

# 课程思政融入高等数学教学案例

## ——以《定积分的概念》为例

贾晓彤, 王利岩

沈阳航空航天大学, 理学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2022年6月14日; 录用日期: 2022年7月21日; 发布日期: 2022年7月28日

### 摘要

深入挖掘课程思政元素, 寻找课程思政融入高等数学教学的切入点, 可以给沉闷的理论课堂带来活力, 提升教学效果, 激发学生的学习热情, 使得学生在收获知识的同时树立正确的三观。本文以高等数学中的定积分的概念为例, 在教学设计的过程中以学生自主探索和教师的引导相结合的方式, 将知识点和哲学辩证唯物主义思想、时事热点联系在一起, 培养学生的综合运用所学知识去分析问题和解决问题的能力。

### 关键词

高等数学, 课程思政, 定积分, 案例

# A Case Study of the Integration of Curriculum Ideology and Politics into Higher Mathematics Teaching

## —Taking the Concept of Definite Integral as an Example

Xiaotong Jia, Liyan Wang

School of Science, Shenyang University of Aeronautics and Astronautics, Shenyang Liaoning

Received: Jun. 14<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jul. 21<sup>st</sup>, 2022; published: Jul. 28<sup>th</sup>, 2022

### Abstract

In-depth excavation of the ideological and political elements of the curriculum, to find the cut-in point of integration of ideological and political education into higher mathematics teaching, can

**bring vitality to the boring theory classroom, improve teaching results, stimulate students' enthusiasm for learning, to enable students to acquire knowledge, at the same time to establish a correct outlook. Taking the concept of definite integral in higher mathematics as an example, this paper links knowledge points with philosophical dialectical materialism and current affairs hotspots in the process of teaching design by combining students' independent exploration with teachers' guidance, to develop students' comprehensive use of knowledge to analyze and solve problems.**

## Keywords

Advanced Mathematics, Course Politics, Definite Integral, Case

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着全国高校思想政治工作会议召开, 全面推进课程思政建设已经成为高校教育者共识。课程思政改革是国家赋予高校的历史使命, 完善课程思政体系, 切实将思政教育融入专业学科, 培养担当民族复兴大任的人才才是高校面临的当务之急。

长期以来, 在高等数学的教学中我们严格贯彻 2016 年习近平总书记在全国高校思想政治座谈会上提出的“要用好课堂教学这个主渠道, 思想政治理论课要坚持在改进中加强, 提升思想政治教育亲和力和针对性, 使各类课程与思想政治理论课同向同行, 形成协同效应”的要求, 认真落实 2020 年教育部印发的《高等学校课程思政建设指导纲要》, 全面推进课程思政, 完善“三全育人”。其中总结归纳教学中课程思政优秀案例是深化教学模式改革, 寻求课程思政融入高等数学的路径, 确保课程思政在高等数学教学中落地见效的有效方法[1]。

本文以高等数学中定积分的概念为例, 在教学过程中从教学目标、重点难点、教学方法、典型例题中层层深入, 寻找知识点中的思政元素, 从而提升高等数学课程的育人性。

## 2. 教学设计

### 2.1. 案例背景

古代河流两岸的土地划分问题, 当今雄安新区面积测绘问题, 促使了定积分概念的产生, 让我们体会到高等数学作为基础学科在生活中的广泛应用。定积分的概念是学生进入“积分”世界的第一关, 也是高等数学中最核心的概念。本节课上承极限运算、导数、不定积分, 下接定积分的性质与运算, 在物理、经济等相关学科中具有广泛的应用, 正确理解定积分的概念与积分思想更有利于进一步学习高等数学下册的重积分、曲线与曲面积分。本节课授课对象为大一年级工科类学生, 他们已经了解了“以直代曲”的思想, 对即将学习的内容有一定的理论基础, 但是对于概念性知识的理解, 将理论知识应用到实践中的能力还有所欠缺[2]。

