

高等数学课程思政中的辩证法应用

王 玮, 张天德, 谭 蕾

山东大学, 山东 济南

收稿日期: 2022年3月21日; 录用日期: 2022年4月21日; 发布日期: 2022年4月29日

摘 要

本文从高等数学教学实际出发, 依据教育部印发的《高等学校课程思政建设指导纲要》, 借助案例引入教学, 针对无穷小的性质、洛必达法则及函数作图进行严谨的讲解、推理、演绎, 从唯物辩证法的角度做相关解读, 深入挖掘课程思政元素, 进一步深化课程思政和基础课育人相结合的教学内涵, 努力实现教书育人的有机融合。

关键词

高等数学, 课程思政, 唯物辩证法, 案例引入教学

Application of Dialectics on Ideological and Political Education into Advanced Mathematics

Wei Wang, Tiande Zhang, Lei Tan

Shandong University, Jinan Shandong

Received: Mar. 21st, 2022; accepted: Apr. 21st, 2022; published: Apr. 29th, 2022

Abstract

Embarking from the practical teaching of advanced mathematics in engineering discipline, this paper is based on the *Official Guide of Ideological and Political Curriculum Construction in Colleges and Universities* issued by the Ministry of Education of China. It aims to conduct rigorous explanation and deductive reasoning of infinitesimal, L'Hospital's Rule, and functional mapping with the help of case introduction teaching. From the angle of materialist dialectics, it gives relevant interpretation, and thoroughly excavates the ideological elements in courses, which further deepens the combinative teaching connotation of ideological and political education together with funda-

mental courses, striving to achieve an integration of teaching and education.

Keywords

Advanced Mathematics, Courses for Ideological and Political Education, Materialist Dialectics, Case Introduction Teaching

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 高等数学课程中辩证法应用教育势在必行

习近平总书记 2015 年 1 月 23 日在十八届中央政治局第二十次集体学习时指出,“辩证唯物主义是中国共产党人的世界观和方法论”,“必须不断接受马克思主义哲学智慧的滋养,更加自觉地坚持和运用辩证唯物主义世界观和方法论”[1]。2020 年 5 月 28 日,教育部印发的《高等学校课程思政建设指导纲要》中指出“深入挖掘各类课程和教学方式中蕴含的思想政治教育资源,让学生通过学习掌握事物发展规律,通晓天下道理,丰富学识,增长见识,塑造品格,努力成为德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人”[2]。因此这个时期高等学校教学的目标应该是持续完善课程思政工作体系、内容体系和教学体系,建设覆盖全面、类型丰富、层层深入、相互促进的课程思政体系。高等数学课程体系具有基础性、综合性较强的特点,有基础理论,也有应用范例,内容充分蕴含着自然属性和社会属性,主体要素和客体要素以及物质和意识的辩证统一。要学好数学,仅仅学习数学知识是远远不够的,还需要善于发现各种数学问题、数学结构之间的关系,以及建立它们之间的联系。要做到这一点,就需要挖掘数学背后隐含的辩证思想。事物是不断发展变化的,矛盾是事物发展的源泉和动力,这一思想在数学的发展进程中体现的尤为明显。此外,对立统一、整体与局部的关系等辩证思想都在数学中多有体现。近几年来,课题组致力于在高等数学课程教学中挖掘思政元素,通过严谨的推理演绎,从唯物辩证法的角度,解读和分析高等数学中的学科背景、理论知识及基本运算技能,取得一定成果。

