

基于傅里叶变换的三维轮廓测量技术研究

徐友洪, 周 贇, 李剑萍

衢州职业技术学院, 浙江 衢州

收稿日期: 2022年1月17日; 录用日期: 2022年2月16日; 发布日期: 2022年2月23日

摘 要

随着三维测量技术的不断发展, 通过投影光栅条纹对三维物体进行测量已经成为近年以来的研究热点。本文主要研究了基于光栅条纹的相位展开方法, 并详细阐述其工作原理, 推导展开相位与实际物体高度之间的几何映射关系。傅里叶变换轮廓术(FIP)进行三维面形测量时, 若无频谱混叠, 可以得到很好的测量效果, 但由于FIP是全局变换, 频域内丢失了空间信息。当被测物体形状复杂或被噪声严重污染时, 频域中频谱分布展宽, 可能发生频谱混叠, 导致基频分量提取不完整, 从而不能精确地测量被测物体。因此, 本文通过对传统FTP法以及两种改进FTP法的测量范围进行分析, 并比较这两种改进方法间的异同。实验表明, π 相移法的测量结果要优于灰度图法的测量结果, 且随着物体高度梯度值的增加, π 相移法的测量结果逐渐优于灰度图法的测量结果。

关键词

傅里叶变换轮廓术, 光栅投影, 相位测量, 三维测量

Research on Three-Dimensional Topography Measurement Technology Based on Fourier Transform

Youhong Xu, Yun Zhou, Jianping Li

Quzhou College of Technology, Quzhou Zhejiang

Received: Jan. 17th, 2022; accepted: Feb. 16th, 2022; published: Feb. 23rd, 2022

Abstract

With the continuous development of 3D measurement technology, the measurement of 3D objects by projecting and shooting structured optical stripes has become a hot research topic in recent

years. This paper mainly studies the phase unfolding method based on grating stripes, elaborates its implementation principle, and derives the geometric mapping relationship between the unfolded phase and the actual object height. Fourier Transform Profilometry (FTP) for 3D surface shape measurement, if no spectral overlap, can get good measurement results, but because FTP is a global transform, the spatial information is lost in the frequency domain. When the measured object has a complex shape or is seriously polluted by noise, the spectrum distribution in the frequency domain is broadened and spectral overlap may occur, resulting in incomplete extraction of the fundamental frequency components, and the measured object can not be recovered correctly. Therefore, in this paper, a comparative study of the measurement range of the traditional FTP method and two improved FTP methods is conducted by combining experimental methods, and the similarities and differences between these two improved methods are analyzed by means of experiments. The experiments show that the measurement results of the π -phase shift method are better than those of the grayscale map method, and the measurement results of the π -phase shift method are gradually better than those of the grayscale map method as the value of the object height gradient increases.

Keywords

Fourier Transform Profilometry (FTP), Grating Projection, Phase Measurement, Three-Dimensional Measurement

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着计算机技术, 光学和光电子技术的迅速发展极大地改变了传统的光学计量技术, 新的三维传感和计量方法不断涌现。非接触三维自动测量是随着计算机技术的发展而开展起来的新技术研究, 它包括三维形体测量、应力形变分析和折射率梯度测量等方面。应用到的技术有莫尔条纹、散斑干涉、全息干涉和光栅投影等光学技术和计算机条纹图像处理技术。条纹投影以及各种光栅投影自动测量技术在工业生产控制与检测、医学诊断和机器人视觉等领域正占有越来越重要的地位。本实验是利用投影式相位技术, 对形成的被测物面条纹进行计算机相移法自动处理的综合性实验。投影光栅相位法是三维轮廓测量中的热点之一, 其测量原理是光栅图样投射到被测物体表面(Fourier Transform Profilometry, FTP), 相位和振幅受到物面高度的调制使光栅像发生变形, 通过解调可以得到包含高度信息的相位变化, 最后根据三角法原理完成相位和高度的转换。根据相位检测方法的不同, 主要有莫尔轮廓术、傅里叶变换轮廓术, 相位测量轮廓术(Phase Measurement Profilometry, PMP), 本实验就是采用基于条纹分析的相位测量轮廓术, 在条纹的分析和处理中, 傅里叶变换轮廓技术, 是常用的方法之一[1] [2]。随着技术不断高速发展, 工业界对三维面形的测量的需求日益扩大, 与此同时对其也提出了更高的要求, 本文主要是基于 FTP 技术来对三维物体进行面形的测量。但是, FTP 技术最大测量范围受到被测物体高度分布在光栅垂直方向上的梯度的限制, 梯度过大时就容易引起频谱混叠, 从而影响 FTP 技术的测量范围和测量精度。陈家壁等人提出了采用 π 相移技术来消除频域中的零频分量, 进而减少频谱混叠现象, 从而来提高 FTP 技术的测量范围[3]; 陈文静等人提出了提高 FTP 技术测量精度的灰度图法[4], 都没有做详细的对比分析。综上所述, 本文在上述研究结果基础上[5] [6] [7], 开展了用于 FTP 技术改进的 π 相移方法和灰度图法间的比较研究, 通过实验的手段分析了这两个改进方法间的异同。

