

Present Research Progress on Instability of Thin-Walled Vessels under External Pressure

Lin Qiao, Ning Ge, Heming Zhao

Department of Pressure Vessel, Shanghai Institute of Space Propulsion, Shanghai
Email: qiaolin1229@sina.com

Received: Jul. 7th, 2018; accepted: Jul. 21st, 2018; published: Jul. 30th, 2018

Abstract

By summarizing the present research progress of theoretical calculation (including standards) and simulation analysis of thin-walled vessel's instability under external pressure, the commonly used analytical methods are concluded. And there application ranges are introduced by some examples. Theoretical calculation of vessel's instability under external pressure is based on Mises formula. The calculation methods of EN13445-3 and Γ OCT14249 are the closest to the actual results. For simulation analysis, nonlinear analysis is widely used, which greatly reduces the design of redundant structure. In order to improve the resistance to instability of the structure, the reinforcement bars can be designed, or multi-plane cylindrical shell structures can be adopted. The summarized contents in this paper provide some reference for the design and optimization of thin-walled vessels.

Keywords

Thin-Walled Vessels, Instability, External Pressure, Theoretical Calculation, Simulation Analysis

薄壁容器外压失稳的研究进展

乔琳, 葛宁, 赵和明

上海空间推进研究所压力容器事业部, 上海
Email: qiaolin1229@sina.com

收稿日期: 2018年7月7日; 录用日期: 2018年7月21日; 发布日期: 2018年7月30日

摘要

通过对薄壁容器外压失稳的理论计算及标准和仿真分析的进展进行归纳, 总结出常用的分析方法, 并结

合相关实例,对适用范围进行了介绍。容器外压失稳理论计算基于Mises公式,在常用的标准规范中,EN13445-3和ГОСТ14249的计算方法最接近于实际结果;在仿真分析方面,非线性分析被广泛应用,大大降低了结构冗余设计;为提高结构抗失稳能力,可以对结构进行加强筋设计,或采用多平面柱壳结构。本文总结的内容对薄壁容器的设计和优化提供了一定的借鉴。

关键词

薄壁容器,失稳,外压,理论计算,仿真分析

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

薄壁压力容器具有重量轻、容积大、承压能力高等特点,越来越多的应用于化工、石油、航空、航天、海洋等领域,但由于壁厚薄,加工难度大,加工的一致性和材料的性能对其结构性能影响很大,因此,薄壁压力容器的稳定性问题已经受到越来越多科研工作者和工程师的关注,近年来也出现了大量关于薄壁容器失稳问题的研究成果。

受加工能力和材料、结构性能的限制,常见的薄壁压力容器主要有球壳和圆柱壳。圆柱壳又根据封头形式不同分为椭球封头容器、碟形封头容器等。在圆柱壳基础上,目前还出现了用于深海作业的多平面柱壳结构[1]。

近年来,部分学者针对圆柱壳、球壳、碟形封头、椭球形封头进行了大量的理论、仿真和试验研究,并对相关设计标准进行了分析和比较,得出了一些具有参考价值的结论,方便在不同情况下使用。本文从标准、理论分析和仿真分析等方面进行了梳理,希望为薄壁压力容器的设计和使用提供一些借鉴和帮助。

2. 失稳现象及分析方法

2.1. 失稳分类

从稳定性角度看,失稳分为受压失稳和受拉失稳。受压失稳是刚度问题,受弹塑性影响;受拉失稳是强度问题,属于塑性范围[2][3]。

2.2. 压力容器失稳

压力容器的失稳是指容器所承受的载荷超过某一临界值时突然失去原有几何形状的现象,又称屈曲[4][5]。

2.2.1. 外压失稳

所谓外压容器,主要包括两类[3]:一类是容器外表面承受压力高于内表面,如深海操作设备,带有夹套、隔膜的设备等;另一类是外表面承受大气压,而内部需要真空操作的设备。

