

模拟信号处理电路中的输入和输出阻抗的教学

兰 天, 林 凌^{ID}, 李 刚

天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津

收稿日期: 2022年2月22日; 录用日期: 2022年4月20日; 发布日期: 2022年4月27日

摘 要

输入和输出阻抗是电路设计中的重要问题, 但往往在教学中被忽视, 本文以举例的方式讨论电路设计中的输入和输出阻抗及其“匹配”意义, 以便学生更好地掌握并在工程实践中应用。

关键词

输入阻抗, 输出阻抗, 全电路欧姆定理, 电路增益

Teaching of Input and Output Impedance in Analog Signal Processing Circuits

Tian Lan, Ling Lin^{ID}, Gang Li

School of Precision Instruments and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin

Received: Feb. 22nd, 2022; accepted: Apr. 20th, 2022; published: Apr. 27th, 2022

Abstract

Input and output impedance is an important problem in circuit design, but it is often ignored in teaching. This paper discusses the input and output impedance and its “matching” significance in circuit design with examples, so that students can better grasp and apply it in engineering practice.

Keywords

Input impedance, Output Impedance, Full Circuit Ohm Theorem, Circuit Gain



1. 引言

模拟信号处理电路是高等学校电子信息类专业的一门重要的专业基础课程[1]，其中，输入和输出阻抗是重要组成部分，也是一个非常重要的教学内容[2]。然而，在实际教学中，由于课时的限制，再加上模电课程的内容繁杂，这一部分在理解上又较为困难，且不会在考试中引起重视，往往会在教学过程中一笔带过[3] [4] [5]。据此，本文以举例的方式讨论电路设计中的输入和输出阻抗及其“匹配”意义，以便学生更好地掌握并在工程实践中应用。

阻抗，简单的说就是起着阻碍的作用，是广义上的等效电阻[2] [6] [7]。引入输入阻抗和输出阻抗这两个词，最大的目的是在设计电路中，要提高效率，即要达到阻抗匹配，达到最佳效果。

在全电路欧姆定律中，全电路的电流跟电源的电动势成正比，跟内、外电路的电阻之和成反比。公式为 $I = E / (R + r)$ ， I 表示电路中电流， E 表示电动势， R 表示外总电阻， r 表示电池内阻。常用的变形形式有 $E = I(R + r)$ ； $E = U_{外} + U_{内}$ ； $U_{外} = E - Ir$ 。

针对前述问题，在实际教学中，我们可以通过设定一个简单的电路，了解输入输出阻抗的概念，以及其对于前后级电路的影响。此外，可以将此部分内容作为实验课程的一部分，在搭建实际电路过程中，充分考虑输入输出阻抗所带来的影响，提高所设计电路的性能，由浅到深的进行讲解[8] [9]。

如图 1 所示前、后级电路级联，前级电路也可以为传感器、信号源等等。按照戴维南定律，前级电路可等效成一个电压源 V_s 和一个内阻 r_s (输出电阻 r_o)。而后级电路的输入电阻 r_i 可以看成前级电路的负载 r_L 。因此，后级电路实际得到输入信号 V_i 为：

$$V_i = \frac{r_i}{r_s + r_i} V_s \tag{1}$$

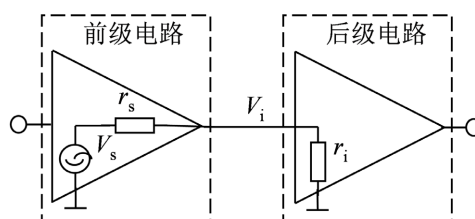


Figure 1. The front and rear circuits are cascaded
图 1. 前、后级电路级联

从式(1)可以看出，前级电路的输出电阻 r_o 越小，后级电路的输入电阻 r_i 越大，后级电路实际得到输入信号 V_i 为就越大。因此，我们可以得到一个结论：希望前级电路的输出电阻 r_o 越小越好，后级电路的输入电阻 r_i 越大越好。

但事情远非这样简单：

1) 如果是这样的话，我们如何做到输出电阻 r_o 小和输入电阻 r_i 大。

2) 什么是“阻抗匹配”？至少阻抗匹配不是前级电路的输出电阻 r_o 越小越好、后级电路的输入电阻 r_i 越大越好！

3) 前级电路的输出电阻 r_o 越小越好, 后级电路的输入电阻 r_i 越大越好是否有“边界”? 即多小为好? 多大为好?