2. 测量原理

2.1. 实验流程

首先人们应该对投影到被测物体表面的条纹图进行采集, 然后由一些相应的计算那些采集到的条纹图上面点的相位得到得相应的折叠相位图(这些方法包括有PMP技术、FTP技术、小波变换等技术)[8][9], 将这些折叠相位的图片展开成展开的相位, 然后再结合相位-高度映射关系式计算出物体的高度分布。因此来获取它的深度的图像(这些设定的方法包含多项式方法、求解参数方法等), 然后人们又把每个视角下的所采集到的图像来进行一系列的相关的匹配因而可以获得到它们之间存在的某种联系, 然后人们再进行视图的合成从而可以得到物被测的对象的整个的三维模型图[10][11], 使得光栅条纹在高速高精度实时三维测量中运用的非常广泛。

2.2. 基本原理

轮廓测量法利用数字滤波技术, 将频率较高的载波和频率较低的面形分离出来, 然后进行反变换, 得到包含高度信息的相位, 在通过标定得到的相位高度映射关系得到三维面型信息。FTP技术只用一幅图就可以得到相位值测量面型信息(PMP技术至少需要三幅图像), 但该方法容易产生信息泄漏、混频、栅栏效应等会产生误差, 通常情况需要采用数字滤波器也需要不断试错才能得到正确的参数。FTP典型光路图如图1所示, 投影系统中心与相机光心的中心距离为 d , 投影系统中心或成像系统光心到参考面距离 l 。原来投射到参考平面上M点的光线, 由于被测曲面的存在而只照到P点, 这样, 在CCD里看到P点的相位实际上跟参考光栅像中N的相位一样, 即由于曲面高度对相位的调制, 使得M点的相位移动到N点, 相移值为 $\varphi(x, y)$ 。设光栅频率为 f_0 , 周期为 p , 则 $\varphi(x, y) = 2\pi f_0 |MN|$ 。

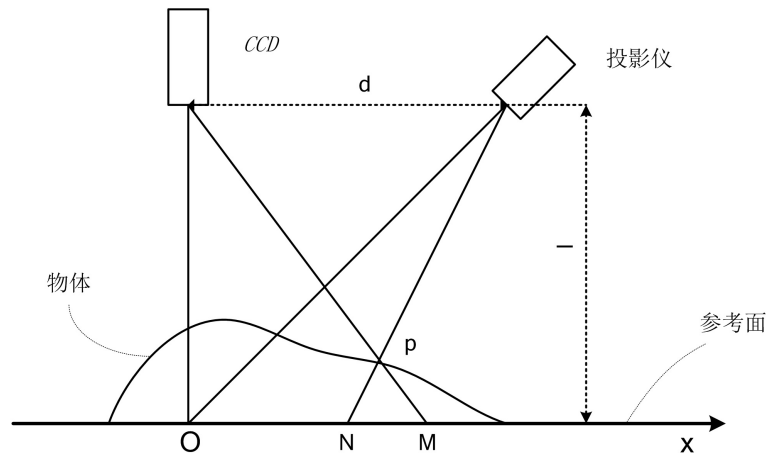


Figure 1. Optical path diagram of the Fourier transform profilometry technique
图1. 傅里叶变换轮廓术(FTP)光路图

投影系统将一正弦分布的光场投影到被测物体表面, 由于受到物面高度分布的调制, 条纹发生形变。由 CCD 摄像机获取的变形条纹可表示为:

$$g(x, y) = \alpha(x, y) + \beta(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (1)$$

