

项目式教学与数学建模深度融合的初中数学教学研究

杨冬雪, 辛巧*

伊犁师范大学, 数学与统计学院, 新疆 伊宁

收稿日期: 2022年6月21日; 录用日期: 2022年7月13日; 发布日期: 2022年7月20日

摘要

本文紧扣2022版《义务教育数学课程标准》的新变化和新要求, 从如何实现初中生数学核心素养培育的视角, 阐述在初中数学教学过程中开展项目式教学与数学建模深度融合的必要性和理论基础。选取切合初中生知识体系的课题, 通过发现问题、提出问题、分析问题、建立模型、求解模型、解决问题六大步骤设计教学案例, 培养学生“会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界”的核心素养, 引导学生感悟数学与生活以及其它学科之间的联系, 充分实现数学课程的综合育人价值。

关键词

初中数学, 新课标, 项目式教学, 数学建模

Research on Junior Middle School Mathematics Teaching with the Deep Integration of Project-Based Teaching and Mathematical Modeling

Dongxue Yang, Qiao Xin*

School of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Jun. 21st, 2022; accepted: Jul. 13th, 2022; published: Jul. 20th, 2022

*通讯作者。

文章引用: 杨冬雪, 辛巧. 项目式教学与数学建模深度融合的初中数学教学研究[J]. 创新教育研究, 2022, 10(7): 1578-1585. DOI: 10.12677/ces.2022.107252

Abstract

Closely following the new changes and new requirements of the 2022 edition of mathematics curriculum standard for compulsory education, this paper expounds the necessity and theoretical basis of the deep integration of project-based teaching and mathematical modeling in the process of junior middle school mathematics teaching from the perspective of how to achieve the cultivation of junior middle school students' mathematics core literacy. This paper selects topics that are in line with the knowledge system of junior high school students, and designs teaching cases through six steps: discovering problems, asking questions, analyzing problems, establishing models, solving models, and solving problems, cultivating students' core literacy of "observing the real world with mathematical eyes, thinking about the real world with mathematical thinking, and expressing the real world with mathematical language", guiding students to perceive the connection between mathematics and life and other disciplines, and fully realize the comprehensive educational value of mathematics curriculum.

Keywords

Junior High School Mathematics, New Curriculum Standard, Project-Based Teaching, Mathematical Modeling

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2022 版《义务教育数学课程标准》(以下简称“新课标”)坚持以学生发展为中心,以核心素养为导向的课程目标,逐步培养满足学生终身发展需要的“三会”(会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界)核心素养。新课标在 2011 版课标的基础上,将知识技能、数学思考、问题解决和情感态度统一为知识技能、过程方法、情感态度三维一体的核心素养,特别是将原先知识技能的培养融于数学眼光、数学思维、数学语言培养的过程中,通过对现实世界的探索,逐步实现知识技能的传授。

新课标注重整体设计,提倡采用启发式、探究式、参与式和互动式等多种方法开展项目式学习和跨学科主题式学习[1],以“用数学方法解决现实问题”为主要目的,引导学生探索“解决现实问题”的关键要素,用数学思维分析各要素之间的关系并发现规律,通过经历发现、提出、分析、解决问题的过程,感受数学与科学、经济、艺术、金融等学科领域的融合,进而培养模型观念、数据观念,发展应用意识、创新意识。

项目式教学法(又称 PBL 教学法)源起于教育家杜威的学生克伯屈。20 世纪 50 年代美国教授 Barrows 首次采纳并将其运用于加拿大医学教育[2]。经过不断发展和推广,项目式教学逐渐被广泛运用于职业教育、工程教育、大学教育等多个层面。在我国基于项目式教学的研究起始于 2001 年,随着建构主义学习理论的推广,越来越多的教育研究者开始关注这一教学模式,自 2017 年至今中国知网收录有关“初中数学 PBL 教学”类的文章已达 28,591 篇,其中北京师范大学[3][4]、西南大学[5][6][7]等高校都对这一领域有过深度研究。