2. 深度负反馈与输入电阻和输出电阻

负反馈有四种形式, 他们对电路输入电阻和输出电阻有不同的作用:

1) 电压串联负反馈

A. 提高闭环输入阻抗 r'_i : $r'_i = r_i(1 + AF)$

式中: r_i ——开环输入电阻; A ——放大器的开环增益; F ——反馈系数; $(1 + AF)$ ——反馈深度。

B. 降低闭环输出阻抗 r'_o : $r'_o = r_o/(1 + AF)$

式中: r_o ——开环输出电阻。

2) 电压并联负反馈

A. 降低闭环输入阻抗 r'_i : $r'_i = r_i/(1 + AF)$

B. 降低闭环输出阻抗 r'_o : $r'_o = r_o/(1 + AF)$

3) 电流串联负反馈

A. 提高闭环输入阻抗 r'_i : $r'_i = r_i(1 + AF)$

B. 提高闭环输出阻抗 r'_o : $r'_o = r_o(1 + AF)$

4) 电流并联负反馈

A. 降低闭环输入阻抗 r'_i : $r'_i = r_i/(1 + AF)$

B. 提高闭环输出阻抗 r'_o : $r'_o = r_o(1 + AF)$

这 4 种电路形式的典型电路如图 2 所示。

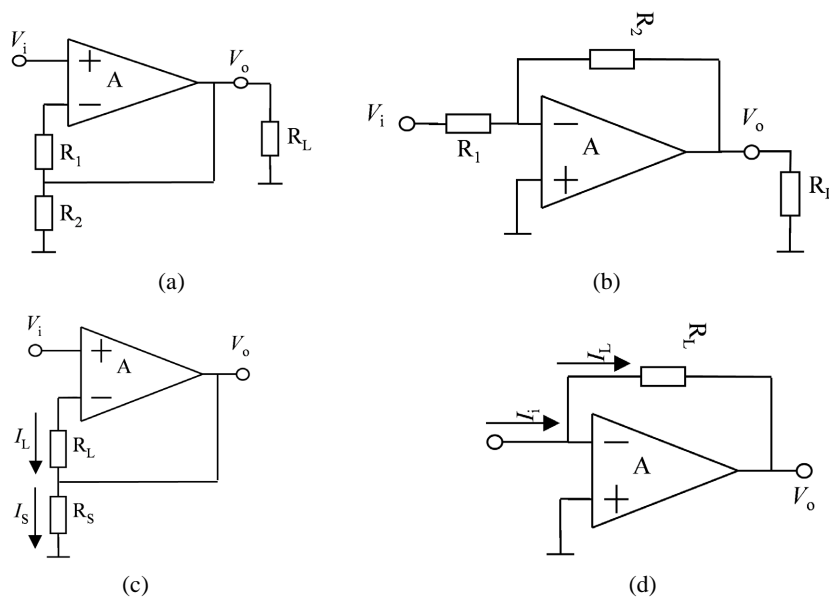


Figure 2. 4 typical negative feedback circuits. (a) Voltage series negative feedback (non-inverting amplifier); (b) voltage parallel negative feedback (inverting amplifier); (c) current series negative feedback (non-inverting voltage control current source); (d) current parallel negative feedback (trans-impedance amplifier)

图 2. 4 种典型的负反馈电路。(a) 电压串联负反馈(同相放大器); (b) 电压并联负反馈(反相放大器); (c) 电流串联负反馈(同相压控电流源); (d) 电流并联负反馈(跨阻放大器)

下面换一个角度归纳一下负反馈电路的性能：

1) 电压负反馈

顾名思义，把放大器的输出“电压”用某种形式反馈到输入端，按照“负反馈控制理论”的直接效果就是“保证放大器的输出电压的稳定”，也即不受负载(阻值)大小的影响，仅按比率受输入的控制。按照戴维南定律，从放大器的输出端等效成“戴维南等效电路”，其端电压不受负载影响时其等效内阻为“0”，受负载影响很小说明内阻(输出电阻)很小。也就是电压负反馈降低放大器输出电阻的意义。