2019 年 3 月 18 日,习近平总书记在北京召开的学校思想政治理论课教师座谈会中着重指出,“要坚持显性教育与隐性教育相统一,挖掘其他课程和教学方式中蕴含的思想政治教育资源,实现全员全程全方位育人”。在高等学校的教育教学中,占主导地位的是显性教育。“所谓显性教育,是指教育者充分利用各种公开手段、公共场所,有计划、有组织、系统地开展教育的方法”,“显性教育是通过正常课堂教育,对学生讲述知识和理论,属于理论性、知识性和认知性的课程教学体系,是有目的、有计划、系统的各种教学活动和实践活动”[3]。迄今为止,数学的发展已有数千年的历史,历代数学家经过艰苦努力、反复论证得出了经得起考验的数学理论。大学数学课程的学习主要是以课堂教育为主,高校学生的首要任务是以最快的速度去接收这些知识,形成一定的数学理论基础,依靠的主要方式就是课堂教学的显性教育。而在课程思政教育方面,不论是我国流传几千年的优秀传统文化,还是现代提出的中国特色社会主义理论、习近平新时代中国特色社会主义思想、“中国梦”等思政元素,大多数情况下采取的是显性教育模式。“隐性教育是指在宏观主导下通过隐目的、无计划、间接、内隐的社会活动使受教育者不知不觉地受到影响的教育过程”[3]。隐性教育的特点是隐蔽性、开放性,它可以在轻松愉悦的环境中,使学习者自愿、主动的接收教育。这也是我们通常所说的,“润物细无声”、“潜移默化”的教育方式。隐性教育无处不在,渗透在日常生活与学习中,高等数学教学中就隐含着许多的思政元素,这就

是数学课中的隐性教育。隐性与显性这两种教育方式作为矛盾着的对立面，二者是辩证统一的，实现隐性教育与显性教育的有机融合一直以来都是我们基础课教师努力追求的教学目标。

高等数学作为大学数学的理论基础课，在大学一年级全日制教学中占约 150 学时，属于课时占比优势课程，每周教师与学生面对面交流的机会固定且较多。在数学课程中结合实例进一步学习辩证法，一是能使学生对所学知识有清醒的认识和正确的判断，二是可以拓宽思维，学会辩证的处理数学问题乃至将来科学研究中的问题，三是还可以充实丰富的想象力、高度的概括力，最终形成完善的思维结构以及辩证唯物主义的科学世界观。高等数学课程思政中辩证法的实践主要体现在两个方面：作为授课教师，在思政教学过程中一是基于具体的数学基础知识，引导学生掌握马克思主义科学观，特别是学会运用马克思主义认识论解决“怎么看”的问题；另一方面，为培养未来的社会主义建设者，我们要教会大学生如何运用马克思主义的世界观和方法论去认识和分析自然界以及人类社会中的各种现象和问题，进而找到解决现实问题的方法，即从马克思主义哲学实践观的角度解决“如何用”的问题。上述两方面相结合，将会拓展思想政治课教学，这样不仅可以提升数学课的教学质量，更能深化思政课程和专业育人相结合的教学内涵，真正做到为党育人、为国育才。

2. 整体与部分的辩证关系方法论应用

学习无穷小的性质，针对“有限个无穷小之和仍为无穷小”[4]进行延伸教学，提出问题“无穷个无穷小之和是否仍为无穷小”，给出下面的例题。

$$\text{示例 1} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\cdots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2} = \frac{1}{2}$$

和式中的各项 $\frac{1}{n^2}, \frac{2}{n^2}, \dots, \frac{n}{n^2}$ 均为无穷小，但这无穷个无穷小之和为 $\frac{1}{2}$ ，而不是无穷小。授课时，教

师一方面要提出“如何求解无穷个无穷小之和”的问题，并指出本节的讨论不能完全解决该求和问题，此问题的研究将在第六章无穷级数中继续进行，这样就为引入无穷级数的概念提前埋下伏笔。在唯物辩证法中，我们共同认知的道理：事物是普遍联系的，任何事物都不是孤立存在的，都有其他事物与之相联系。同样，数学的概念与概念之间、问题与问题之间也是有联系的，高等数学课程第一章中的“无穷小”与第六章中的“无穷级数”是有联系的，在这里提出“如何求解无穷个无穷小之和”的问题将使学生对第六章级数概念的引入更好接受、易于理解。