从使用角度来说,只有承受外压的容器才存在失稳现象。薄壁容器在受到外压时,壳体有两种可能的失效形式,一种是因刚度不足,发生失稳破坏,另一种是因强度不足,发生压缩屈曲失效,一般径厚比不小于某一特定值(工程上通常取20)时,受横向外压的薄壁圆筒,周向失稳总是发生在强度失效之前,所以稳定性计算是外压薄壁容器所考虑的首要问题[6]。外压容器稳定性对几何缺陷比较敏感,实际临界

失稳载荷往往远小于理论结果，结构在远低于材料屈服强度的情况下发生失稳，有时前者是后者的1/5~1/2 [7] [8]。对于受内腔约束的薄圆柱壳，其与一般壳体屈曲有本质不同，无论圆柱壳长短，其屈曲载荷基本相同。本文主要对无内腔约束的薄壁容器的外压失稳进行介绍[9]。

2.2.2. 内压失稳

但从理论角度上说，内压容器也存在失稳现象。这与文献[10]中提到的屈曲只在压应力作用下发生相矛盾。有研究表明，在内压弹塑性屈曲过程中，薄壳的膜应变能转化为弯曲应变能，诱发大变形，而此时结构应力已达到或超过塑性极限，两种效应相互耦合，发生失稳[11]。Galletly 在试验中利用探针捕捉到了这种变形[12]，张彤等人利用 ABAQUS 软件采用非对称网格实现了诱发分叉屈曲计算，结果与试验吻合。目前，这一现象在理论上还没有很好的方法解释，对于这种失稳本文不做详细介绍。

2.3. 失稳研究方法

为了保证薄壁外压容器在使用过程中不发生失稳，就要在设计时对失稳特性进行正确的分析，保证结构可靠性。常用的分析方法有理论计算和仿真分析。

1) 理论计算是一种简单又可靠的方法，一般只用于形状规则的容器，得到的结果往往较为保守，虽然可以很好的保证结构的稳定性，但却会牺牲部分壁厚；

2) 仿真分析方法，是在传统理论上考虑了材料非线性和结构的几何非线性特性，以得到更加接近于真实情况的结构性能，通过仿真分析可以对大部分结构进行设计，一方面可以保证结构的可靠性，另一方面可以尽量降低冗余设计，节省材料。常用的仿真分析软件有 ABAQUS、ANSYS、Marc 等。

3. 外压失稳研究进展

3.1. 理论计算及标准

目前，大部分的理论计算的临界失稳公式都是根据 Mises 公式推导得到的[6]，在 Mises 公式中，见式(1)：

$$P_{cr} = \frac{\delta_e E}{R_o (n^2 - 1) \left[1 + \left(\frac{nl}{\pi R_o} \right)^2 \right]^2} + 0.73E \left(\frac{\delta_e}{2R_o} \right)^3 \times \left[\frac{2n^2 - 1 - \mu}{1 + \left(\frac{nl}{\pi R_o} \right)^2} + (n^2 - 1) \right] \quad (1)$$

式中 P_{cr} ——临界外压力，MPa； δ_e ——圆筒有效厚度，mm；

R_o ——圆筒外半径，mm； E ——材料弹性模量，MPa；

μ ——泊松比； l ——圆筒的长度； n ——圆筒屈曲时形成的波形数目。

常用的压力容器设计标准中对外压球壳的许用外压都给出了理论计算方法，主要包括 GB150、JB4732、ASMEVIII-1、ASMEVIII-2、EN13445-3 和 ГОСТ14249。

利用上述标准方法，取某标准椭圆封头进行许用外压力计算，结果见表 1，最大值是最小值的 3.17 倍。GB150、JB4732、ASMEVIII-1、ASMEVIII-2 中外压球壳的计算方法偏于保守，EN13445-3 和 ГОСТ14249 的计算方法则更接近于实际。因为 ГОСТ14249 中将弹性范围内的临界应力与超过弹性极限的临界应力综合在一个解析式中求解；EN13445-3 在外压计算时，弹性稳定基于小变形理论基础，直接采用 Mises 公式计算得到理论许用外压，塑性失稳以塑性变形计算[3]。