其中 $\alpha(x, y)$ 相表示投射光场中缓慢变化的背景分量, $\beta(x, y)$ 表示条纹幅度, f_0 是投射到参考面的光栅条纹频率, 相位 $\varphi(x, y)$ 是由被测物面形轮廓引起的相位变化, (1)式可以表示为:

$$g(f, y) = \alpha(x, y) + c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x) + c^*(x, y) \exp(-2\pi i f_0 x) \quad (2)$$

式中, $c(x, y) = 0.5\beta(x, y)\exp(i\phi(x, y))$, 对(2)式进行一维傅里叶变换, 可得:

$$G(f, y) = A(f, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (3)$$

(3)式的频谱示意图如图2所示。

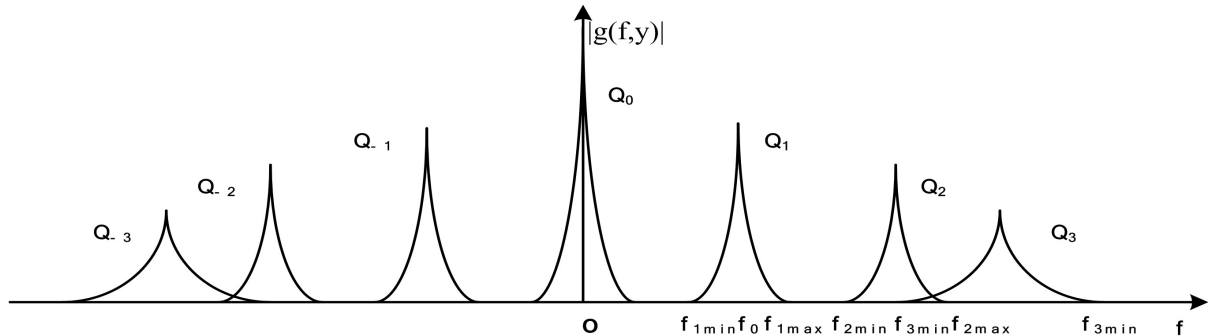


Figure 2. Spectrum diagram of Fourier transform technique

图2. 傅里叶变换频谱图

由于 $\alpha(x, y)$ 相对于 f_0 变化缓慢, 所以在频谱图中它们与 f_0 是分开的, 即对应为图2中的直流分量 Q_0 部分, 而载频 $C(f - f_0, y)$ (对应于图中 Q_1 部分) 携带有用的物体高度信息。用一适当的滤波器滤出载频分量 $C(f - f_0, y)$, 并平移至原点为 $C(f, y)$, 再进行傅立叶逆变换, 可以得到:

$$\varphi(x, y) = \arctan \left(\frac{\operatorname{Re}[c(x, y)]}{\operatorname{Im}[c(x, y)]} \right) \quad (4)$$

(4)式中, $\operatorname{Re}[c(x, y)]$ 和 $\operatorname{Im}[c(x, y)]$ 分别表示复数的实部和虚部, 由(4)式获取的相位 $\varphi(x, y)$ 是不连续的。对(4)式进行去包裹处理[9], 即可得连续的相位 $\varphi'(x, y)$, 并由(5)式可求得物体的实际高度:

$$H(x, y) = \frac{p\varphi'(x, y)}{p\varphi(x, y) + 2\pi d} \quad (5)$$

在 FTP 运算中, 只有频谱中的基频分量对获取物体的高度信息是有效的, 且频谱混叠限制了 FTP 的测量范围, 由文献[10]可知, FTP 法的测量限制条件为:

$$\left| \frac{\partial\phi(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < \frac{2\pi}{3} f_0, \quad \left| \frac{\partial H(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < \frac{l}{3d} \quad (6)$$

(6)式中说明, FTP 最大测量范围受到在光栅垂直方向上相位的梯度以及物体高度的梯度限制。

由于 FTP 测量方法使用了傅里叶变换和在频域中的滤波运算, 只有频谱中的基频分量对于获取物体高度信息是有效的, 但是防止频谱混叠的要求限制了 FTP 技术的最大可测范围, 下面给出定量分析。定义第 n 级频谱的局部空间频率为:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} [2\pi f_0 x + n\phi(x, y)] = nf_0 + \frac{n}{2\pi} \frac{\partial\phi(x, y)}{\partial x} \quad (7)$$

$$(f_1)_{\max} < (f_n)_{\min} \quad (n > 0), \quad (f_1)_{\min} > f_b \quad (8)$$