另一方面，教师在强调“无穷个无穷小之和不一定是无穷小”的同时，对学生进行方法论的教育，解读整体与部分的辩证关系，培养学生的发展意识和大局意识，掌握基本理论，遵循事物发展变化的规律，坚持创新发展理念，树立终身学习意识，明白“工以利器为助”的道理。

辩证唯物主义认为，正确处理好全局与局部，也就是整体与部分的关系，对科学地认识世界和改造世界具有重大意义。整体是指事物的内部要素相互联系组成的有机统一体及其成长的全过程，“无穷个无穷小之和”是整体；部分是指组成事物有机统一体的不同方面、要素及发展全过程的某一阶段，每一个“无穷小”是部分。

一方面，整体与部分是互相区别的。“无穷个无穷小之和”作为整体居于主导地位，它统率着部分“无穷小”，具有部分“无穷小”所不具备的功能。而部分“无穷小”在事物的存在和发展过程中是被支配的，它服从和服务于整体“无穷个无穷小之和”，有了组成部分的每一个“无穷小”，我们才能得到整体“无穷个无穷小之和”。

另一方面，整体与部分又是相互联系、密不可分的。整体“无穷个无穷小之和”是由每个部分“无穷小”构成的，离开了部分“无穷小”，整体“无穷个无穷小之和”就不复存在。部分“无穷小”的功

能及其变化会影响整体“无穷个无穷小之和”的功能，部分是整体中的部分，离开了整体，部分就不成其为部分。德国古典哲学家黑格尔说过：“割下来的手就失去了它的独立存在，就不像原来长在身上时那样，它的灵活性、运动、形状、颜色等都改变了，而且它腐烂起来了，丧失了它的整个存在。只有作为有机体的一部分，手才获得它的地位。脱离了身体的手，只是名义上的手。”^[5]同时，整体的功能状态及其变化也会影响部分。整体居于主导地位，统率着部分，整体具有部分根本没有的功能。当各部分以合理的结构形成整体时，整体就具有全新的功能，整体的功能就会大于各个部分功能之和，若部分以欠佳的结构形成整体时，就会损害整体功能的发挥。

借助于分析“无穷个无穷小之和”教学案例，启发学生应注重大局意识，善于从全局高度、用长远眼光来观察形势与分析问题，善于围绕党和国家的大事来认识与把握大局，自觉地在顾全大局的前提下做好自己的份内之事——学习。大局意识要求我们应当树立全局观念，立足于整体，统筹全局，选择最佳方案，实现整体的最优目标，从而达到整体功能大于部分功能之和的理想效果。同时，还必须重视部分——每个学生自身的作用，搞好个人自我完善，用每个个体的自我完善和发展来推动整体——整个大学生群体的发展。

在处理个人、集体和国家的利益时，注意既要反对只考虑整体利益、忽视局部利益的做法，又要反对只重视局部、部分利益而置整体利益于不顾的做法，二者都是犯了把整体和部分割裂开来的形而上学的错误。

“无穷个无穷小之和不一定是无穷小”教学案例蕴含着丰富、深刻的哲理。启迪我们学习是一个不断积累的过程，人生也是不断的量的点滴积累的过程。只有经过长期的不间断的勤学苦练，才能实现由量变到质变的飞跃，从而向更高的奋斗目标迈进。