李金科等也发现，在外压薄壁圆筒的计算时，因各标准计算方法均由 Mises 公式演变而来，所以计

算结果差距不大；但是对于厚壁圆筒，由于对非线性弹性阶段弹性模量 E 的处理方式不同，计算结果差别较大，GB 150-1998 在外压厚壁圆筒计算方面是偏保守的[13]。

葛玖浩等通过对比各国压力容器设计标准关于压力容器稳定性的计算方法，选择了基于 EN13445 标准，构建针对深水外压容器的稳定性分析与校核的相关方法和步骤。研究发现，在工作容积不变的情况下，当长径比变大，临界失稳压力呈线性增长；随着径厚比的增大，临界失稳压力减小且呈指数关系。他们还开展 2000 m 深海外压容器高压舱外压试验(如图 1)，试验结果与分析结果较吻合[14]。

3.2. 仿真分析

3.2.1. 有限元法

随着仿真分析软件的不断成熟，利用有限元方法进行容器的失稳成为近年来研究的重点，常用的计算软件有 ANSYS、ABAQUS、Marc 等。有限元提供了特征值分析、几何非线性和双非线性三种计算方式。图 2 中给出了结构屈曲过程示意图[15]。将压力容器看作各向同性壳体结构，通过特征值屈曲分析可以得到结构的弹性稳定性。但在外压作用下，结构刚度矩阵奇异，在未达到分叉载荷时刚度较高，达到分叉载荷后刚度较低。



Figure 1. Deformation of pressure vessels under internal pressure

图 1. 压力容器内压失稳变形图

Table 1. The allowable external pressure of ellipsoidal head by different standard

表 1. 不同标准对同一标准椭圆封头的许用外压计算结果

标准	GB150	JB4732	ASMEVIII-1	ASMEVIII-2	EN13445-3	ГОСТ14249
计算结果/MPa	0.2	0.2	0.12	0.17	0.38	0.28

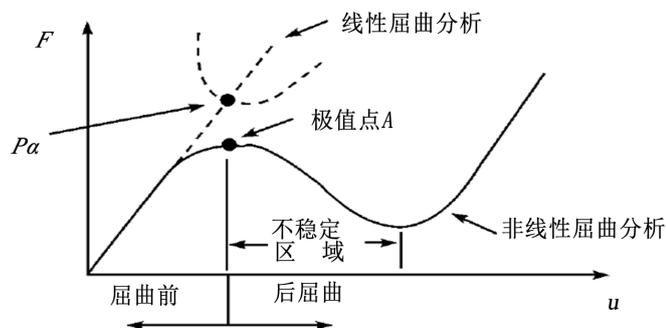


Figure 2. Schematic diagram of structural buckling process

图 2. 结构屈曲过程示意图

c) 当圆筒同时承受轴向压力和外压时，取 β_{cr} 的最小值。

3) 斜率法非线性屈曲分析

对于非线性分析，还有一种更加直接的计算方法。该方法以特征值屈曲模块为初始缺陷，最大载荷取 1.2 倍的特征值屈曲载荷[5]。将计算结果以曲线形式表现出来，取最大位移点位移为横坐标，对应载荷为纵坐标。采用两倍弹性斜率法，得到临界载荷，一般认为采用这种方法得到的稳定性安全系数为 3，斜率法分析原理如图 3 所示。

1) 特征值(线性屈曲)分析

特征值分析(即线性屈曲分析)用于预测理想弹性结构的理论屈曲强度，其计算结果与 3.1 节中的米西斯公式计算结果相当[5]。特征值屈曲分析的原理是：基于线弹性的特征值屈曲响应分析中，结构屈曲的临界载荷可表示为式(2) [16]:

$$P_{cr} = \lambda_i \cdot P_Q \tag{2}$$

式中 P_Q 为作用载荷； λ_i 为屈曲特征值。 λ_i 计算方程为式(3):

$$([K_L] + \lambda_i [K_G]) \cdot \{\delta\} = 0 \tag{3}$$

式中： $[K_L]$ 为结构总体弹性刚度矩阵，即小位移的线性刚度矩阵； $[K_G]$ 为结构总体几何刚度矩阵，也称初始应力刚度矩阵； $\{\delta\}$ 是特征位移向量。