2) 电流负反馈

顾名思义，把放大器的输出“电流”用某种形式反馈到输入端，按照“负反馈控制理论”的直接效果就是“保证放大器的输出电流的稳定”，也即不受负载(阻值)大小的影响，仅按比率受输入的控制。按照诺顿定律，从放大器的输出端等效成“诺顿等效电路”，其“输出电流”不受负载影响时其等效内阻为“ ∞ ”，受负载影响很小说明内阻(输出电阻)很大。这就是电流负反馈提高放大器(电流源电路)输出电阻的意义。

3) 串联负反馈

所谓“串联”负反馈，是把电压反馈到放大器输入端，且使得运算放大器输入端得到的电压减小，或说“抵消”了部分加载在放大器输入端的信号电压，从而减少了输入电流，但加载在放大器的输入电压并没有变，因此提高了放大器的输入电阻。

我们通常讨论信号“放大”，无“意”之中均指信号电压“放大”，但由于后级放大器实际得到的电压是前级放大器内阻(输出电阻)与后级放大器的输入电阻(作为前级的负载)分压得到，为了减少这种分压“损失”，显然需要尽可能降低放大器的输出电阻和提高放大器的输入电阻。

简而言之，在讨论放大器或电源等输出“电压”的电路时，能够做到输出电阻远远小于后级电路的输入电阻(或负载电阻)，既使得多级电路分析简单，避免了各级电路的“负载效应”，也就是各级电路的相互牵扯，也使得实际的电路“放大倍数”不受“损失”，有着实际的意义。

4) 并联负反馈

“并联负反馈”的实质是反馈电流信号到放大器的前端，且使得运算放大器输入端(不是放大器的输入)电流减少，其效果是输入电阻降低。

需要说明的是：如图 2(d)所示“跨阻放大器”不难理解“并联负反馈”的作用和意义，但对图 2(b)所示“反向放大器”，“放大器的输入端”是 R_1 之后，除去 R_1 之后就是“跨阻放大器”，对“跨阻放大器”讨论其(闭环)输入电阻才是准确的。

3. 阻抗匹配

“阻抗匹配”似乎是浅白易懂的 4 个字，但实际上却蕴含丰富的内涵。

在上一节中的图 1 和式(2)可以看出，前级电路的输出电阻 r_o 越小，后级电路的输入电阻 r_i 越大，后级电路实际得到输入信号 V_i 为就越大。但如果仅仅是这样但线条讨论问题，就不是一位成熟、老练的工程师的考虑问题的方式。下面从三个方面来讨论问题。

1) 系统中的放大器

就输入阻抗(电阻)和输出阻抗(电阻)而言，由运算放大器构成的同相放大器无疑是“理想”的。但我们稍稍注意一下在绝大多数成熟的系统中，很少用到同相放大器，多数是采用反相放大器或滤波器。

实际上，同相放大器的输入电阻轻而易举做到 100 M Ω 以上，而电压负反馈的放大器(同相放大器和反相放大器)的输出电阻仅仅在 M Ω ，因而，同相放大器的输出电阻与输入电阻之比能够做到 10^{-11} ，根本不需要考虑其“负载效应”带来信号及其增益的损失。

其实，反相放大器的输入电阻轻而易举做 1~100 kΩ 的量级，因此反相放大器的输出电阻与输入电阻之比也能够做到 10^{-6} ，同样不需要考虑其“负载效应”带来信号及其增益的损失。

但是，同相放大器具有高输入阻抗的同时，也有易受干扰和精度低等问题，因而在前置放大器中较为常见，偶尔也用作阻抗变换或隔离级。

理想的运算放大器其共模抑制比 K_{CMR} 是无穷大的，但实际并不是[10]。假定一枚运算放大器的 K_{CMR} 和开环差模电压增益 A_{VD} 相同，则由

$$K_{CMR} = 20 \lg \frac{A_{VD}}{A_{VC}} \text{ (dB)} \quad (2)$$

可知其共模电压增益 $A_{VC} = 1$ ，如图 2(a)所示，假设 $R_1 = 1 \text{ k}$ ， $R_2 = 9 \text{ k}$ ， $V_i = 1 \text{ mV}$ ，在运算放大器是理想的情况下，我们计算得到电路的输出 $V_o = 10 \text{ mV}$ 。但是，我们以实际情况考虑：