数学建模作为联系数学与生活的桥梁, 不仅是一种用数学思维建立模型解决实际问题的综合活动, 更是开展跨学科学习、感悟数学应用普遍性的有效途径。自 20 世纪 80 年代以来, 随着核心素养培养要求的不断提高, 我国逐步开始在中小学数学教学过程中引入数学建模活动, 部分中学甚至开设了特色的数学建模类校本课程。近十年中国知网共收录 1203 篇有关“初中数学建模”类的文章, 发文量总体呈现上升趋势, 其中南京师范大学[8]、重庆师范大学[9] [10]、山东师范大学[11] [12] [13] [14]等高校对此有较为深入的研究。

在初中数学课程中如何实现学生“三会”能力的培养, 将会成为今后初中数学教育改革研究的热点问题之一[15], 作为一种具有情境性、开放性的教学模式, 项目式教学与数学建模的深度融合无疑是培养学生“三会”能力的重要手段。如果说项目式教学从宏观的角度上强调了“做什么”, 那么数学建模就是从微观的角度上强调了“怎样做”, 二者相辅相成、同向而行, 引导学生经历数学观察、数学思考、数学表达、归纳概括、迁移运用的过程, 体验数学眼光、数学逻辑、数学语言、数学方法的魅力, 进而增强学生从数学视角认识真实世界、解决现实问题的能力。

2. 项目式教学与数学建模深度融合的必要性

项目式教学与数学建模深度融合是一种以具体问题为探究中心、以实际生活为探究背景、以数学方法为探究工具的授课模式, 下面本文将从三个方面阐述在初中数学教学过程中深度融合项目式教学与数学建模的必要性。

2.1. 课标的顶层设计

课程标准是一切教学活动的纲领性文件。在《义务教育数学课程标准(2022 版)》[1]“三会”目标的推动下, 义务教育培养模式开始由“学习数学知识并应用于具体情境”转向“从实际生活中发现问题进而探索数学规律”。这就要求初中数学教师应当根据课标导向, 改变传统的讲授型培养策略, 探索数学教学的新思路、新方法, 力求教学情景化、生活化、多样化, 使学生体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系, 进一步激发初中生数学学习的热情。

2.2. 国家的政策导向

随着“双减”政策的落地实施, 初中数学教学面临全新挑战。在过去很长一段时间, 教师作为课堂主导者选择单方面的将数学理论知识灌输给学生, 在学生并未完全“吃透”和“消化”情况下, 借助重复机械练习的方式, 巩固学生对知识的掌握[16]。这样的教学模式不仅加重了初中生的学习负担, 还容易引起青春期学生的逆反心理。因此在“双减”背景下, 教师应不断探索新的教学方式, 重视学生主体地位, 进一步体现初中数学教育的育人价值。

2.3. 学生的发展需要

初中是青少年世界观、人生观、价值观初步形成的关键时期, 也是数学教育承上启下的重要阶段。随着学段的上升, 数学知识难度体系随之提高, 在这一阶段, 从学生心理上降低数学学习的难度, 培养学生数学学习的兴趣至关重要, 因此教师要结合数学学科特点, 在分析学情的基础上, 组织开展有效性强的各类数学教学活动, 进一步将初中数学核心素养融入教学实践, 培养学生用数学思维解决现实问题的意识和能力, 从而达到全面发展的总体目标。

3. 项目式教学与数学建模深度融合的理论基础

探究项目式教学与数学建模深度融合的培养策略, 不仅有助于发展学生用数学眼光发现和提出问题、

用数学思维分析和解决问题、用数学语言描述和表达问题的素养,还有助于培养学生用整体的、发展的、联系的眼光看待现实问题的能力。新课标作为数学课堂教学的顶层设计,从课程目标、课程内容、评价标准等多个方面为二者融合提供了坚实的理论基础。

