

大思政格局下线性代数思政课例教学设计 ——以逆矩阵为例

庄丽, 郝树艳, 顾丽娟

海军航空大学, 山东 烟台

收稿日期: 2021年7月22日; 录用日期: 2021年10月19日; 发布日期: 2021年10月26日

摘要

在大学数学课程体系中, 线性代数是高等教育的“智育”基础, 为大学生的专业知识体系奠定基础的同时, 引导学生认识科学世界, 使思想政治教育和专业知识讲授之间相互促进, 形成协调效应。本文以逆矩阵为课例进行思政元素的初步挖掘, 将教学案例、数学原理和军事故事融入逆矩阵课堂中, 激发学员学习兴趣, 感受数学与哲学的内在联系, 将课程内容、思想、结构有机结合在一起。

关键词

课程思政, 线性代数, 逆矩阵

The Teaching Design of Linear Algebra Ideological and Political Lessons under the Big Ideological and Political Situation —Taking the Inverse Matrix as an Example

Li Zhuang, Shuyan Hao, Lijuan Gu

Naval Aviation University, Yantai Shandong

Received: Jul. 22nd, 2021; accepted: Oct. 19th, 2021; published: Oct. 26th, 2021

Abstract

In the university mathematics curriculum system, linear algebra is the foundation of “intellectual education” for higher education. While laying the foundation for the professional knowledge system of college students, it also guides students to understand the scientific world, and promotes

the mutual promotion of ideological and political education and professional knowledge teaching to form a coordination effect. This article uses the inverse matrix as a lesson example for preliminary design and exploration, integrates teaching cases, mathematical principles and military stories into the inverse matrix classroom, stimulates students' interest in learning, feels the inner connection between mathematics and philosophy, and combining the content, thought and structure of the course.

Keywords

Curriculum Ideology, Linear Algebra, Inverse Matrix

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 军队院校线性代数课程思政建设存在的问题

在当下新的时代背景下，按照新时代军事教育方针要求，走出一条体现立德树人、为战育人导向要求的新路径，是亟待破解的现实课题。当前军队院校课程思政建设工作，主要存在以下三个方面的问题：

一是军事特色还不够明显，没有深度挖掘部队需求和实战导向；

二是课程思政元素利用不够充分，还没有充分体现到从教材、人才培养方案、课程教学计划、课堂教学到教学考核的全过程中去，未形成完整的课程思政方案体系。

三是没有形成闭环式发展，对“学员反馈”的思政环节关注度不够。

2. 线性代数课程思政的意义和可行性

线性代数是军队院校理工科学生必修的数学类基础课，是学习相关后续专业课程的数学基础和工具，在培养具有良好科学素养、人文精神和创新能力的数学及应用人才方面起着十分重要的作用[1]。线性代数开展课程思政有以下两方面的意义：

从教员角度出发，树立德育为本的教育理念，提升自身对哲学理论的理解，将理论与实际相结合，显性教育与隐性教育相结合，将哲学思想、爱国情怀融入教学中。

从学员角度出发，让学生清晰意识到线性代数这门课程与专业的相关性、与行业的紧密性，以及未来的需求性等，深刻理解信息战场意味着国家安全，民族兴亡，从而培育学员的家国情怀。正面教育与纪律约束相结合，深刻理解质变和量变之间的转化。共性与个性相结合，挖掘线性代数的学科思维，提炼蕴含的文化基因和价值引领，找到数学与哲学之间的相通点。

《线性代数》课程内容抽象，公式繁琐，但各章节间联系紧密，逻辑结构清晰，在授课内容上具有与“课程思政”有机融合的优势，其经典思想和方法深刻体现了马克思主义辩证唯物主义世界观和方法论。线性代数的发展史也充分展示了数学家们，开拓创新、追求真理的科学精神，展现了古今中外数学家们忠诚爱国、献身事业的高尚情怀[2]，高校教授应积极进行知识传授和价值引领相结合，实现教学中立德树人，润物无声[3]。

3. 逆矩阵课例中蕴含的思政元素

矩阵理论贯穿整个线性代数部分的始终，是研究线性代数的重要工具。矩阵的逆既是矩阵理论中的

教学重点，又是教学难点，恰当的使用逆矩阵的运算性质可以简化运算，逆矩阵在求解线性方程组以及矩阵的对角化等方面起着举足轻重的作用，逆矩阵在军事密码学中有重要应用。本文以逆矩阵为例，阐述其蕴含的三个方面的思政元素。

