

# Forecast Analysis of Urban Residents' Endowment Insurance Expenditure in China

## —Based on Grey GM(1,1) Model

Xiaoling Zhu

Beijing University of Technology, Beijing  
Email: 1148081498@qq.com

Received: Sep. 5<sup>th</sup>, 2018; accepted: Sep. 19<sup>th</sup>, 2018; published: Sep. 26<sup>th</sup>, 2018

---

### Abstract

With the development of science and technology and medical technology, people's overall life expectancy is prolonged, so the pension fund has brought great challenges. Therefore, the precise forecast and analysis of the endowment insurance for urban residents in China can lay foundation for the follow-up study of the endowment insurance system in the future. Based on the data of the elderly population and the dependency rate from 2010 to 2014, this paper firstly makes a descriptive analysis of the overall elderly population in China; secondly, it uses the grey GM(1,1) model to forecast and analyze the residents' pension insurance expenditure. The results show that: China has shown an aging trend; pension expenditure is showing an upward trend year by year; therefore, the government should adjust and improve the relevant policies.

### Keywords

Endowment Insurance, Grey Prediction, Aging of Population

---

# 我国城镇居民养老保险支出预测分析

## —基于灰色GM(1,1)模型

朱小伶

北京工业大学, 北京  
Email: 1148081498@qq.com

收稿日期: 2018年9月5日; 录用日期: 2018年9月19日; 发布日期: 2018年9月26日

---

### 摘要

随着科技与医疗技术的发展, 人们整体的寿命延长, 因此对于养老保险基金带来了极大的挑战。因此,

精准的对我国城镇居民的养老保险进行预测分析,可以为今后养老保险系统后续研究打下基础。本文采用2010~2014年老年人口及抚养率数据,首先对于我国整体老年人口进行了描述性分析;其次,采用灰色GM(1,1)模型对于居民养老保险支出做出预测分析。结果表明:我国已经呈现出了老龄化趋势;对于养老保险支出呈现的是逐年上升态势;因此政府应针对相关问题进行政策的调整与完善。

## 关键词

养老保险, 灰色预测, 人口老龄化

Copyright © 2018 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在我国实施计划生育以后,我国人口数量增长得到控制,也因此减轻了巨大的人口压力以及每个家庭的负担。然而,随着经济技术的发展以及医疗体系的完善,人们的平均寿命逐渐增加,高龄老人比重增大,从而抚养的比例也会变大。因此,人口老龄化的问题也逐渐显现出来。人口老龄化给我国养老保险带来许多问题,它导致了养老的负担加重,养老保险基金支出处于较高水平等。

随着人口老龄化问题变得越发严重,养老保险收支不平衡问题逐渐成为大家所关注的问题之一。近期两会所商议的延长退休政策的确定实施,正是可以对弥补养老保险缺口的一个有力的政策。然而,对于“缺口”的大小我们并不知道,因此通过对养老保险基金支出的精准预测,对于政府政策的制定起着非常重要的作用。

## 2. 我国 65 岁及以上人口变化趋势的描述统计分析

本文选取 2010~2014 年我国 65 岁及以上人口以及老年抚养比数据,对近五年我国老年人口变化趋势做一个系统的描述分析。

从图 1 看出,2010~2014 年我国老年人口总数逐年上涨,2010 年为 11,894 万人,而仅仅经过 5 年,这个总数已经上升到了 13,755 万人,上涨了近 13.53%,已经呈现出了老龄化趋势。

从图 2 看出,2010~2014 年我国老年抚养比也逐年增加。同时,也论述了上述所证明的。我国老年抚养比率上升,养老保险支出则更加大。

## 3. 灰色预测基本理论及模型介绍

### 3.1. GM(1,1)模型建立[1]

首先计算一次累加生成数据:

$(x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(M))$  是所要预测的某项指标的原始数据。原式数据一次累加:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

此时,得到一个新的数列。这个新的数列的随机性程度减弱,相反,平稳性增加。

其次,是均值序列的生成:

令  $Z^{(1)}$  为  $X^{(1)}$  的紧邻均值生成序列,即:

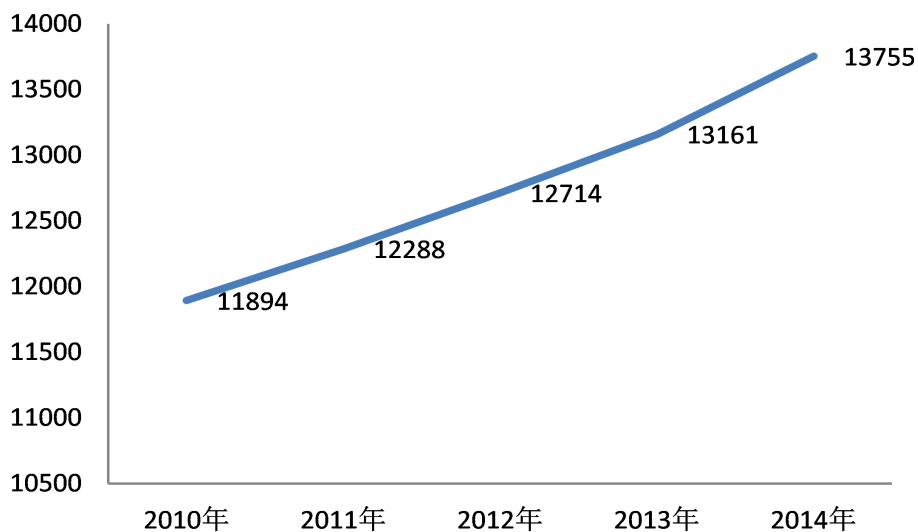


Figure 1. Total population aged 65 and over in China from 2010 to 2014

图 1. 2010~2014 年我国 65 岁及以上人口总数

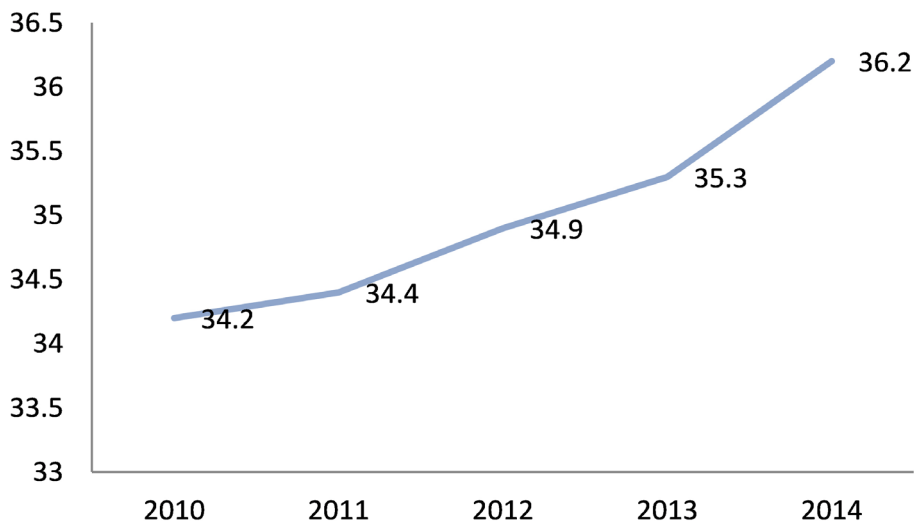


Figure 2. China's old-age dependency ratio from 2010 to 2014

图 2. 2010~2014 年我国老年抚养比

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \quad (2)$$

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (3)$$

接下来是灰微分方程模型的建立:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (4)$$

回代数据:

利用最小二乘法求得参数  $a$ ,  $b$  的估计值。(4)式中  $a$  发展系数,  $b$  为内生控制灰数。设  $\hat{\alpha}$  为待估参数向量, 即  $\hat{\alpha} = (a, b)^T$ , 那么, 灰微分方程的最小二乘法估计参数列满足:

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (5)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (6)$$

白微分方程的求解：  
代入  $a, b$  的估计值得到：

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (7)$$

那么，(7)的解也称为时间响应函数：

$$\hat{x}^{(1)}(t) = \left( x^{(1)}(0) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (8)$$

GM(1,1)灰色微分方程的时间响应序列为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left| x^{(1)}(0) - \frac{b}{a} \right| e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

累减还原确定最终模型：

取  $x^{(1)}(0) = x^{(0)}(1)$ ，则

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left| x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right| e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

还原值为：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (11)$$

因此，上式即为预测方程。

## 3.2. GM(1,1)模型拟合检验

### 3.2.1. 残差检验

残差检验，是根据平均相对误差这个指标来衡量精度好与坏。平均相对误差为[1]：

$$\bar{e} = \frac{\sum |x(\widehat{t}) - x(t)|}{\sum x(t)} \quad (12)$$

### 3.2.2. 关联度检验

关联度检验是通过考察模型模拟序列(曲线)与原始序列(曲线)的相似程度进行检验。令关联度系数为：

$$\xi_i = \frac{\Delta_{\min} + \Delta_{\max}}{\Delta_i + \Delta_{\max}}, t = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

其中  $\Delta_{\min} = \min \Delta_i$ ， $\Delta_{\max} = \max \Delta_i$ ， $\Delta_i = |x_i^{(1)}(t) - x_i^{(0)}(t)|$ 。

### 3.2.3. 后验差检验

后验差检验即为与原始数据分布集中或离散程度的比较。其表达形式为：

$$C = \frac{S_d}{S_x} \quad (14)$$

其中,  $S_x$  为原始序列的标准差,  $S_d$  为计算绝对误差序列的标准差。小误差概率  $P$  为:

$$P = P\left\{ \left| \Delta^{(0)}(i) - \bar{\Delta}^{(0)} \right| < 0.6745S_x \right\} \quad (15)$$