3.1. 围绕核心素养, 制定融合目标

在新课标中,核心素养是一切教学活动的出发点、落脚点和着力点,数学教学过程中的一切要素、环节、流程都围绕着核心素养的生成而展开。要实现以核心素养为导向的教学目标,不仅要让学生在真实生活和具体情境中发现问题、提出问题、分析问题、运用数学规律解决问题,还要整体把握知识主线之间的关联、教学内容与核心素养之间的关联[17]。采用以项目式教学为纲,以数学建模为本的融合培养策略,是培养学生“三会”能力,让学生在观察、探究、思考、分析、表达、交流的学习过程中感悟数学思想、积累活动经验,促进核心素养形成与发展的有效途径。

3.2. 聚焦知识主线, 优化融合策略

初中阶段的数学课程内容分为四大板块[1],其中“数与代数”、“图形与几何”、“统计与概率”主要由数学理论知识构成,“综合与实践”则贯穿于前三个板块,教育实施者可根据不同学段学生的知识储备情况,结合数学知识体系,以生活问题为切入点,以项目设计为整合点,以发展学生“三会”能力为落脚点开展教学活动。实际上项目式教学与数学建模深度融合是实现数学生活化的突破点,通过引导学生从数学角度观察与分析、思考与表达、解决与阐述社会生活中遇到的现实问题,帮助学生感悟数学与生活之间的联系,进而提高学生发现与提出问题、思考与分析问题的能力,解决和表达问题的能力。

3.3. 结合评价标准, 完善融合思路

学业质量是学生在完成课程阶段性学习后的成果体现,其评价标准不仅是学业水平考试命题的重要依据[1],还是学生学习、教师教学、教材编写的重要指南。新课标依据初中生核心素养发展水平,提出从生活情境中抽象数学问题,用数学逻辑分析实际问题,用数学语言制定解决方案等要求。这就是说初中阶段的数学课程应当立足学生终身发展需要,以实际问题为载体,从数学专业素养和数学育人价值的角度出发。探索项目式教学和数学建模活动深度融合的培养策略,建立以核心素养为导向的活动评价体系,是全面提升数学课程教学效果的重要途径。

4. 项目式教学与数学建模深度融合的教学实践

初中阶段的学生已经初步具备了基本的数学技能[3]。基于核心素养发展理念,在教学实践中,教师应当采用类似于做项目的方法,引导学生在生活情境中发现问题、提出问题,用数学的眼光抽象驱动问题、用数学的思维建立解题模型,用数学的语言提出解决方案,以下为具体教学案例设计和实施流程说明:

4.1. 会用数学的眼光观察现实世界(抽象能力)

4.1.1. 发现问题

“世界高铁看中国,中国高铁看京沪。”2011年6月30日,京沪高铁这条世界上建成里程最长、标准最高的高速铁路正式通车,从北京南站到南京南站的时间整整缩短了近6.5个小时,这也标志着我国正式进入了高速铁路时代。这天公司安排妈妈从北京去往南京出差,你能否估算出妈妈到达南京南站的时间?

【设计意图】:通过驱动问题,展现我国近年在高铁建设领域取得的巨大成就,进而增强学生的民

族自豪感、自信心和凝聚力。引导学生学会用数学的眼光观察现实世界, 在实际生活中发现并抽象出数学的问题。

4.1.2. 提出问题

经过多方查阅资料, 得知高铁的速度大约为普通列车的 3 倍, 高铁建成后, 从北京南站到南京南站的时间比之前缩短了近 6.5 个小时, 这天妈妈要从北京前往南京参加会议, 如果早上 8 点出发, 你能否估算出妈妈到达南京南站的时间? 我们可以将这个驱动型问题拆分为以下三个子问题:

子问题一: 地图上北京和南京的位置在哪里?

子问题二: 通过地图, 你能估算出从北京到南京的实际距离是多少吗?

子问题三: 根据已有信息你能计算出乘坐高铁从北京南站到南京南站需要多长时间吗?