对于运放：

$$V_- \approx V_+ = V_i = 1 \text{ mV}$$

那么运放的共模输入：

$$V_{ic} = (V_- + V_+) / 2 = 1 \text{ mV}$$

而运放输出的共模分量：

$$V_{oc} = A_{VC} \times V_{ic} = 1 \text{ mV}$$

通过计算，我们可以看出，在实际电路中，同相放大器的输出信号中有 10% 的误差。因此，在设计电路时，我们应尽可能选用共模抑制比高的运算放大器。

综上所述，除特殊环节需要极高输入电阻的场合采用运算放大器的同相放大器外，其他场合绝大多数采用的是反相放大器形式。

2) 前置放大器

“前置”放大器的意思就是最前面的放大器，前置放大器的“前面”可能是两种“信号源”：一类是输出阻抗(电阻)确定的“信号源”，如各种传感器；另外一类是输出阻抗(电阻)不确定的“信号源”，如各种生物电。

a) 输出阻抗(电阻)确定的“信号源”

在精度要求高时，设计前置放大器的输入电阻大于源电阻(信号源输出电阻) 2~3 个数量级即可；要求不高时，大于源电阻 1~2 个数量级即可。其原因是一般电路设计的增益精度较难超过 1% (阻容器件的标称误差至少在 1% 以上)，再者，需要高精度时，通常可以用“标定”的方法解决增益精度的问题。

b) 输出阻抗(电阻)不确定的“信号源”

最常见的这种场景是生物电检测系统；体表生物电检测时，信号源内阻从几 k 到几百 k 不等，此时应该设计前置放大器的输入阻抗大于信号源最大内阻的一个数量级以上。如国家标准中心心电图机的输入电阻的要求为 2.5 MΩ。

3) 极高信号源内阻应用的前置放大器

在测量细胞膜电位或离子通道电流时，其内阻高达 GΩ 量级或以上，此时把前置放大器的输入电阻做到信号源内阻 10 倍以上就会有很大困难，一是对器件的要求极高，二是对电路板和导线等要求也极高，因而需要特殊的电路设计方法，限于篇幅就不在此展开讨论。

4. 功率增益

众所周知，跟随器具有极高的输入电阻和极低的输出电阻，但其电压增益为 1。

如图 3 所示, 如果跟随器的输入电阻远远大于 R_S (一般情况下均满足这种假设), R_L 接在位置①时, R_L 得到信号功率为:

$$P_{L1} = \frac{V_i^2}{R_L} = \left(\frac{R_L}{R_L + R_S} V_s \right)^2 \frac{1}{R_L} \quad (3)$$

R_L 接在位置②时, R_L 得到信号功率为:

$$P_{L2} = \frac{V_o^2}{R_L} = \frac{V_s^2}{R_L} \quad (4)$$

R_L 接在位置②时与接在位置①时的功率之比:

$$\frac{P_{L2}}{P_{L1}} = \left(\frac{R_L + R_S}{R_L} \right)^2 \quad (5)$$

假设 $R_L = 1 \text{ k}\Omega$, $R_S = 1 \text{ M}\Omega$, 可得:

$$\frac{P_{L2}}{P_{L1}} = \left(\frac{10^3 + 10^6}{10^3} \right)^2 \approx 10^6$$

说明有了跟随器后, R_L 得到的功率增加了 10^6 倍。

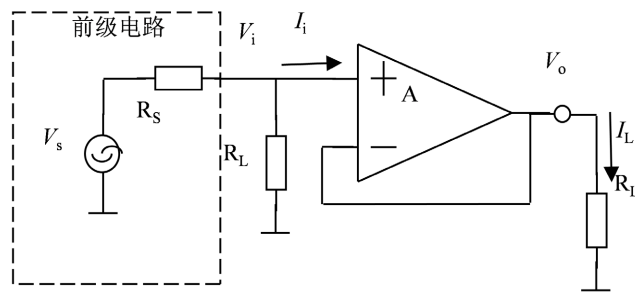


Figure 3. Power amplification of follower
图 3. 跟随器的功率放大

如果跟随器的输入电阻为 $r_i = 10^9 \Omega$, $R_L = 1 \text{ k}\Omega$, $R_S = 1 \text{ M}\Omega$, 最大可输出电流为 10 mA ($V_o = 10 \text{ V}$), 在 $V_s = 10 \text{ V}$ 时跟随器的功率增益 A_P 为

$$A_P = \frac{V_o I_{Lmax}}{V_s^2 / (R_S + r_i)} = \frac{10 \times 10^{-2}}{10^2 / (10^6 + 10^9)} \approx 10^6 \quad (6)$$