## 4. 我国城镇居民养老保险支出灰色预测模型的建立

### 4.1. 预测模型的建立

本文选取了 2003~2012 年我国城镇居民养老保险支出的数据(见表 1), 运用 matlab 统计软件进行模型的拟合与检验。

下列为原始时间序列:

$x^0(t) = \{3122.1, 3502.1, 4040.3, 4896.7, 5964.9, 7389.6, 8894.4, 10554.9, 12764.9, 15561.8\}$  由(1)式得一次累加数据序列:

$$x^1(t) = \{3122, 6624, 10664, 15561, 21526, 28916, 37810, 48365, 61130, 76692\}$$

由(6)式构造数据矩阵及数据向量得:

$$B^T = \begin{bmatrix} -4873 & -8644 & -13113 & -18544 & -25221 & -33363 & -43088 & -54747 & -68911 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \{3502, 4040, 4897, 5965, 7390, 8894, 10555, 12765, 15562\}$$

最后计算模型参数为:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1889 \\ 2495.6 \end{bmatrix}$$

因此, 由(10)得出:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = 16333.32e^{0.1889k} - 13211.2 \quad (16)$$

由公式(10) (11)可以导出:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left(1 - e^a\right) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak}, \quad \text{其中 } k = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

**Table 1.** Pension insurance expenditures

**表 1.** 养老保险支出额

年份	实际观测值(亿元)
2003 年	3122.1
2004 年	3502.1
2005 年	4040.3
2006 年	4896.7
2007 年	5964.9
2008 年	7389.6
2009 年	8894.4
2010 年	10,554.9
2011 年	12,764.9
2012 年	15,561.8

因此，由上式公式可以得到：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = 2811.4625e^{0.1889k} \quad (18)$$

## 4.2. 预测模型的检验

### 4.2.1. 残差检验

通过公式(12)分别求出预测值，绝对误差，相对误差以及平均相对误差[2] [3] (见表 2)。

通过上表看出，相对误差都很小并且平均相对误差仅仅为 0.0113，说明模型的精度很高。也就是说灰色 GM(1,1)模型预测相对来说很精准。

### 4.2.2. 关联度检验

通过第三节所列的关联度检验方法及公式(13)，得出关联度为 0.618，仅仅勉强通过检验[4]。

### 4.2.3. 后验差检验

对原始数据序列的  $x^{(0)}(t)$  和绝对误差序列计算得原始数据序列的标准差分别为， $s_x = 4215.9$ ， $s_d = 66.8774$ ，因此后验差为  $C = \frac{s_d}{s_x} = 0.0159$ ，同时  $P = 1$ ，可见后验差检验为优，说明模型预测非常精准。

## 4.3. 我国城镇居民养老保险支出额 GM(1,1)模型预测

上述三个检验均通过，因此可以进行外推预测。同时从我国 2003~2012 年养老保险支出额的拟合图(图 3)也可以清晰的看出模型拟合效果很好。因此，基于白化响应式(16)，matlab 计算预测结果如下[5]。

因此，基于白化响应式(16)，matlab 计算预测结果如下。

通过表 3 的预测值，可以和已有数据 2013~2014 年数做一个对比，发现 2013 年我国养老基金支出为 18,470.4 亿元，2014 年为 21,754.7，可见预测的误差非常小。因此接下来的年份的预测值非常可信，通过观察可见我国城镇居民养老保险基金支出额呈现的为大幅上升状态。

## 5. 总结

本文采用 2003~2012 年我国城镇居民养老保险支出额的数据，首先对于可能影响养老保险基金的指

**Table 2.** Relative error between calculated and actual value of urban residents' pension insurance expenditure in China

**表 2.** 我国城镇居民养老保险支出计算值与实际值相对误差

年份	实际值(亿元)	预测值(亿元)	绝对误差	相对误差	平均相对误差
2003	3122.1	3122	0	0	
2004	3502.1	3396	105.8771	0.0302	
2005	4040.3	4103	62.2364	0.0154	
2006	4896.7	4956	59.0421	0.0121	
2007	5964.9	5986	21.4893	0.0036	
2008	7389.6	7231	158.2196	0.0214	0.0113
2009	8894.4	8735	159.1072	0.0179	
2010	10,554.9	10,552	2.9257	0.0003	
2011	12,764.9	12,746	18.4285	0.0014	
2012	15,561.8	15,397	164.441	0.0106	