习总书记特别关心广大青年学子的成长，他曾在中国政法大学考察时说到“青年时期是培养和训练科学思维方法和思维能力的关键时期，无论在学校还是在社会，都要把学习同思考、观察同思考、实践同思考紧密结合起来”。教学中教师应教育学生在学数学时，不要把眼界只局限在基础知识上，更要在学的过程中掌握数学方法，提高数学能力(如运算能力，逻辑推理能力等)，提升数学素养。习总书记还说“保持对新事物的敏锐，学会用正确的立场观点方法分析问题，善于把握历史和时代的发展方向，善于把握社会生活的主流和支流、现象和本质。要充分发挥青年的创造精神，勇于开拓实践，勇于探索真理。养成了历史思维、辩证思维、系统思维、创新思维的习惯，终身受用。”总书记对学习的精髓领悟得多么准确！在学习高等数学时，不要仅仅纠结一道题的解法，一个概念的描述，而要看到解法中蕴藏的解决问题的方法和思维方式。例如魏晋时期著名数学家刘徽的割圆术，我们要体会其中“用已知来认识未知，用有限来认识无限，用近似来认识精确，用量变来认识质变”的辩证思想，并用这种辩证思想去认识、分析和解决其他问题，所以对于大学生来说能力和素养的提高要比掌握知识本身更重要。

3. 事物是永恒发展教学案例剖析

数学与哲学是密不可分的，高等数学中的相互转化、对立统一无处不在，所以如何以数学知识为切入点进行辩证唯物主义的教育成为数学课堂教学的重中之重。在讨论使用洛必达法则求解含抽象函数的未定式极限时，矛盾双方的对立与统一，以及事物是永恒发展的唯物辩证法的观点得到完美的诠释。

示例 2 设 $f''(x_0)$ 存在，求极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - 2f(x_0) + f(x_0-h)}{h^2}$ 。

本例为“ $\frac{0}{0}$ ”未定式求极限，考虑使用洛必达法则，对分子分母分别求导得

原式 = $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x_0+h) - f'(x_0-h)}{2h}$ ，接下来我们判断此极限仍为“ $\frac{0}{0}$ ”未定式，所以会考虑继续使用

洛必达法则，从而得原式 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x_0+h)+f''(x_0-h)}{2}$ 。但第 2 次使用洛必达法则是错误的， $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x_0+h)+f''(x_0-h)}{2}$ 的计算需要使用 $f''(x)$ 在 x_0 处连续的条件，这体现了同一问题中不同解法之间的联系与区别，存在着相互转化、对立统一的辩证思想。而本例的已知条件为 $f''(x_0)$ 存在，该条件不能保证 $f''(x_0+h)$ 、 $f''(x_0-h)$ 的存在性，更谈不到 $f''(x)$ 在 x_0 处连续，从而在得到 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x_0+h)+f''(x_0-h)}{2}$ 时无法进行相关计算进而得到结果。当问题无法继续解答之时，似乎遇到解答与题目本身之间的矛盾，但这其中又包含着矛盾双方的对立统一。因此，这一辩证思想可以指导学生対问题做进一步思考，转化思维方法进行解答。

此题的正确解法是使用 1 次洛必达法则，然后借助于导数定义求解，如下：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x_0+h)-f'(x_0-h)}{2h} \quad (\text{使用洛必达法则}) \\ &= \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x_0+h)-f'(x_0)]-[f'(x_0-h)-f'(x_0)]}{h} \\ &= \frac{1}{2} \left[\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x_0+h)-f'(x_0)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x_0-h)-f'(x_0)}{-h} \right] \quad (\text{使用导数定义}) \\ &= \frac{1}{2} [f''(x_0)+f''(x_0)] = f''(x_0) \end{aligned}$$

用导数的定义进行第二步的求解，表明了两种解题思路的统一性。此时，授课中可引导学生思考：示例 2 中如果条件“ $f''(x_0)$ 存在”修改为“ $f''(x)$ 在 x_0 附近存在”，本题是否可使用 2 次洛必达法则求解？答案是“不能”，原因是 $\lim_{h \rightarrow 0} f''(x_0+h)$ 、 $\lim_{h \rightarrow 0} f''(x_0-h)$ 的极限无法求出。