线性屈曲的有限元其实就是在整体线性结构刚度基础上加上初始应力刚度后，得到结构屈曲的最小临界载荷。

2) 非线性屈曲分析

非线性屈曲是在线性基础上增加了缺陷和扰动，初始缺陷为特征值屈曲模态[5]，通过逐渐增加载荷的非线性静力分析技术，求得使结构开始变得不稳定时的临界载荷。应用非线性技术，模型中可引入初始缺陷、塑性、间隙、大变形等特征[14]。

非线性屈曲的原理是[8]：在特征值计算的基础上，采用几何非线性分叉点进行失稳分析，确定失稳载荷，并引入安全系数 Φ_B ，见式(4)。

$$\Phi_B = \frac{1.667}{\beta_{cr}} \tag{4}$$

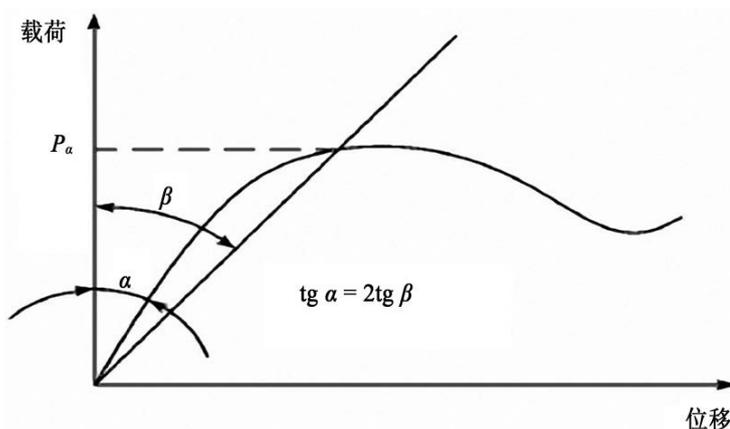


Figure 3. Principle diagram of the nonlinear buckling analysis with slope method
图 3. 斜率法非线性屈曲分析原理图

其中:

a) 轴向压缩圆筒, 无加强或只有环向加强时, 且 $D_0/t < 1247$ 时(D_0 和 t 分别为筒体外径和厚度), β_{cr} 计算见式(5)。

$$\beta_{cr} = \frac{338}{389 + \frac{D_0}{t}} \quad (5)$$

b) 在外压作用下, 无加强或只有环向加强时, $\beta_{cr} = 0.80$ 。

4) 计算实例

在实际使用中, 往往只对薄弱部位进行仿真分析, 未涉及部位可以通过添加约束的方式, 以保证结构计算结果的正确性。本文选取了封头、圆筒、加强筒体和非圆截面筒体四种进行了说明。

a) 封头失稳计算实例

范章等人使用 ANSYS 有限元法分析了碟形封头在外压作用下的屈曲问题。利用特征值分析得到特征值, 使用 Newton-Raphson 法和弧长法进行非线性屈曲分析, 追踪封头发生屈曲失稳过程。碟形封头发生屈曲失稳的拐点是特定截面从受压状态变为一侧受拉, 一侧受压的弯曲状态, 从而导致了出现波纹形变 [10]。

b) 圆筒失稳计算实例

余军昌等人用 ANSYS 对外压圆筒壳进行了屈曲分析, 分别采取了特征值分析、几何非线性和双非线性进行了计算, 并与 Mises 公式计算结果进行对比。计算得到在薄壁状态下, 三种计算结果偏差不大, 同时与 Mises 计算结果相近, 但随着壁厚的增加, 双非线性的失稳压力明显小于其他几种状态, 此时通过简单计算得到的失稳压力已经不能反映真实情况。图 4 为得到的失稳压力与壁厚关系情况 [17]。圆筒失稳计算比较常见 [18] [19], 这里就不多再列举。