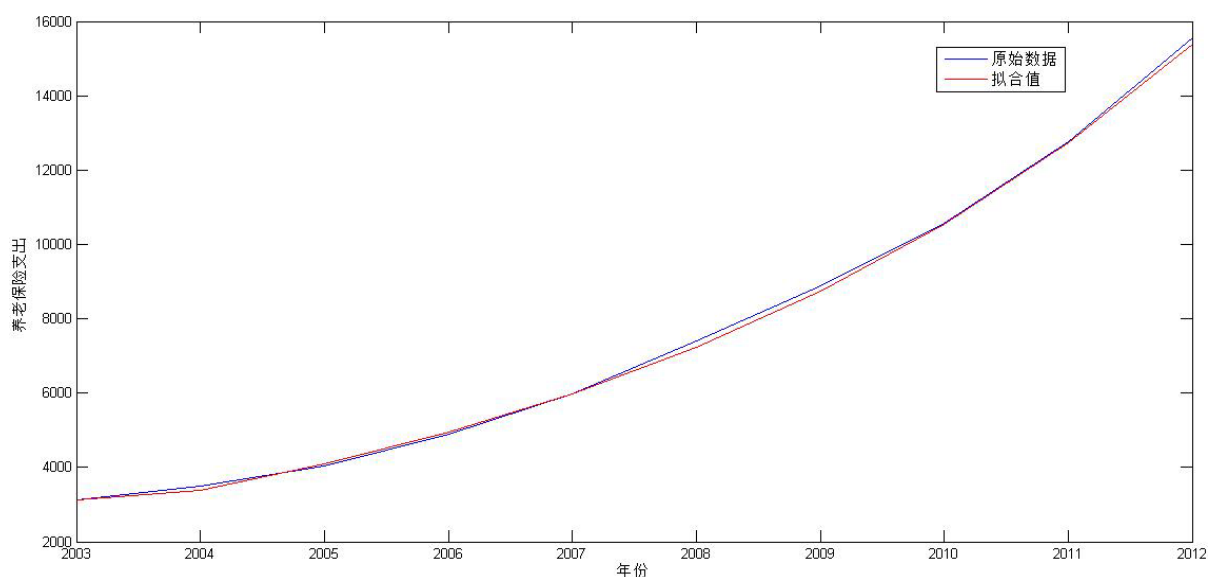


Figure 3. China's pension insurance expenditures from 2003 to 2012

图 3. 2003~2012 年我国养老保险支出额

Table 3. Forecast of China's urban residents' pension insurance expenditure

表 3. 我国城镇居民养老保险支出预测值

时间	预测值(亿元)
2013	18,591.5
2014	22,457.1
2015	27,126.3
2016	32,766.4
2017	39,579.2
2018	47,808.6
2019	57,748.9
2020	69,756.1
2021	84,259.8
2022	101,779.1

标进行一个大体的描述统计分析，所分析的则为人口老龄化的问题。采用的数据为 2010~2014 年老年人口数以及老年人抚养率，通过趋势分析，可以清晰的看出我国已经呈现出了老龄化的趋势。由于人口老龄化问题的产生，对于养老保险基金需求增大，养老保险基金的支出额将会增大；然后运用 matlab 等统计软件，建立灰色 GM(1,1)模型对我国城镇居民养老保险支出额进行预测，灰色预测所研究的便是“小样本，贫信息”问题，本文对 2003 年~2012 年的养老保险支出额进行拟合，并用残差检验、关联度检验以及后验差检验对模型进行检验，三个检验结果均合格，最后对 2013~2022 年的养老保险支出额进行了预测。通过预测结果可以看出，养老保险支出额是逐年增加的，呈逐渐上升趋势。到 2022 年，如果不加以政策的配合，养老保险基金支出已经达到了 101,779.1 亿元。

养老保险对人们有着举足轻重的作用。然而，随着老龄化问题的加剧，养老保险基金也呈现出“缺口”，因此要完善社会保险的保障体系，需要政府、社会共同出力。近期出台的“延长退休”政策对于

养老保险“缺口”问题有缓解作用。

### 参考文献

- [1] 周瑞平. GM(1,1)模型灰色预测法预测城市人口规模[J]. 旅游论坛, 2005, 34(1): 81-83.
- [2] 王瑞娜, 唐德善. 基于改进的灰色 GM(1,1)模型的人口预测[J]. 统计观测, 2007, 2(20): 93-95.
- [3] 赖红松, 祝国瑞, 董品杰. 基于灰色预测和神经网络的人口预测[J]. 经济地理, 2004, 24(2): 198-201.
- [4] 白先春, 李炳俊. 基于新陈代谢 GM(1,1)模型的我国人口城市化水平分析[J]. 统计与决策, 2006(3): 40-41.
- [5] 朱明清, 王智灵, 陈宗海. 基于灰色预测模型和粒子滤波的视觉目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(1): 53-57.

#### 知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2169-2556, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>  
期刊邮箱: [ass@hanspub.org](mailto:ass@hanspub.org)