【设计意图】: 问题一主要考察七年级下册第七章《平面直角坐标系》的知识, 问题二考察七年级上册《一元一次方程》和八年级下册《勾股定理》的内容, 问题三考察学生对七年级下册《二元一次方程组》的掌握情况。此设计旨在用项目式教学的方法引导学生串联已有数学知识, 用数学思维解决现实问题。

4.2. 会用数学的思维思考现实世界(几何直观、空间观念、运算能力、推理能力、数据观念)

4.2.1. 分析问题

本项目可作为九年级下册的一次综合实践教学活, 项目以现实生活中常见的“预计从北京南站到南京南站所需时间”为驱动型问题, 围绕教材核心设置子问题。让学生通过规划方案, 将已经学过的一元一次方程、几何图形初步、平面直角坐标系、二元一次方程组、数据的收集与整理、勾股定理、概率与统计等知识融会贯通, 用于解决现实情境中的实际问题。

【设计意图】: 通过分析问题, 将现实生活中常见的路程转化为一元一次方程、平面直角坐标系、勾股定理等数学问题, 旨在培养学生学习数学的兴趣和用数学思维解决问题的能力。

4.2.2. 建立模型

子问题一: 地图上北京和南京的位置在哪里?

合理运用现代技术, 促进信息技术与数学课程融合, 利用几何画板在地图上以济南为坐标原点建立平面直角坐标系(如图 1)。地图比例为 1:20000000, 将坐标系网格尺寸设置为 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$, 那么北京和南京可以抽象为坐标上的两个点, $A(-0.34, 2.10)$ 、 $B(0.94, -2.92)$ 。

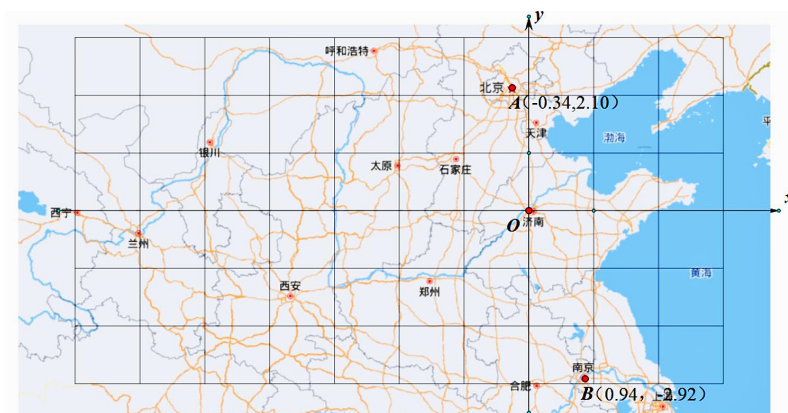


Figure 1. Beijing to Nanjing road map
图 1. 北京到南京路线图

子问题二：通过地图，你能估算出从北京到南京的实际距离是多少吗？

过 A 点做 x 轴的垂线，过 B 点做 y 轴的垂线相交于点 C ，通过直角坐标系上的 $A(-0.34, 2.10)$ 、 $B(0.94, -2.92)$ 、 $C(-0.34, -2.92)$ 三点，构建直角三角形，分别计算出 AC 、 BC 的长度，运用勾股定理，计算出 AB 的长度(图 2)。