### 2.2. 教学目标

#### 2.2.1. 知识目标

理解定积分的定义及几何意义, 掌握可积条件, 会用定义及几何意义计算简单函数的定积分。

### 2.2.2. 能力目标

逐渐培养学生的逻辑思维能力和知识迁移能力。

### 2.2.3. 情感目标

引导学生进一步体会“以直代曲”的数学思想, 渗透“化整为零零积整”, “局部与整体”的辩证唯物主义观。

### 2.2.4. 课程思政育人目标

通过“雄安新区面积”问题, 定积分在航天方面的应用, 激发学生的爱国情怀, 培养学生对知识的探索精神, 理解有限与无限、量变与质变的辩证思想, “养小德才能成大德”, 对学生进行品德修养教育, 培养学生树立正确的人生观、世界观、价值观[3]。

## 2.3. 教学重难点

### 2.3.1. 教学重点

理解定积分的概念, 理解定积分的性质。

### 2.3.2. 教学难点

掌握定积分的定义的“四步曲”, 领会积分的思想, 并会用它解决实际问题。

## 2.4. 教学方法与手段

教法: 引导探究法与讲解法。

学法: 实践法观察法、协作法(自主学习、分组讨论、归纳总结)。

多媒体应用: 概念引入等直观、形象的内容。

学生自主探索和教师的引导相结合: 定义、例题等主体内容。

师生互动: 回答问题, 课堂测验。

归纳总结: 课程小结。

## 2.5. 教学材料

教学材料有:《高等数学》(第七版, 同济大学数学系主编高等教育出版社出版)、《高等数学习题集》(张天德主编, 山东科技出版社出版)、《高等数学应用》(李心灿主编, 高等教育出版社出版)、《微积分》(范培华等主编, 中国商业出版社出版)。

## 2.6. 教学过程

### 2.6.1. 问题引入(10 分钟)

古代人们居住在河流的两岸, 梅雨季充沛的雨水便会冲毁土地, 这时需要重新丈量分割土地, 由于土地形状不规则带来了一定的困难, 如何计算不规则图形的面积, 这样一个古老的问题催生了定积分概念的产生。当今以习近平为核心的党中央深入推进京津冀协同发展做出的一项重大决策部署——设立雄安新区, 雄安新区的面积测绘问题也需要借助定积分来解决。

思政元素: 以上两例都是生活中的实际问题, 通过时政热点, 让学生仿佛身临其境, 感受到这具有重大现实意义和深远历史意义的时刻, 同时引起学生的求知欲望, 提高学习兴趣, 并且可以让学生真正理解了积分思想。

### 2.6.2. 引例(30 分钟)

曲边梯形的面积:

设  $y = f(x)$  在  $[a, b]$  上非负, 连续, 由直线  $x = a, x = b, y = 0$  及曲线  $y = f(x)$  所围成的图形, 如何计算曲边梯形面积?

方法: 把想要解决的问题转化为已学过的问题。我们要计算的是曲边梯形的面积, 而我们学过的是规则几何图形的面积。

设置问题: 怎样把曲边梯形转化为规则几何图形呢?

思政元素: 培养学生转化问题的思想, 利用已知方法去解决未知的问题, 在生活中遇到问题也要学会转变思路, 灵活应对。

(1) 分割: 在区间  $[a, b]$  内任意插入  $n - 1$  个分点:  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ , 为了书写方便, 令

$$a = x_0, b = x_n, \text{ 使 } a < x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b,$$

把  $[a, b]$  分成  $n$  个小区间

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$$

它们的长度依次为:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0, \Delta x_2 = x_2 - x_1, \dots, \Delta x_n = x_n - x_{n-1}$$

经过每一个分点作平行于  $y$  轴的直线段, 把曲边梯形分成  $n$  个窄的小曲边梯形。

(2) 近似代替: 在每个小区间  $[x_{i-1}, x_i]$  上任取一点  $\xi_i$ , 以  $[x_{i-1}, x_i]$  为底,  $f(\xi_i)$  为高的窄边矩形近似替代第  $i$  个窄边梯形 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 这样第  $i$  个窄边梯形近似为

$$\Delta A_i \approx f(\xi_i) \Delta x_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

通过观察动画发现, 当  $\Delta x_i$  越小, 其近似程度就越好。

$$(3) \text{ 求和: } A = \sum_{i=1}^n \Delta A_i \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

