

Integrating the Principle of Visuality into the Teaching of Calculus

Pengfei Guo¹, Xiufang Feng^{2*}, Chaolong Zhang¹, Dongqing Wu¹

¹School of Computing Science, Zhongkai College of Agricultural Engineering, Guangzhou Guangdong

²School of Mathematics, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong

Email: 450799063@qq.com, SandyGuo480981@outlook.com, *xffeng@scut.edu.cn, 229028677@qq.com, 569353284@qq.com, 10113093@qq.com

Received: Feb. 7th, 2019; accepted: Feb. 20th, 2019; published: Feb. 27th, 2019

Abstract

In many years of teaching practice, the intuitional principle is utilized to overcome the difficulty of understanding of calculus. The result indicates that this is a valuable and effective method. It stimulates the interest of students in mathematics, and improves the quality of teaching.

Keywords

Calculus, Intuitional Principle, Teaching Method

让直观性原则融于微积分的教学

郭鹏飞¹, 冯秀芳^{2*}, 张超龙¹, 吴东庆¹

¹仲恺农业工程学院计算科学学院, 广东 广州

²华南理工大学数学学院, 广东 广州

Email: 450799063@qq.com, SandyGuo480981@outlook.com, *xffeng@scut.edu.cn, 229028677@qq.com, 569353284@qq.com, 10113093@qq.com

收稿日期: 2019年2月7日; 录用日期: 2019年2月20日; 发布日期: 2019年2月27日

摘要

在多年的微积分教学中, 针对其中存在的问题, 尝试了几种让直观性教学原则融于微积分的教学方式。实践证明, 这些教学方式对激发学生的学习乐趣, 提高教学质量是很有实效的。

*通讯作者。

关键词

微积分, 直观性原则, 教学方式

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

微积分是高校工科类专业的重要基础课, 学生对微积分理解和掌握的程度, 直接影响其后继课程的学习以及以后的发展。如何使抽象的、枯燥无味的微积分理论知识变得直观易懂? 如何让大多数学生摆脱对微积分学习的厌倦和恐惧, 使他们喜欢和学好微积分? 如何教会学生运用所学知识解决实际问题, 让他们能够领悟到数学的魅力, 激发他们学习的兴趣, 进而促进教学质量的提高, 最终实现“学而有趣”, “学而有用”, “学而会用”的目标, 这些始终是微积分教学中存在的重要问题。经过多年来的教学实践证明, 通过合理运用教学直观性的方法, 让学生感觉到数学不再是枯燥无味的定义、定理和公式的组合, 而是有着实际意义的逻辑严谨的一门科学, 对提高教学效果是很有实效的。

2. 直观性原则的含义

早在 17 世纪, 捷克著名的教育家和实践家夸美纽斯[1] [2]已将直观性作为教学的一项基本原则。一般的, 直观性教学主要是指: 教师在教学过程中运用客观事物、模型、图片、挂图、电影、计算机模拟及教师讲课时的语言、板书、图解等直观性的教材, 引导学生通过观察、感知事物, 使学生获得感性认识, 进而归纳、抽象出与具体形象相关的概念、定理、法则等。这种方法减少了学生理解抽象概念的困难, 帮助学生实现了从具体思维向抽象思维的顺利过渡, 同时使学生懂得了, 他所学的东西不是从某种乌托邦取来的, 也不是从柏拉图式的观念借来的, 而是我们身边的事实之一, 使他们感到学有所用, 促使他们对公式、法则灵活运用, 从而大幅度的提高教学效果。

3. 微积分教学中贯彻直观性原则的必要性

我们知道, 即使是再抽象的数学理论也是来源于生活实际和大量的天文、地理和物理观测试验, 是在这些具体问题和规律的基础上的总结、提高和抽象化。这就决定了在微积分的学习和教学中, 应该充分利用直观的例子来讲述和理解数学, 要尽可能地运用感官来配合理论讲授和学习。关于这一点, 历史上有很多的教育家在他们的著作中都有阐述, 如瑞士著名教育家裴斯塔洛奇指出的“直观是全部认识的基础”, 教育中“培养人的直观的基础比什么都重要”; 夸美纽斯在《大教学论》中也阐述了三个有力的理由“第一, 知识的开端永远必须来自感官(因为悟性所有的都是先从感官得来的, 没有别的)。第二, 科学的真实性与准确性依靠感官的证明多于其他一切, 因为, 看就是信。第三, 感官是记忆的最可信任的仆役”。