3.1. 从马克思主义哲学思想出发，蕴含三大哲学思想

1) 从“对立统一”看事物之联系。借助数的运算法则来研究矩阵的逆从而给出逆矩阵的定义，便是由已知探索未知，由数向数组延展的过程，矩阵与逆矩阵、线性无关与线性相关、奇异矩阵与非奇异矩阵等成对存在，体现了哲学中的对立统一关系[4]。

2) “以量定质”体现事物量质统一的规律性。用矩阵的秩来判断矩阵是否可逆，体现哲学中“以量定质”的辩证思想。

3) “量变引起质变”体现事物变化规律。利用初等变换法求逆矩阵，通过对可逆矩阵进行初等行变换或者初等列变换，将 A 经过初等变换化为 E ，则 E 变为 A^{-1} 的过程，体现哲学中的量变引起质变的思想。

3.2. 注重多元融合，注重数学美感的培养

逆矩阵的初等变换法展现数学式子的统一美和形式美，变换过程中形式不变，矩阵的秩不变。如马克思主义中国化，其核心内容并不改变。求逆矩阵的初等变换法的整个过程展现数学思想，也展现了求解方式中的逻辑美[5]。

3.3. 学以致用，在实例中落实思政内容

通过实际案例，军事密码加密原理加深对逆矩阵理解，将理论与应用相结合，融入国家命运与科技发展的紧密联系，强调学习强国，科技强军。

4. 逆矩阵课例思政元素的挖掘

4.1. 提出问题

通过类比的思想用旧知识引入新知识，由矩阵提出逆矩阵的概念。

从矩阵乘法的角度来看， n 阶单位矩阵 E 在 n 阶方阵中的地位类似于数中的 1 在乘法中的地位。对于一个不等于零的数 a 的倒数可以用等式 $aa^{-1} = a^{-1}a = 1$ 来刻画。那么对方阵 A 来说能不能也类似存在一个方阵 A^{-1} ，有 $AA^{-1} = A^{-1}A = E$ 呢？

从而引入逆矩阵的定义，对于 n 阶方阵 A ，如果存在一个 n 阶方阵 B ，使得 $AB = BA = E$ ，则称方阵 A 是可逆的，并把方阵 B 称为方阵 A 的逆矩阵，记作 A^{-1} 。

从一个数扩展到一个数组，为了使学生熟练掌握这些内容，明晰其区别与联系，我们不妨把事物一分为二，从“对立统一”的角度看问题、分析问题，那么线性代数的教学内容就变得有章可循，有法可依，就能由此及彼，由浅入深，逐步展开成线性代数枝繁叶茂的知识体系。按照由特殊到一般再由一般到特殊的认识规律，线性代数中的很多概念、定理和公式都是从客观现实中，经过数学的抽象、推理、归纳等产生的。

4.2. 解决问题

判定方阵是否可逆时，可通过求解矩阵的秩，判断其是否为满秩，即最简行阶梯矩阵中矩阵的非零行数与未知量的个数来判断，满秩则可逆，否则不可逆，体现哲学中以量定质的思想。

如何求解矩阵的逆，除了利用逆矩阵的定义，采用待定系数法求矩阵的逆，还可以用初等变换法求

矩阵的逆。

设 A 是 n 阶可逆矩阵，由推论知，有一系列初等矩阵 P_1, \dots, P_m ，使

$$P_1, \dots, P_m A = E \quad (2-1)$$

由(2-1)得

$$A^{-1} = P_1, \dots, P_m = P_1, \dots, P_m E \quad (2-2)$$

(2-1), (2-2)两个式子说明：如果用一系列初等行变换把可逆矩阵 A 化为单位矩阵，那么同样地用这一系列初等行变换去化单位矩阵，就能得到 A^{-1} 。

把 A, E 这两个 $n \times n$ 矩阵凑在一起，做成 $n \times 2n$ 矩阵 $(A \mid E)$ ，由分块矩阵的乘法，(2-1), (2-2)可以合并写成

$$P_1, \dots, P_m (A \mid E) = (P_1, \dots, P_m A \mid P_1, \dots, P_m E) = (E \mid A^{-1}) \quad (2-3)$$