c) 带加强圈圆筒失稳计算实例

余军昌等人还利用有限元对带有加强圆环的薄壁圆筒进行了分析。带有加强圈的筒体在承受外压时有两种失稳形式, 一是加强段筒体失稳, 二是整体失稳。通过计算分析发现, 加强圈的刚度存在一个临界值, 当小于临界值时筒体会发生整体失稳, 当大于临界值时提高刚度无法再提高圆筒的抗失稳的能力。图 5 中为薄壁圆筒局部和整体失稳变图 [17]。

d) 非圆筒截面的外压失稳计算实例

屠宏斌等利用 ANSYS 有限元软件对非圆筒截面的 SE-东方炉水冷壁进行了特征值和几何与材料双非线性屈曲分析, 图 6 为使用特征值法得到的第一阶屈曲模态 [20]。发现气化炉水冷壁具有类似圆筒壁的特性, 可以通过对应的当量壁厚进行失稳计算; 临界失稳压力的主要影响因素为几何偏差, 可以通过弹性模量及屈服强度对不同温度下的结果进行关联, 得到水冷壁外压临界失稳压力公式。他们提出的周向非均匀壁厚膜式水冷壁外压失稳特性分析方法, 可以为类似非均匀圆筒体的外压失稳特性提供计算方法和研究途径。

3.2.2. 有限条法

对于圆柱壳体结构, 也可以采用有限条法进行计算。有限条法实际上是一种特殊形式的有限元法, 所不同的是标准的有限元法是沿各个方向均采用多项式位移函数, 而有限条法只需沿某些方向采用简单多项式, 沿其他方向则用连续可微的平滑级数去拟合, 当然, 这个条件必须以它预先满足条或棱柱的端部边界条件为前提。位移函数一般是以多项式和级数的乘积的形式给出。这样, 有限条法可以将一个二维问题缩减为一维问题。对于三维固体和空间结构的静力分析或振动的特征值问题及稳定分析等这一类问题特别常见。有限条法不仅可以极大的减小计算量, 而且可以保持一定程度的有限元的优点。

图 7 是有限条法的基本离散模型和描述[9]。如图 7(a)所示, 将圆柱壳在 θ 方向离散, 如果条数分得足够多, 则每一柱壳条可以用矩形板条代替, 对于圆环采用直梁单元代替曲梁单元的有效性, 在文献[21]中已有证明。即借助于“以直代曲”(这有利于刚体位移得到满足)将圆形的子午线由内接的多边形代替,

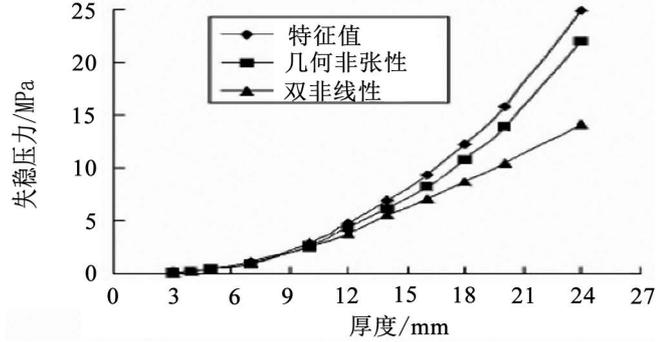


Figure 4. Relationship between buckling pressure and wall thickness
图 4. 失稳压力与壁厚关系



Figure 5. Deformation diagrams of reinforced thin-walled cylinder
图 5. 加强薄壁圆筒失稳形式