5. 密勒定律与阻抗变换

密勒定律如图 4 所示, 这两个电路按照一定的规则可以相互等效。因而有

$$V_o = kV_i \quad (7)$$

和

$$\frac{V_i - V_o}{R} = \frac{V_i}{R'} \quad (8)$$

将(7)式带入(8)式可得

$$R' = \frac{R}{1-k} \quad (9)$$

上式就是密勒定律的结论。下面我们用此定律讨论一些电流/电压(I/V)变换电路所引发的问题。

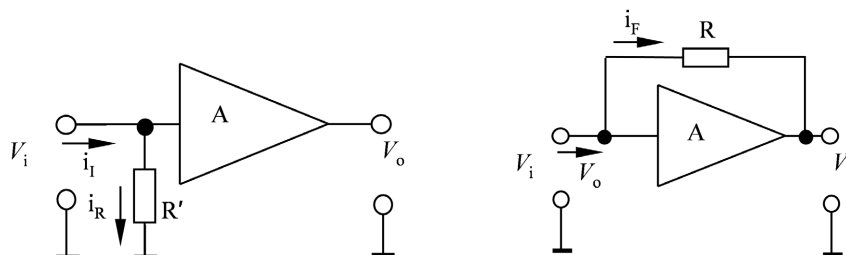


Figure 4. Miller theorem
图 4. 密勒定律

根据欧姆定律, 要实现 I/V 变换, 最简单的电路就是用一只电阻。在测量微弱电流或者对电路灵敏度要求比较高的情况下, 我们需要使用阻值比较大的电阻, 但是这样, 又造成了电路状态的改变, 从而影响电路的精度。因此, 这种最简单的 I/V 变换电路很难同时满足灵敏度和精度的需求。于是人们根据密勒定律引入运算放大器。虽然运放在电路中反馈电阻的阻值很大, 但由于其极高的增益, 等效到输入端仅相当于一个很小阻值的电阻, 实现了 I/V 变换电路在灵敏度和精度上的良好统一。

通过讨论, 当我们在设计高精度、高灵敏度的 I/V 变化电路时, 应该选择输入阻抗高、偏置电流低、增益尽可能高的运算放大器。

6. 结语

输入输出阻抗问题的合理解决在提高电路设计效率方面有着重要的意义。本文从全电路欧姆定律出发, 探讨关于输入输出阻抗涉及到的问题, 以简洁明了的电路形式进行阐述, 提出了一个新的输入输出阻抗教学思路, 希望通过更加贴近实际工程背景的教学组织来提高输入输出阻抗的教学效果。

参考文献

- [1] 童诗白, 华成英. 模拟电子技术基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.
- [2] 王春静, 孟丽丽. 模拟电路课程“专创融合”教学模式的研究与实践[J]. 创新创业理论研究与实践, 2021, 4(22): 148-150.
- [3] 曲健. 对《模拟电路》课程教学的思考和探索[J]. 电子科技大学学报(社会科学版), 2005(S1): 90-92.
- [4] 韩孝强. 模拟电子技术实验课程的考核模式分析[J]. 集成电路应用, 2021, 38(9): 28-29.
- [5] 林凌, 曾周末, 栗大超, 张宇, 刘蓉, 杨春梅. 基于工程背景的采样定理教学方法[J]. 创新教育研究, 2022, 10(1): 116-120. <https://doi.org/10.12677/CES.2022.101022>
- [6] 赵录怀, 王仲奕. 电路基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [7] 姜凤娇, 高艳萍, 祝开艳. 《电路理论》的阻抗匹配与分贝教学探析[J]. 现代商贸工业, 2010, 22(2): 190.
- [8] 贾永兴, 朱莹, 王渊, 荣传振. 以解决问题为导向的采样定理教学设计[J]. 教育教学论坛, 2016(46): 171-173.
- [9] 曹路, 甘俊英, 应自炉, 杨敏. 问题式教学法在《信号与系统》课程教学中的应用——以抽样定理为例[J]. 长江大学学报(自科版), 2015, 12(25): 76-79+6.
- [10] 李刚, 林凌. 测控电路[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.