6] Yang, L. and Qin, J. (2007) Performance of Alamouti scheme with transmit antenna selection for M-ary signals. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **11**, 423-425.
- [7] Kaviani, S.T. and Ellambura, C. (2006) Closed-form BER analysis for antenna selection using orthogonal space-time block codes. *IEEE Communication Letters*, **10**, 704-706.
- [8] 李光球, 江林超 (2010) 发射天线选择空时分组码的误符号率分析. *电波科学学报*, **25**, 291-296.
- [9] Coskun A.F., Kucur, O. and Altunbas, I. (2010) Performance of space-time block codes with transmit antenna selection in Nakagami-m fading channels. *European Wireless Conference*, Lucca, 12-15 April 2010, 171-176.
- [10] Sandhu, S. and Paulraj, A. (2000) Space-time block codes: A capacity perspective. *IEEE Communication Letters*, **12**, 384-386.
- [11] 李晓辉, 易克初, 黑永强, 刘乃安 (2007) 相关 MIMO 信道下可变数目天线选择算法. *系统仿真学报*, **24**, 5759-5762.
- [12] Cho, Y.S., Kim, J., Yang, W.Y. and Kang, C.G. (2010) MIMO-OFDM Wireless communications with MATLAB. Wiley, New York.