如图1为傅里叶变换频谱示意图, 为防止各级频谱混叠, 必须满足:

$$nf_0 + \frac{n}{2\pi} \left[\frac{\partial\phi(x, y)}{\partial x} \right]_{\min} > f_0 + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\partial\phi(x, y)}{\partial x} \right]_{\max} \quad (n = 2, 3, 4 \dots) \quad (9)$$

$$\phi(x, y) \approx -\frac{2\pi f_0 d}{l} H(x, y), \quad \left| \frac{\partial H(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < \frac{l}{3d} \quad (10)$$

2.3. 改进 FTP 技术

对于一个复杂的物体表面，由于物体表面起伏较大，得到的条纹图十分复杂。例如，光栅条纹图形中存在局部阴影，光栅条纹图形断裂，在条纹局部区域不满足抽样定理，即相邻抽样点之间的相位变化大于周期 T 。对于这种非完备条纹图形，相位展开是一个非常困难的问题，这一问题也同样出现在干涉型计量领域。最近已研究了多种复杂相位场展开的方法，包括灰度图法 FTP 技术、 π 相移法 FTP 技术、条纹跟踪法、最小间距树方法等[12] [13] [14]，使上述问题能够在一定程度上得到解决或部分解决。因此，本文主要通过改进灰度图法 FTP 技术和 π 相移法 FTP 技术解决物体表面起伏较大的问题。改进的 FTP 法主要是指灰度图法 FTP 技术和 π 相移法 FTP 技术，下面分别介绍这两种改进的 FTP 法的测量原理。灰度图法 FTP 技术(简称灰度图法)的测量原理是：在无光栅投影时，通过 CCD 获取物体的图像，此时光强分布可以表示为：

$$g_1(f, y) = \alpha(x, y) \quad (11)$$

接着，在有投影光栅时，通过 CCD 获取物体的变形光栅图，其光强分布可以表示为：

$$g_2(f, y) = \alpha(x, y) + \beta(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (12)$$

对(11)式和(12)式进行一维傅里叶变换，可得， $G_1(f, y) = A(f, y)$

$$G_2(f, y) = A(f, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (13)$$

对(13)式进行后减可得：

$$G(f, y) = C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (14)$$

由(14)可知，通过灰度图法的处理，物体变形光栅图的频谱信息中的零频分量 $\alpha(x, y)$ 被消除，只留下携带物体高度信息的基频分量。 π 相移法 FTP 技术(简称 π 相移法)的测量原理是：即在投影光栅沿栅线垂直方向移动 0.5 个周期(即移动 π 相位)前后分别对物体进行成像，进而获得物体的两幅变形光栅图，其光强分布分别由 $g_3(f, y)$ 、 $g_4(f, y)$ 表示，它们的表达式为：

$$\begin{aligned} g_3(f, y) &= \alpha(x, y) + \beta(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \\ g_4(f, y) &= \alpha(x, y) + \beta(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \pi) \end{aligned} \quad (15)$$

对(15)式进行一维傅里叶变换后相减可得：

$$g(f, y) = g_3(f, y) - g_4(f, y) = 2\beta(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (16)$$

由(16)可知，通过 π 相移法的处理，物体变形光栅图的频谱信息中的零频分量 $\alpha(x, y)$ 也被消除[15] [16]，同样只留下携带物体高度信息的基频分量[17] [18]。由灰度图法以及 π 相移法的两种测量原理可知，这两种方法都将基频分量的频带低端扩展到 $2f_0$ 。因此，这两种方法的测量限制条件应相同，其限制条件的表达式为：

$$\left| \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < 2\pi f_0, \quad \left| \frac{\partial H(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < \frac{l}{d} \quad (17)$$

比较(10)式与(17)式可知，在测量系统参数的不变情况下，改进的(灰度图法和 π 相移法)FTP 法的测量范围比传统 FTP 技术的测量范围提高了 3 倍。

3. 实验分析与讨论

实验时, 被测物体示意图如图 3 所示, 首先对高度梯度(k)为 $k = 3.6$ 的物体成像, 变形光栅图如图 4 所示, 基于 FTP 技术如图、 π 相移法和灰度图法重建的三维物体实验结果分别如图 5(a)~(c)所示。