在课堂上通过观看 GeoGebra 软件制作的动画, 更加直观。

思政元素: 通过几何直观, 展示以直代曲的数学思想, “无限分割再求和” 让学生们体会到学习是不断积累的过程, 更深刻的理解荀子《劝学篇》中 “不积跬步, 无以至千里, 不积细流, 无以成江海” 的道理, 感受到我国古代思想的博大精深。

(4) 取极限: 通过观察, 当将  $[a, b]$  逐次分下去, 分点无限增多, 小区间的长度越来越小, 分割的越细越精确, 在无限分割的过程中, 应用极限的方法, 从有限到无限, 从量变到质变, 实现从近似值转化为精确值, 这样的辩证唯物主义思想, 从而得到曲边梯形的面积。

设  $\lambda = \max \{ \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n \}$ , 令  $\lambda \rightarrow 0$  时, 可得曲边梯形的面积

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

思政元素: 理解有限与无限这种辩证对立统一的思想, 说明事物是有两面性, 它们可以相互转化, 教导学生当学习中遇到困难时, 不要气馁, 保持乐观情绪可以缓解压力, 是解决问题的正确态度。

(5) 总结归纳: 几何学中的面积问题, 从抽象的数量关系来看, 是函数在区间上具有特定结构和式的极限。不仅如此, 在物理学、力学及其它众多学科领域中, 还有许多求分布在某个区间的总量都可以用

同样的方法和步骤, 抛开各个问题的具体含义, 将其化为具有相同数学结构的和式的极限, 便抽象出定积分的定义。

思政元素: 培养学生总结归纳的能力。量变质变规律揭示了事物发展变化形式上具有的特点, 量变是质变的必要准备, 质变是量变的必然结果。学生在求学的道路上, 虽然每天的进步很微小, 但是脚踏实地、坚持不懈, 最终都能够实现从量变到质变的飞跃。

### 2.6.3. 定积分的定义(20 分钟)

**定积分的定义:**

**定义** 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界, 在  $[a, b]$  中任意插入若干个分点

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$$

把区间  $[a, b]$  分成  $n$  个小区间

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], \cdots, [x_{n-1}, x_n]$$

各个小区间的长度依次为  $\Delta x_1 = x_1 - x_0, \Delta x_2 = x_2 - x_1, \cdots, \Delta x_n = x_n - x_{n-1}$ .

在每个小区间  $[x_{i-1}, x_i]$  上任取一点  $\xi_i (x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i)$ , 作函数值  $f(\xi_i)$  与小区间长度  $\Delta x_i$  的乘积  $f(\xi_i)\Delta x_i (i=1, 2, \cdots, n)$ , 并作出和

$$S = \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i.$$

记  $\lambda = \max\{\Delta x_1, \Delta x_2, \cdots, \Delta x_n\}$ , 如果不论对  $[a, b]$  怎样分法, 也不论在小区间  $[x_{i-1}, x_i]$  上点  $\xi_i$  怎样取法, 只要当  $\lambda \rightarrow 0$  时, 和  $S$  总趋于确定的极限  $I$ , 这时我们称这个极限  $I$  为函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上的定积分(简称积分), 记作  $\int_a^b f(x)dx$ , 即  $\int_a^b f(x)dx = I = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ ,

定义中需要注意:

① 定积分的结果是个数值, 该数值仅与被积函数  $f(x)$  和积分区间  $[a, b]$  有关, 而与积分变量无关, 即  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du$ ;

② 可积的充分条件: 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积; 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界, 且只有有限个间断点, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积;

③ 定义中  $\int_a^b f(x)dx$  与区间的分法和  $\xi_i$  取法无关。

④ 对于积分所体现出来的方法和思想进行总结, 具体如下。

分割  $\rightarrow$  化整为零;

取近似  $\rightarrow$  以直代曲(不变代变);

求和  $\rightarrow$  积零为整;

取极限  $\rightarrow$  精确值;

思政元素: 将数学建模或生活中的动态问题, 可以转变思想, 在小范围内看成静态问题研究, 求得近似解, 再利用极限这个工具, 获得精确解。使学生对定积分的概念中蕴含的有限和无限、量变与质变的哲学思想理解的更深刻[4]。

### 2.6.4. 定积分的几何意义(25 分钟)

1) 当在  $[a, b]$  上  $f(x) \geq 0$  时, 定积分的值  $\int_a^b f(x)dx$  等于由曲线  $y = f(x)$  与直线  $x = a, x = b$  及  $x$  轴所