(2-3)式提供了一个具体求逆矩阵的方法：作 $n \times 2n$ 矩阵 $(A \mid E)$ ，用初等行变换把它的左边一半化成 E ，这时右边的一半就是 A^{-1} ，即

$$(A \mid E) \xrightarrow{\text{初等行变换}} (E \mid A^{-1});$$

同理，用初等列变换也可求 A 的逆矩阵，方法如下：

$$\begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等列变换}} \begin{pmatrix} E \\ A^{-1} \end{pmatrix}。$$

注意：矩阵 A 左乘初等矩阵 P_1, \dots, P_m 等同于将 A 进行一系列初等行变换，直到 A 化为 E ，将不能再进行初等变换，从而量变引起质变，由 E 得到了 A^{-1} 。初等变换的过程体现数学形式的统一美，展现数学思想，体会内在的逻辑美。

求矩阵的逆中 A 类似于孩子， E 为父母，父母将孩子从小养大、艰辛教育、培养成才的过程，孩子长大后做了爸妈，自己的父母已经老了。 A 终究长大成了 E ，而 E 已经变成了 A^{-1} 。所以大家要有一颗感恩的心，“感恩父母”、“感恩学校”、“感恩国家”。

4.3. 实际应用

通过讲解逆矩阵在军事加密中的实例，解释密码信息安全的重要性。

例题，军事通讯中，需要将字符转化成数字，所以这就需要将字符与数字一一对应，如：

a	b	c	d	x	y	z
1	2	3	4	24	25	26

如 are 对应的矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 18 & 5 \end{pmatrix}$ ，如果直接按这种方式传输，则很容易被敌人破译而造成巨大的损失，这就需要加密，通常的做法是用一个约定的加密矩阵 A 乘以原信号矩阵 B ，传输信号时，不是传输的矩阵 B ，而是传输的转换后的矩阵 $C = AB^T$ ，收到信号时，再将信号还原。如果敌人不知道加密矩阵，则他就很难弄明白传输的信号的含义。设收到的信号为 $C = [21 \ 27 \ 31]^T$ ，并且已知加密矩阵是

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

问原信号 B 是什么？显然，在实际应用中，生成解密密钥只需要再次利用生成加密密钥时的变换矩阵对单位矩阵做一序列的初等变换即可。

基于加密技术的保密通信模型，加密密钥的生成至关重要，如何快速而有效地构造一个可逆矩阵作为加密密钥和求出其逆矩阵作为解密密钥是利用可逆矩阵实现保密通信的关键。打好信息保卫战是国与国之间战争的首要任务，所以青年学者要有开拓创新、严谨治学的精神，要有献身国防和坚定崇高的爱国主义理想。

5. 后续线性代数课程思政研究重点

军事院校课程思政建设要有军味，思政方向包括：

- 1) 深入挖掘课程思政元素，使其立德树人、为战育人导向更加鲜明，军事特色更加显著。
- 2) 建设线性代数课程思政方案体系，使课程思政渗透到教学的各个环节，达到充分并有效利用的目的，切实提高教学质量。
- 3) 课题组教员在“思政”中共同成长，促进实时协同学习，凝练课程特色，努力将线性代数课程打造成为有一定影响力的品牌课程，并逐步由点及面，推动我校思政改革走上新高度。

线性代数课程思政后续的研究应注重课程中每一个知识点思政元素的挖掘和打造完善，不能千篇一律，要保证思政内容和结合点恰到好处，不生硬，不牵强，才能真正意义上起到思政效果，达到德育目标。

参考文献

- [1] 梅强. 以点引线以线带面: 高校两类全覆盖课程思政探索与实践[J]. 中国大学教学, 2018(9): 20-22, 59.
- [2] 曹洁, 曹殿立. 融合思政的线性代数在线课程教材内容研究[J]. 科教导刊(中旬刊), 2020, 404(3): 126-127.
- [3] 张敬华, 林玉蕊, 赖尾英, 等. “课程思政”在《线性代数》课程教学改革中的研究与探索[J/OL]. 中文科技期刊数据库(全文版)教育科学, [2019-10-28]. <http://www.cqvip.com/QK/72176X/201912/epub1000001891143.html>
- [4] 杨威, 陈怀琛, 刘三阳, 等. 大学数学类课程思政探索与实践——以西安电子科技大学线性代数教学为例[J]. 大学教育, 2020(3):77-79.
- [5] 孙晓青, 薛秋芳, 秦新强. 新工科形式下“课程思政”在《线性代数》课程中的体现[J]. 当代教育实践与教学研究, 2019(13): 53-54.