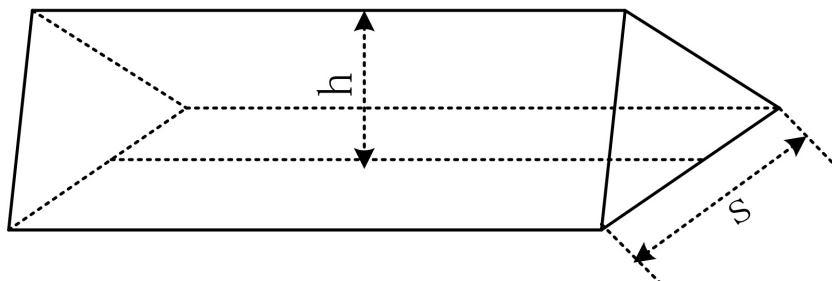
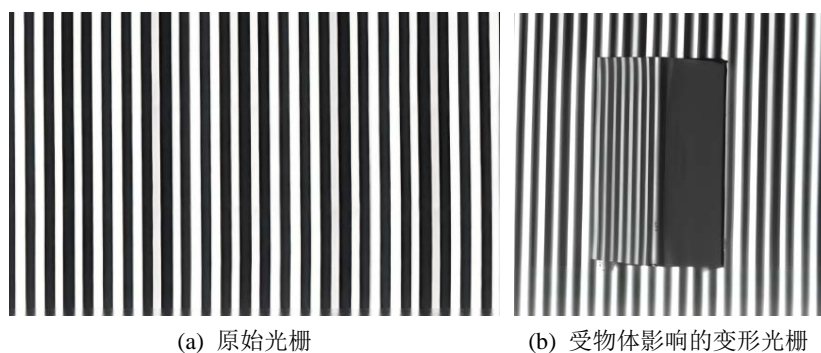


Figure 3. Schematic diagram of the measured object

图 3. 被测物体示意图



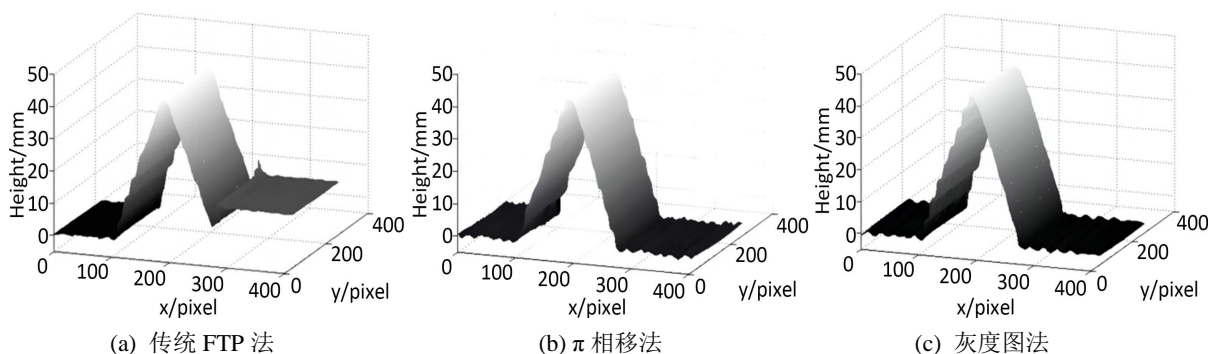
(a) 原始光栅

(b) 受物体影响的变形光栅

Figure 4. Grating diagram

图 4. 光栅图

由可知, 传统 FTP 法重建结果存在明显错误, 而比较图 5(b)~(c)可知, π 相移法重建结果是优于灰度图法重建结果, 这些结论与前面讨论一致。



(a) 传统 FTP 法

(b) π 相移法

(c) 灰度图法

Figure 5. Results of three-dimensional profile measurement

图 5. 三维轮廓测量结果

由于传统 FTP 法明显不能正确恢复三维轮廓, 为进一步定量分析, 采集三维物体第 200 行数据, 通过均方根(RMS)误差比较灰度图法和 π 相移法的精度, 试验结果如表 1 所示, 数据表明 π 相移法可行有效, 测量精度更高, 具有较强的适用性。

Table 1. Comparison of the root mean square (RMS) error between the actual and measured values (mm)
表 1. 实际值与测量值的均方根(RMS)误差比较 (mm)

组别	灰度图法	π 相移法
1	0.0235	0.0143
2	0.0124	0.0188
3	0.0139	0.0117
4	0.0234	0.0182
5	0.0209	0.0163

4. 结论

本文对 3 种 FTP 技术进行了分析研究, 其中包括两种改进的 FTP 法(π 相移法和灰度图法)的测量范围进行详细说明, 并结合实验的方法对传统 FTP 法以及两种改进 FTP 法的测量范围进行了对比研究。结果表明, 在大梯度情况下, π 相移法的测量结果要优于灰度图法的测量结果, 且随着物体高度梯度值的增加, π 相移法的测量结果逐渐优于灰度图法的测量结果。