围成的曲边梯形的面积, 即  $\int_a^b f(x)dx = A$ 。

2) 当在  $[a, b]$  上  $f(x) \leq 0$  时, 那么由曲线  $y = f(x)$  与直线  $x = a, x = b$  及  $x$  轴所围成的曲边梯形位于  $x$  轴的下方, 此时, 积分  $\int_a^b f(x)dx = -A$ 。

3) 当  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  变号时, 定积分的值表示曲线  $y = f(x)$  在  $x$  轴上方部分所有曲边梯形面积之和减去  $x$  轴下方部分面积之和, 即  $x$  轴上、下部分曲边梯形面积的代数和。

总结: 由曲线  $y = f(x)$ , 直线  $x = a, x = b$  及  $x$  轴所围成的图形的面积为  $A = \int_a^b |f(x)|dx$ 。

思政元素: 采用数形结合的方法, 总结规律, 启发学生生活中遇到类似问题也要善于积累经验, 巧妙转化。

下面利用定积分定义计算定积分

**例题:** 例 1. 用定积分的定义计算定积分  $\int_0^1 x^2 dx$ 。

**分析:** 如果函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  可积, 那么无论区间如何分割以及  $\xi = \{\xi_i\}$  如何选取, 只要  $\lambda \rightarrow 0$ , 所有的积分和的极限都相同, 均为定积分  $\int_a^b f(x)dx$ , 因此, 当函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  可积时, 我们可以对区间采用特殊的分法(如:  $n$  等分),  $\xi = \{\xi_i\}$  可以采用特殊取法(如取各小区间的右端点或左端点), 这样我们可以求出定积分的值。

**分组讨论:** 学生分组讨论, 讨论求解平面图形面积的不同方法。

例 2. 发射火箭需要计算克服地球引力所做的功, 设火箭质量为  $m$ , 将火箭垂直地向上发射离地面高  $H$  时, 需做多少功?

**分析:** 将质量为  $m$  的火箭发射到离地面高  $H$  时, 需要克服地球引力, 本质上属于变力沿直线做功问题。

**分组讨论:** 学生分组讨论, 讨论解决问题的方案, 并派出小组代表对解决方案进行展示, 培养学生分析解决问题的能力 and 团队协作能力。

**思政元素:** 通过讨论定积分在航天方面的应用及相关科技前沿发展的动态问题, 激发学生的爱国情怀, 培养学生勇于探索的科学精神。

### 2.6.5. 课程小结(5 分钟)

- 1) 由求曲边梯形面积引出定积分定义, 体会定积分的积分思想;
- 2) 利用定义计算定积分;
- 3) 学会如何把问题转化为定积分。

### 2.6.6. 作业及思考题

作业: 236 页, 习题 5-1: 2, 4。

思考题: 将和式极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right]$  表示成定积分。

## 3. 结束语

本堂课围绕“培养什么人、怎样培养人、为谁培养人”这个根本问题, 切实发挥学生主体的地位, 从“家国情怀、数学素养、科学精神、人生哲理、理想信念”五个维度, 探索课程思政的融合策略, 教学设计方案等, 将“课程思政”贯穿于教育教学全过程, 实现全程育人、全方位育人, 使高等数学课程与思想政治理论课同向同行, 形成协同效应。

## 参考文献

- [1] 新华网. 习近平在全国高校思想政治工作会议上发表重要讲话[EB/OL]. [http://www.xinhuanet.com/politics/2016-12/08/c\\_129396382.htm](http://www.xinhuanet.com/politics/2016-12/08/c_129396382.htm), 2016-12-08.
- [2] 郭琼, 张雯莹, 王凤超. 新工科背景下高等数学案例教学与课程思政的融合探索[J]. 科教文汇, 2021(10): 51-52.
- [3] 李兴龙, 曾翔. 课程思政在高等数学教学中的案例浅析[J]. 教师, 2021(29): 35-36.
- [4] 慧玲, 曹鸣宇, 袁玉萍, 张丽. 《高等数学》课堂教学中融入课程思政案例——以《定积分的概念》为例[J]. 科技资讯, 2021, 19(8): 158-160.