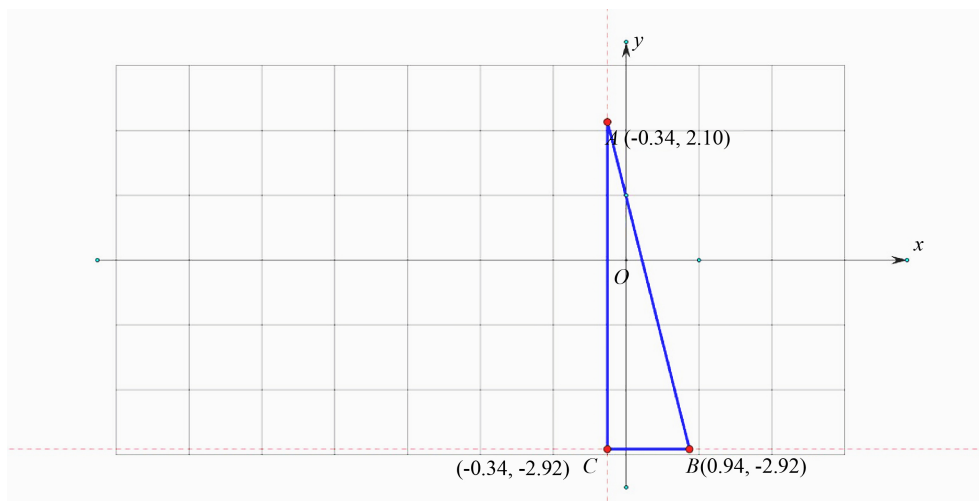


Figure 2. A model diagram that abstracts Beijing and Nanjing into points, respectively
图 2. 将北京和南京分别抽象为点的模型图

【设计意图】：通过采用几何画板等信息技术工具辅助教学，运用七年级《平面直角坐标系》中的知识点将地图上“北京”与“南京”用有序数对表示出来。旨在考察学生建立平面直角坐标系、用有序数对表示点的能力。

4.3. 会用数学的语言表达现实世界(模型观念、应用意识、创新意识)

4.3.1. 求解模型

$$AC \text{ 的长度} = |Y_A| + |Y_C| = 5.02$$

$$BC \text{ 的长度} = |X_B| + |X_C| = 1.28$$

那么通过勾股定理得知： $AB = \sqrt{5.02^2 + 1.28^2} = \sqrt{26.8388} \approx 5.18$ 。

已知地图比例为 1:20000000，设北京南和南京南的实际距离为 x 厘米，根据一元一次方程组可以列出方程： $\frac{1}{20000000} = \frac{5.18}{x}$ 求解 $x = 103600000$ (厘米) = 1036(公里) 所以北京南站到南京南站的实际距离为 1036 公里。

子问题三：根据已有信息你能计算出乘坐高铁从北京南站到南京南站需要多长时间吗？

由此可以得到，北京南站与南京南站大约相距 1036 公里，根据我们收集到的信息还知道高铁的速度大约为普通列车的 3 倍，而从北京南站到南京南站的时间比之前缩短了近 6.5 个小时。

根据已有信息建立二元一次方程组：

已知路程、速度和时间的关系式为： $S = vt$ ，设普通列车的速度为 v ，那么高铁的速度就为 $3v$ ；设乘坐高铁从北京南站到南京南站要 t 小时，那么乘坐普通列车就需要为 $t + 6.5$ 小时。

$$\text{联立二元一次方程组} \begin{cases} 3v \times t = 1036 \\ v \times (t + 6.5) = 1036 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} v = \frac{4144}{39} \\ t = 3.25 \end{cases}$$

所以得到, 从北京南站到南京南站大约乘坐高铁大约需要 3.25 小时, 也就是 3 小时 15 分钟。

【设计意图】: 运用八年级《勾股定理》的知识点, 计算地图上北京与南京之间的距离。再根据地图比例通过一元一次方程计算北京与南京的实际距离。最后运用二元一次方程组计算出乘坐高铁从北京南站到南京南站需要的时间。旨在考查学生对初中知识的整体掌握情况。

4.3.2. 解决问题

经过计算可以得出, 从北京南站到南京南站乘坐高铁大约需要花费 3 小时 15 分钟, 那么回归到我们的主问题: “能否预计妈妈到达南京南站的时间?”