再者, 直观性教学是由所授对象以及大学生的生理、心理特点所要求的。因为人们认知心理的发展与脑、神经系统的发育和社会环境、教育的作用有着密切的关系。微积分课程所授对象是工科类专业的一年级学生, 年龄一般在 18 岁左右, 调查的结果表明, 这时他们的思维特点具有直观性、具体性, 逻辑思维处于形成阶段, 他们学会用特殊和一般、归纳和演绎、理论和实践等对立统一的辩证思维方法。但是逻辑思维尚未达到成熟的水平, 他们还不习惯于对较大的知识范围作一般性概括。同时, 他们的逻辑思维存在发展的不平衡性, 这也是我国大学一年级新生思维发展的一个显著特点, 不过严谨的抽象思维

能力会随着年级的升高而逐渐增强[3]。

无论从微积分产生的历史和背景来看,还是从本科一年级的心理特点来看,遵循直观性的教学原则都是必要的。

4. 微积分直观性教学的途径

4.1. 抽象的概念 - 直观的描述

在微积分的教学过程中,要解决的主要问题是把抽象的数学理论运用浅显易懂的语言去讲述,让学生在不知不觉中理解数学的真谛,得到数学的熏陶,学会数学的思考方法,达到能够运用数学来解决不同学科和领域中实际问题的目的[4]。通常,我们把数学语言分为三种:自然语言、符号语言和图像语言。其中,图像语言是数学最直观的语言,在教学中如果完全按照课本上的描述去讲解微积分的那些概念、定理只能使学生的大脑中储存一些干巴巴的条文,缺乏活灵活现的具体形象,会令学生丧失对数学的兴趣,更糟糕的是基本知识都掌握不好。比如极限是微积分最难理解的概念之一,可它又是大学新生学习微积分时最先和必须要理解的,如果直接用 ε - $N(\varepsilon-\delta)$ 符号语言讲授极限、导数和积分等概念,会使学生坠入云里雾里,不知所云。这时可从生活中的实例如我国战国时代的名家公孙龙等提出的“截丈问题”及魏晋时期的数学家刘徽的“割圆术”讲起,通过用图形动画的演示便于学生通过直观思维的方式对极限先有一个直感(极限是研究变量变化趋势的),再穿插介绍微积分的发展历史,告诉同学那些大数学家们也是在微积分创立后,争论了二百多年才建立的极限理论,进而树立他们学习的自信心,同时,我们可以利用数轴给出极限的几何意义从而使它的抽象程度降低,在讲解时只要抓住关键点 ε 的任意性及大 $N(\delta)$ 的存在性,这样一来,同学们接受这个概念就容易多了。

4.2. 数学知识的生活化

夸美纽斯十分重视通过感官发展悟性,主张知识要经过理解再去记忆,而理解的根本条件就是借助实际。可以说,任何抽象的数学概念、公式甚至数学思想和方法在现实中都能发现其具体的实例,在教学过程中,充分利用学生头脑中已有的东西,通过直观的叙述,能收到事半功倍的效果。

我们知道多元函数的可积性理论与一元函数没有太大的本质区别,因此重积分的重点在于计算,而计算的重点又在于如何根据给定的具体问题将多重积分化为累次积分,以使计算简捷。实际中重积分化为累次积分的方法有投影法和截面法,为使学生更直观的理解它们的区别,我在教学中经常会从生活中最简单最常见的事情作为素材讲授,比如以一个胡萝卜为例,现计算它的质量(比重已知)。用投影法来计算即是先把胡萝卜立起来切成一条一条的,计算每条胡萝卜的质量 $M_i (i=1,2,\dots,n)$,再把所有的 M_i 加起来,即是整个胡萝卜的质量;而对截面法来讲是把胡萝卜先切成一片一片,首先计算每片的质量 $M_i (i=1,2,\dots,n)$,再把所有 M_i 相加。实践表明,用生活中常见的实例做类比,不但使学生懂得了这两种重积分的计算方法的区别和联系,也让学生对积分的实质有了更加直观的认识,同时使他们对相关知识的掌握也更加牢固。

微积分的很多概念都可以用这种方法来讲授,比如在讲授梯度时,我们可以把梯度的概念与登山运动员爬山联系起来,在不考虑体力及外部环境等客观因素的情况下,运动员怎样才能最快到达山顶,可使学生更能体会到梯度的应用,从而增强他们学习的兴趣。