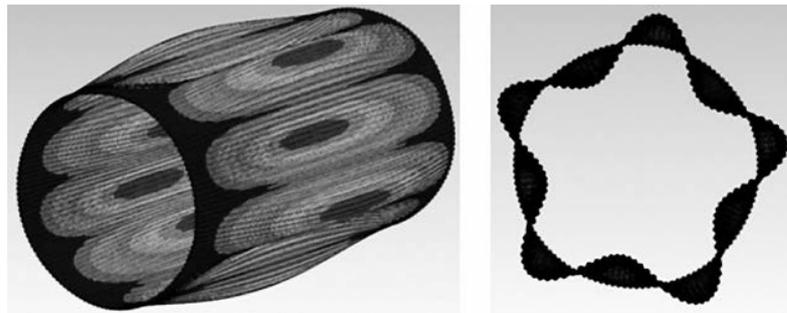


Figure 6. Instability mode under eigenvalue method
图 6. 特征值法下的失稳模态

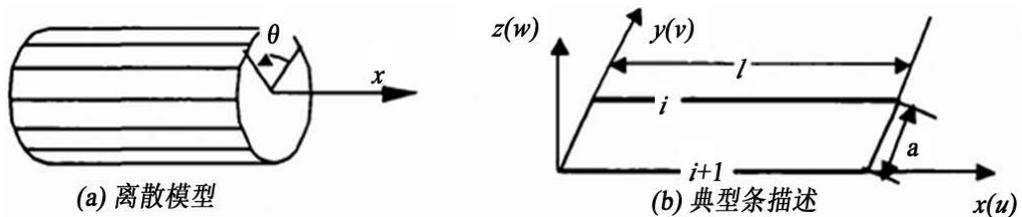


Figure 7. Analytical schematic diagram of finite strip
图 7. 有限条分析原理图

于是圆柱壳就离散化为由矩形板条组合的棱柱形的折板结构,如图 7(b)。每一个矩形板条都由一个平面应力板条和一个弯曲板条组合而成。该方法适用于变壁厚柱壳在均匀外压下的应力场和位移场分析,而且适用于各种边界条件[22]。

侯金华等利用有限条法对容器内衬薄壁柱壳的屈曲问题进行了计算,通过计算得到,对于屈曲波型受不等式约束的圆柱壳失稳问题,长度不同时,屈曲波型基本相同,当径厚比较小时,临界载荷随径厚比增大而迅速降低。另外,采用哈密顿法(Hamilton)进行层合梁(板)稳定性计算,避免了有限元法层间的应力不连续,计算精度大大提高[9]。

4. 抗失稳结构设计

为了在不增加壁厚和重量的前提下提高容器抗外压失稳的能力,通常会采取在内壁增加加强圈的形式[16],一般分为环形加强圈和螺旋加强圈两种,也有通过改变筒体外型、增加内衬等进行加强设计的例子,如多平面柱壳[1]。

4.1. 螺旋加强与环向加强

对于螺旋加强与环向加强的对应关系,很多学者进行了深入的研究,得出了一些便于工程应用的结论。

1) 对比螺旋加强圈与圆环加强圈在外压作用下的径向应变关系[23],得出:

当 $T_s \leq 0.3D_o$ 时, $I_{LL} = 1.028I_{YL}$ 。其中:

T_s ——螺距, mm;

D_o ——容器外径, mm;

I_{LL} ——螺旋加强圈失稳临界惯性矩, N·mm;

I_{YL} ——圆环加强圈失稳临界惯性矩, N·mm;

与此类似,在前苏联 ГОСТ25867-83 夹套容器的强度计算规范与方法中规定:当时可以将螺旋加强圈看作圆环加强圈计算,计算长度取为螺距[24]。

2) 对比螺旋形与圆环加强结构的径向刚度,认为可以把螺旋加强圈等效为圆环加强圈,其当量轴惯性矩为圆环形加强圈的 1/3;当取两者轴惯性矩相等时,螺旋加强圈当量间距为 3 倍环形加强圈间距[25]。

3) 通过分析螺旋加强圈和圆环加强圈在圆柱结构外压稳定性中的贡献程度,比较得出非线性屈曲分析结构与实验值很接近,并通过正交方法分析并得到了临界失稳载荷的回归方程[26]:

螺旋加强圈见式(6):

$$P_{cr} = e^{15.451} \times \left(\frac{t}{D_o}\right)^{2.733} \times \left(\frac{T_s}{D_o}\right)^{-1.183} \times \left(\frac{I_b}{I_s}\right)^{1.032} \quad (6)$$