基金项目

诚挚感谢衢州市科技计划指导性项目(2021068)资助。

参考文献

- [1] 刘文耀, 等. 光电图像处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [2] 赵焕东. 相位测量轮廓术的理论研究及应用[D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2001.
- [3] 陈家璧, 苏显渝. 光学信息技术原理及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [4] 陈文静, 苏显渝. 利用灰度图减小 Fourier 变换轮廓术的频谱混叠[J]. 激光杂志, 2002, 23(6): 37-38.
- [5] Sun, J.R. and Zou, W. (2014) Saturation Model and Phase Recovering for Phase Measuring Profilometry. *Applied Mechanics and Materials*, **513**, 3996-3999. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.513-517.3996>
- [6] Manzano, O., Herzig, H.P., Marxer, C.R., et al. (1999) Miniaturized Time-Scanning Fourier Transform Spectrometer Based on Silicon Technology. *Optics Letters*, **24**, 1705-1707. <https://doi.org/10.1364/OL.24.001705>
- [7] Falade, K.O. and Ayetigbo, O.E. (2021) Influence of Physical and Chemical Modifications on Granule Size Frequency Distribution, Fourier Transform Infrared (FTIR) Spectra and Adsorption Isotherms of Starch from Four Yam (*Dioscorea spp.*) Cultivars. *Journal of Food Science and Technology*, 1-13. <https://doi.org/10.1007/s13197-021-05200-7>
- [8] Su, X.-Y., Li, J. and Gou, L.-R. (1988) An Improved Fourier Transform Profilometry. *Proceedings of SPIE*, **954**, 32-35. <https://doi.org/10.1117/12.947595>
- [9] Yi, J. and Huang, S. (1997) Modified Fourier Transform Profilometry for the Measurement of 3-D Steep Shapes. *Optics and Lasers in Engineering*, **27**, 493-505. <https://doi.org/10.1117/12.947595>
- [10] Burton, D.R., Goodall, A.J., et al. (1995) The Use of Carrier Frequency-Shifting for the Elimination of Phase Discontinuities in Fourier-Transform Profilometry. *Optics and Lasers in Engineering*, **23**, 245-257. [https://doi.org/10.1016/0143-8166\(95\)00005-9](https://doi.org/10.1016/0143-8166(95)00005-9)
- [11] Takeda, M., Gu, Q., Kinoshita, M., et al. (1997) Frequency-Multiplex Fourier-Transform Profilometry: A Single Shot Three-Dimensional Shape Measurement of Objects with Large Height Discontinuities and/or Surface Isolations. *Applied Optics*, **36**, 5347-5354. <https://doi.org/10.1364/AO.36.005347>
- [12] 徐友洪, 童根树. 基于双椭圆滤波算法的傅里叶变换轮廓术[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2021(8): 36-39, 43.
- [13] 魏小华, 徐文俊, 徐雪雅. 基于改进 Sierra 抖动算法的微离焦投影三维轮廓测量技术研究[J]. 计量学报, 2020, 41(6): 669-675. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1158.2020.06.07>
- [14] Liu, X.R. and Kofman, J. (2019) Real-Time 3D Surface-Shape Measurement Using Background-Modulated Modified

Fourier Transform Profilometry with Geometry-Constraint. *Optics and Lasers in Engineering*, **115**, 217-224.
<https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.11.014>

- [15] 周灿林, 杨允鑫, 司书春, 等. 一种改进的消零频傅里叶变换轮廓术[J]. 光电子激光, 2014, 25(6): 1140-1145.
- [16] 陈文静, 苏显渝, 曹益平, 等. 傅里叶变换轮廓术中抑制零频的新方法[J]. 中国激光, 2004, 31(6): 740-744.
<https://doi.org/10.3321/j.issn:0258-7025.2004.06.023>
- [17] 张宪超, 武继刚, 蒋增荣, 等. 离散傅里叶变换的算术傅里叶变换算法[J]. 电子学报, 2000, 28(5): 105-107.
<https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2000.05.030>
- [18] 雍得鹏, 邹金龙, 夏雷, 等. 基于全相位傅里叶变换的多普勒信号频谱提取[J]. 探测与控制学报, 2016, 38(3): 41-46.