这一问题还要考虑当天天气状况、出发时间是否为上下班高峰期、是否为春运高峰期、高铁站与家的距离等一系列问题, 这时教师还可以引入概率与统计这一知识点进行分析计算。

经查阅资料, 每天早上 8 时为北京早高峰的最高峰, 有 250 万至 260 万人同时在上班路上, 平均通勤时间为 260 分钟, 所以妈妈从家到高铁站大约需要 56 分钟。

3 小时 15 分钟 = 195 分钟;

195 分钟 + 56 分钟 = 251 分钟 = 4 小时 11 分钟;

再加上天气、排队等各种因素的影响, 妈妈到达南京南站的时间至少为 12 时 11 分。

【设计意图】: 采用项目式教学与数学建模深度融合的方式, 将核心素养的培育融入教学实践, 通过用数学眼光、数学思维、数学语言解决实际问题, 不仅能够巩固学生对所学知识的理解, 还可以强化学生探究学习意识, 促进学生“三会”能力的培养。

4.3.3. 问题拓展

1) 如果考虑站点停靠、列车晚点等原因, 那么结果的变化范围大约是多少呢?

2) 你能否通过实际情况验证计算结果的误差呢?

【设计意图】: 通过拓展问题, 激发学生的发散性思维, 引导学生在研究现实问题的过程中, 学习数学、理解数学, 同时使数学回归生活、贴近生活, 增强学生学习数学的兴趣和应用数学的能力。

5. 结语

项目式教学与数学建模深度融合, 是一种贴合 2022 版《义务教育数学课程标准》课程性质、课程理念和课程目标的培养策略。这种教学模式的驱动问题没有“标准答案”, 其解决方案是开放的、多元的, 目的就是为了引导学生从真实情境中提出值得思考的数学问题, 通过经历数学观察、数学思考、数学表达、数学归纳、数学建模等过程, 体会数学是认识、理解、表达现实世界的工具。在这一过程中教师可利用信息技术改进教学方式, 将抽象的数学知识直观化, 促进学生对数学概念的理解和建构, 充分发挥核心素养导向下教学目标对教学过程的指导作用, 切实将“三会”能力的培养融入教学全过程。

参考文献

- [1] 教育部. 教育部关于印发义务教育课程方案和课程标准(2022年版)的通知[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/s8001/202204/t20220420_619921.html, 2022-04-08.
- [2] 陈雪. 项目式教学在高中数学教学中的策略研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2020.
- [3] 游俊华. 城乡初中数学情境教学现状比较与对策研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2020.
- [4] 任仲俊. 初中数学教学中的兴趣激发初探[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2019.

-
- [5] 孙家祥. 发展高中生数学建模素养的教学策略研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2021.
- [6] 任艳霞. 初中“数学活动”教学的现状研究——以贵州省仁怀市为例[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2020.
- [7] 闫毅. 核心素养目标导向下的初中数学课堂教学策略研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2020.
- [8] 赵英洁. 初中数学建模教学情况的调查研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京师范大学, 2017.
- [9] 陈立. 数学教材“综合与实践”的特征研究——基于建模的视角[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2016.
- [10] 廖雅倩. 初中数学教学中渗透模型思想的教学设计研究——以北师版八年级上册教材为例[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2021.
- [11] 褚璐琳. 基于批判性思维的数学项目式学习的实践研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东师范大学, 2021.
- [12] 李晓. 智慧课堂中初中生数学建模能力培养研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东师范大学, 2021.
- [13] 栾卉凡. 新课标下初中数学建模教学设计与实践[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东师范大学, 2011.
- [14] 刘月霞. 普通高中课程实施策略研究[D]: [博士学位论文]. 长春: 东北师范大学, 2015.
- [15] 义务教育数学课程标准修订组. 聚焦核心素养 指向学生发展——义务教育数学课程标准(2022年版)解读[J]. 基础教育课程, 2022(10): 12-18.
- [16] 史宁中, 吕世虎, 李淑文. 改革开放四十年来中国中学数学课程发展的历程及特点分析[J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 1-11.
- [17] 史宁中. 《义务教育数学课程标准(2022年版)》的修订与核心素养[J]. 教师教育学报, 2022, 9(3): 92-96.