接下来引导学生思考如何修改条件可使本题使用 2 次洛必达法则求解。研究表明如果条件“ $f''(x_0)$ 存在”修改为“ $f''(x)$ 在 x_0 处连续”则可以达到此目的，具体求解过程如下：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x_0+h)-f'(x_0-h)}{2h} \quad (\text{第 1 次使用洛必达法则}) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x_0+h)+f''(x_0-h)}{2} \quad (\text{第 2 次使用洛必达法则}) \\ &= \frac{1}{2} \left[\lim_{h \rightarrow 0} f''(x_0+h) + \lim_{h \rightarrow 0} f''(x_0-h) \right] \quad (\text{使用条件“} f''(x) \text{ 在 } x_0 \text{ 处连续”}) \\ &= f''(x_0) \end{aligned}$$

在这一问题的引导下，学生可以更加深刻的认识到辩证思想的重要性，即事物都是在不断变化的，不能刻板的看待问题，要探究问题的本质，追根溯源，结合相应的变化，正确看待问题。唯物辩证法认为，一切事物的生长灭亡都需要一定的条件，古语说“事在人为”，其中就包含着条件可以改变的思想。通过本案例讨论可以看出当条件发生变化时，解题的方法应随之改变，我们在认识世界和改造世界的过程中一切都要以时间、地点和条件为转移。否认人们可以改变条件，也就否认了人的主观能动性。但是，人们在改变条件时，必须遵循客观规律，并要依赖一定的条件。所谓“巧妇难为无米之炊”，指出了主观能动性的发挥，必须尊重客观规律，否认了条件的作用是不科学的。本例中，条件改变则解题方法随之改变，条件与方法构成了一对矛盾。如果将三种情况下的条件与其对应的解题方法对比，我们会发现它们是相互对立的，但如果将三种情况下的讨论统一在一起，又会发现在条件的发展过程中解题方法最终达成了一致性。在教学过程中，我们要引导学生正确发挥主观能动性，努力学习，克服各种艰难险阻，

积极创造条件，善于发现深藏于题目内的本质和规律，从而掌握各种各样的数学问题的解题方法。

4. 前进性与曲折性的统一渗透到数学教学

高等数学中的函数作图是该课程及后续专业课程必须具备的基本技能，该内容的教学安排需要对高中所学的函数的性质(奇偶性、周期性)进行复习，进一步用导数思想研究函数的单调性、曲线的凹凸性，讨论曲线的渐近线，再结合函数、极限、连续的相关理论，形成函数作图的系统理论和方法。

在函数作图中，“极值”和“最值”是两个重要概念。一方面，“极值”是局部概念，“最值”是整体概念，我们可以继续用“整体与局部”的哲学观点去分析讨论；另一方面，用函数的极值，也就是曲线的最高点、最低点来对学生进行人生观的教育。习近平总书记《在纪念毛泽东同志诞辰 120 周年座谈会上的讲话》中指出：“人世间没有一帆风顺的事业。纵观世界历史，任何一个国家、一个民族的发展，都会跌宕起伏甚至充满曲折”。“站在 960 万平方公里的广袤土地上，吮吮着中华民族漫长奋斗积累的文化养分，拥有 13 亿中国人民聚合的磅礴之力，我们走自己的路，具有无比广阔的舞台，具有无比深厚的历史底蕴，具有无比强大的前进定力。中国人民应该有这个信心，每一个中国人都应该有这个信心。”

唯物辩证法的否定之否定规律告诉我们，事物的发展过程是螺旋式上升波浪式前进的，事物的发展趋势总是前进上升的，但在发展的道路上总是迂回曲折的。同时，在事物发展的每一个阶段，在新旧事物相斗争的过程中，前进和后退时有出现、曲折的发展和停滞是常态。不过，暂时的后退和曲折不会改变事物发展前进的总趋势，新生事物终究是不可战胜的。前途是光明的，道路是曲折的，这是人类社会发展的总方向和总趋势，也是我们观察和思考人类社会发展的方法论原则。