圆环加强圈见式(7):

$$P_{cr} = e^{15.761} \times \left(\frac{t}{D_o}\right)^{2.799} \times \left(\frac{T_s}{D_o}\right)^{-1.202} \times \left(\frac{I_b}{I_s}\right)^{0.986} \quad (7)$$

其中 t ——壳体壁厚, mm;

D_o ——壳体外径, mm;

T_s ——螺距, mm;

I_b ——加强圈截面轴惯性矩;

I_s ——实际截面轴惯性矩。

4.2. 多平面柱段加强结构

为了进一步提高圆柱壳结构抗外压失稳的能力,经过反复研究和开发,得到了一种多平面柱壳结构。该结构于20世纪70年代后期被提出,由多个三角形或梯形平面在轴向和周向按照一定夹角连接而成[1]。美国和日本多名研究人员对其进行了理论、数值和试验研究,表明该结构具有抗屈曲能力较强的优势[27][28][29]。

该结构在水下外压稳定性优势尤为明显,主要是由于其沿着轴向和周向上的周期性凹凸变化,使得结构的惯性矩增大;周向的凹凸起到了环向加筋的效果,轴向的凹凸起到了纵向加筋的效果,因此整体抗屈曲失稳能力显著增强。并且,多平面柱壳的结构对初始缺陷敏感度较低,是目前使用的抗外压稳定性较好的容器之一,但由于其几何形状参数表达的复杂性,还没有被广泛应用。

5. 总结与展望

本文通过对大量文献的阅读,从理论计算与标准、仿真分析以及抗失稳结构设计三个方面对薄壁压力容器外压失稳研究进展进行了概述,为压力容器外压失稳分析的更好应用提供了借鉴,主要结论如下:

1) 外压容器失稳理论计算都是基于 Mises 理论公式,计算结果较为保守。常用的标准有 GB150、JB4732、ASMEVIII-1、ASMEVIII-2、EN13445-3 和 ГOCT14249,通过实例计算对比得出,EN13445-3 和 ГOCT14249 的计算方法则更接近于实际值;

2) 目前有限元计算已经广泛应用于外压失稳仿真分析中,常用软件有 ANSYS、ABAQUS、Marc 等。计算方法分为特征值分析和非线性分析,非线性分析可以引入各类缺陷,结果较接近于真实值,目前该仿真方法已经被广泛应用;另外,有限条法的提出,为规则形状外压失稳计算提供了更加高效的途径;

3) 引入加强结构可以有效提高容器抗外压失稳的能力,常用的加强结构有圆环加强筋和螺旋加强筋,并给出了两种加强结构的性能关系。另外,多平面柱壳结构的提出,为加强结构的研究提出了新的方向。

从目前的研究进展来看,薄壁压力容器外压失稳分析的有限元计算随着计算机技术的发展,有着更加广阔的应用前景。而对于有限条法的使用还不广泛,但该方法的提出,对于简化规则圆筒结构的有限元计算有着不可忽视的作用,有很大的应用潜力。

参考文献

- [1] 赵耀,周维新,姜舜.多平面柱壳水下耐压结构特性研究[J].中国造船,2014,55(3):64-73.
- [2] 徐荣阜.高压设备[M].北京:化学工业出版社,1987.
- [3] 苏文献,刘雷敏,宋友立.中外主要压力容器标准外压球壳的计算及数值计算稳定性分析[J].化工设备与管道,2013,50(1):11-15.
- [4] 宋丹,蹇江海,张迎恺.扭曲管双壳程换热器的研究及性能分析[J].石油化工设备技术,2012,33(5):1-3.
- [5] 谢全利.压力容器稳定性分析[J].化工设备与管道,2009,46(2):9-11.
- [6] 李金科,张贤福.各国压力容器标准中外压圆筒的计算及数值计算屈曲和弹塑性分析[J].化工机械,2010,37(6):794-798.
- [7] 全国压力容器标准化技术委员会.JB4732-1995,钢制压力容器——分析设计标准标准释义[S].北京:中国标准出版社,1998.
- [8] 苏彬,张成,孙万仓,等.钛合金 TC4 制压力容器筒体外压失稳的有限元分析[J].金属材料与冶金工程,2014,42(3):5-8.
- [9] 侯金华.失稳波型受不等式约束的圆柱壳屈曲[D]:[硕士学位论文].大连:大连理工大学,2003.
- [10] 范章,左树春.碟形封头在外压作用下的屈曲分析[J].压力容器,2014,31(1):34-39.
- [11] 张彤,汤国伟,殷雅俊.薄壁压力容器在内压作用下的弹塑性屈曲行为研究[J].设计计算,2010,27(3):17-25.