微积分中还有很多从名字上看就很难理解的概念,如通量和环流量,这时我们可以透过一些自然现象和社会热点启发学生发现身边的数学。比如以建设水库大坝为例,大坝侧面的倾斜度肯定不是随意设计的,因为要根据水库的库容及当地的自然环境,必须考虑单位时间内流向它的流量,所以到底倾斜度设计为多少合适是需要工程技术人员经过严密计算的。再有大家经常会发现一片树叶在河水中漂流时,除了顺流而下,还会旋转,原因是什么?进而引入环流量这个概念。

4.3. 建模的思想融于教学

数学建模是一种数学的思考方法,是一种用数学语言描述实际现象的过程。当人们需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时,在了解对象信息、分析内在规律等工作的基础上,用数学语言把它表述为数学式子(或称为数学模型),然后用通过计算得到的模型结果来解释实际问题,并接受实际的检验,这个全过程就称为数学建模。微积分的讲授是一种传递间接知识的方法,其内容多以抽象的理论知识为主,然而理论是来源于实践并为实践服务的,所以,数学建模是联系数学与实际问题的桥梁,是数学在各个领域广泛应用的媒介,是培养高素质创新人才的有效途径。全世界各个国家每年都举办各种各样的建模比赛,目的即是培养学生团结协作、自我开拓和创新实践的能力。对工科学生而言,通过微积分的学习不仅要理解、掌握相关的知识,提高自己的数学素养,而且要更好地运用数学去分析、解决现实中的一些自然现象和社会现象,所以,在教学中我们会适时的引导学生利用学到的数学理论去发现、解决遇到的相关问题,鼓励他们参加数学建模,这样既满足了他们的好奇心,又能让学生感受到成就感,进而培养他们对数学的热爱,激发他们的求知欲望和进取精神,而且对他们将来走向社会也有很好的教育作用。

事实上,在微积分的产生和发展的历史长河中,一直是和各种各样的应用问题紧密相关的。微积分中的很多概念和公式比如导数、定积分、Fermat 引理等都有十分现实和具体的背景。以 Fermat 引理为例,最开始是天文学家 Kepler 在研究行星运动时观测到,行星运动到它的椭圆轨道长轴的端点附近时,切向加速度会趋于零。Fermat 就根据这一事实,分析了一个函数的增量在极值点附近的变化情况,进而得到了寻找函数极值的一种方法,即 Fermat 引理。

就近代和现代数学的发展来看,很多数学理论也是来源于实践以及其他学科的。比如泛函分析起源于物理学中的量子理论,是数学家为了解释 Dirac 函数而产生的一门学科,现在又广泛的应用于很多科学领域。还有,我们发现自然界中有许多突变和飞跃的过程,如水沸腾,火山爆发,某地突然地震等等,这些突变现象把系统空间变成了不连续的,微积分是无法解决的,而科学家在研究这类突变现象时遇到了各种各样的困难,其中最主要的是缺乏恰当的数学工具来提供他们的数学模型。因此,又迫使数学家想法设法研究能描述这些不连续现象的数学理论,终于,1972 年法国数学家雷内·托姆在他的一本著作中提出并明确的阐明了突变理论。随后,他还组成一个研究团体,细心研究,扩展应用,提出一系列数学模型,用以解释自然界和社会现象中所发生的不连续的变化过程,托姆也为此成就而荣获当前国际数学界的最高奖之一——菲尔兹奖。

5. 结束语

总之,直观性教学的方式是多种多样的,在教学中教师应根据教学任务的特点恰当的选择合适的直观方法去解释数学,这样既可以改善学生的认知结构,为学生理解和记忆知识创造条件,而且有助于引起学生的注意力,对于提高课堂教学效果是不言而喻的,同时对于培养学生的观察力、想象力和思维能力也是大有裨益的。

参考文献

- [1] 克莱因. 古今数学思想[M]. 上海: 上海科学出版社, 1979.
- [2] 夸美纽斯. 大教学论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1985.
- [3] 朱立峰. 《科学思维方法》培训教材[EB/OL]. <http://www.shenzhen.net>, 2011-9-14.
- [4] 谷政. 略论高等数学教学中的直观性原则[J]. 辽宁农业职业技术学院学报, 2002(1): 58-59.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2331-799X，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：ces@hanspub.org