作为高等数学教师，在讲授函数作图的过程中，可以借助图形联系人生，告诫学生：人生就像连绵不断的曲线，起起落落是必经之路，是成长的需要，跌入低谷不气馁，甘于平淡不放任，伫立高峰不张扬。在生活和学习的过程中，总会遇到各种各样的问题和困难，但前途是光明的，只要我们一直努力，不因暂时的挫折而动摇，对生活对未来充满必胜的信念，我们的事业就一定会成功。

5. 结语

高等数学课程中辩证法教育贯彻整个课程的始终，比如在讨论极值的定义时，通过解释极值是局部概念，而最值是整体概念，启发学生从中感悟人生哲理：人们因为所处的地位不同，看问题的角度不同，对事物的认识也不同，得出的结论必然具有片面性；只有认识到事物的全貌，超越传统的固定思维，跳出框架，才能看到事物的真相。

“无穷个无穷小之和未必是无穷小”、“极值与最值”都是讨论的局部与整体的关系。点滴积累到厚积薄发是每一个成功之人的必经之路。古往今来，每一位有所成就者，都是通过点滴积累，脚踏实地，进而厚积薄发。青年成才要经过辛勤努力，脚踏实地以增长本领，唯有增长才智，提高本领，才能实现梦想，实现自我价值，不负对自我的使命，才能为人民谋幸福，为中华民族谋复兴，不负民族的使命。

习近平总书记时刻关注着大学生的学习和身体健康，作为当代学之骄子，身体健康，心理健康，学好知识，打好基础，“为中华民族伟大复兴贡献自己的智慧和力量”。总书记特别指出：“学生要好好干，好好学，好好干就是好好学！”多么朴实的话语，又是多么语重心长，作为大学生，做好主业——好好学习，特别是打好基础，学习好高等数学这样的基础课程尤为重要。

《高等学校课程思政建设指导纲要》指出，理工类课程要“在课程教学中把马克思主义立场观点方法的教育与科学精神的培养结合起来，提高学生正确认识问题、分析问题和解决问题的能力”[2]。“自然科学类课程的思想教育重点，在于体现马克思主义哲学原理的科学思维，探索科学、追求真理的

科学精神，热爱祖国、服务人民的伟大情怀” [3]。

2018年5月，习近平在北京大学师生座谈会上强调“人无德不立，育人的根本在于立德，这是人才培养的辩证法”。高等数学的教学应运用唯物辩证法去领悟和解读其理论、方法及基本运算技能，“挖掘课程中所蕴含的马克思主义世界观、人生观和价值观，以及思想方法论、科学精神与人文情怀” [6]，提高运用马克思主义立场、观点、方法分析和解决问题的能力。

坚定理想信念、加强思想品德修养、厚植爱国主义情怀、增长知识能力、培养奋斗精神、增强综合素质，保持课程思政目标的正确性，这些都是高等数学课程的一贯宗旨，也是我们继续努力的方向。高校教师也要争做学生为学、为事、为人示范的“大先生”，做好课程思政这件大事、天大的事、伟大的事！

基金项目

本文为山东省课程思政示范项目“高等数学/微积分”(202107)阶段性研究成果，并获得教育部第二批新工科研究与实践项目(E-CXCYYR20200935)、山东省本科教学改革研究重点项目(Z2021049)的资助。

参考文献

- [1] 习近平. 辩证唯物主义是中国共产党人的世界观和方法论[J]. 求是, 2019(1): 2-4.
- [2] 中华人民共和国教育部. 高等学校课程思政建设指导纲要(教高[2020]3号) [EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/202006/t20200603_462437.html, 2020-05-28.
- [3] 文学禹. 新时代高校课程思政教学创新研究[M]. 长春: 吉林大学出版社, 2020: 96-97+228.
- [4] 张天德. 新形态系列教材《高等数学》(慕课版, 上册) [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2020: 31+93-99.
- [5] 黑格尔. 《美学》 [M]. 北京: 商务印书馆, 1979: 156.
- [6] 彭双阶, 徐章韬. 大学数学课程思政的课堂教学实现[J]. 中国大学教学, 2020(12): 27-30.