- [12] Galletly, G.D. and Blachut, J. (1990) Internally Pressurized Machine Domed Ends: A Comparison of the Plastic Buckling Predictions of the Deformation and Flow Theories. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, **204**, 169. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1990_204_093_02
- [13] 李金科, 张贤福, 刘韞砚. 外压圆筒的计算及数值计算稳定性分析[J]. 压力容器, 2011, 28(7): 35-39.
- [14] 葛玖浩, 李伟, 陈国明. 基于 EN13445 直接法的深海外压容器稳定性研究和影响因素分析[J]. 压力容器, 2015, 32(2): 21-26.
- [15] 赵积鹏, 于斌, 刘志栋. 航天系统用薄壁压力容器的设计分析[J]. 新技术新工艺, 2014(3): 54-56.
- [16] 余文学, 徐秉恒, 刘洪超, 等. 固体火箭发动机锥形壳体外压稳定性分析[J]. 固体火箭技术, 2014, 37(4): 551-556.
- [17] 余军昌, 徐超, 张峰, 等. 基于 ANSYS 的外压圆柱壳的屈曲分析[J]. 轻工机械, 2013, 31(1): 29-35.
- [18] 刘文涛, 陈冰冰, 高增梁. ANSYS 特征值法在计算外压圆筒弹性失稳中的应用讨论[J]. 压力容器, 2012(5): 20-25.
- [19] 梁力锦, 陈冰冰, 高增梁. 外压圆筒临界压力的双非线性 ANSYS 有限元模拟与讨论[J]. 压力容器, 2013(1): 24-30.
- [20] 屠宏斌, 郭文元, 陈央, 等. 基于 ANSYS 的 SE-东方炉水冷壁外压失稳特性研究[J]. 大氮肥, 2017, 40(5): 295-300.
- [21] Lu, H., Tang, L. and Liu, X. (1989) The Curved Beam Element and Its Convergence Rate. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, **10**, 507-519. <https://doi.org/10.1007/BF02017894>
- [22] Cheung, Y. (1976) *Finite Strip Method in Structural Analysis*. Pergamon Press, Oxford.
- [23] 周智斌. 螺旋导流圈的外压加强作用[J]. 化工设备设计, 1988, 25(6): 16-19.
- [24] 唐超. 对《外压容器螺旋形加强圈的设计》一文的商榷[J]. 化工设备设计, 1995(5): 63.
- [25] 郭鸿. 外压容器螺旋形加强圈的设计[J]. 化工设备设计, 1995(2): 8-9, 19.
- [26] 田琳静, 董俊华, 高炳军. 螺旋加强圈加强外压圆筒稳定性研究[J]. 机械强度, 2014, 36(4): 566-571.
- [27] Tanizawak, M.K. (1975) Stress Analysis of a Concave Polyhedral Shell. Institute of Space and Aeronautical Science, Report 523, University of Tokyo, Tokyo.
- [28] Knapp, R. (1977) Pseudo-Cylindrical Shells: A New Concept for Undersea Structures. *Journal of Engineering for Industry*, **99**, 485-492. <https://doi.org/10.1115/1.3439263>
- [29] Knapp, R. and Le, T. (1998) Polyhedrally Stiffened Shells for Undersea Pressure Hulls. *International Journal of Off-shore and Polar Engineering*, **8**, 207-212.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2160-7567, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: app@hanspub.org