

# 如何运用几何教学训练学生的思维

## ——以“圆周角定理”为例

方 澍, 骆晨丹, 詹 琪, 周心仪

绍兴文理学院, 浙江 绍兴

收稿日期: 2022年12月13日; 录用日期: 2023年1月22日; 发布日期: 2023年1月29日

### 摘 要

在现阶段课程标准改革后的数学教学中, 逻辑思维教学成为数学课堂上的重中之重。数学具有一定的抽象性, 在教学实践过程中, 学生往往难以发现、理解及应用一些微妙的“碰巧”。但教育本身就是一个创新的过程, 是一条寻找既能提升教学质量, 又能促进学生思维发展的有效教学模式的无尽道路。而本文以“圆周角定理”的证明为例, 讲述如何运用几何教学训练学生的思维。在教学过程中, 发现几何的证明有常见的三点弊病: 未能很好引导学生发现几何中的关系、未能较好分析如何进行分类讨论、未解释清楚如何添加辅助线。因此, 我们将给出相应的建议来逐一解决以上三点弊病, 并阐述如何培养与训练学生的思维。

### 关键词

思维, 圆周角定理, 教学

# How to Use Geometry Teaching to Train Students' Thinking

## —Taking the “Circumferential Angle Theorem” as an Example

Shu Fang, Chendan Luo, Qi Zhan, Xinyi Zhou

Dept. Shaoxing University, Shaoxing Zhejiang

Received: Dec. 13<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jan. 22<sup>nd</sup>, 2023; published: Jan. 29<sup>th</sup>, 2023

### Abstract

In the current stage of mathematics teaching after the reform of curriculum standards, the teaching of logical thinking has become the top priority in the mathematics classroom. Mathematics has

a certain degree of abstraction, and in the process of teaching practice, it is often difficult for students to find, understand and apply some subtle “coincidences”. But education itself is an innovative process, an endless path to find an effective teaching model that can not only improve the quality of teaching, but also promote the development of students’ thinking. This article takes the proof of the “circumferential angle theorem” as an example to describe how to use geometry teaching to train students’ thinking. In the process of teaching, the proof of geometry is found to have three common drawbacks: it does not guide students well to discover the relationships in geometry, fails to analyze how to classify and discuss well, and does not explain clearly how to add auxiliary lines. Therefore, we will give corresponding suggestions to solve the above three shortcomings one by one, and explain how to cultivate and train students’ thinking.

## Keywords

Thinking, Circumferential Angle Theorem, Teaching

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

初中是一个学生在生理与心理上全面发展的黄金阶段，对于数学方面的学习，教师不能只是学习与运用教科书上的理论知识，更应当注重培养与训练学生的思维。这不仅是提升学生个人素质的要求，更是社会发展对未来人才的需求[1]。在初中数学的教学课堂中，教师要将各个学生与教学中所遇到的问题相结合起来，设计教学方案、更新教学理念，激发学生的逻辑思维，培养学生的创新创造能力，促进学生全面优质发展。“数学教学不仅要使学生掌握知识，而且要使学生掌握思想方法，发展思维品质”“教学要关注过程”等等，这些几乎都被所有数学教师所接受，但事实上在真正的数学教学实践中很难让认同的理念自觉地渗透到自己的教学之中[2]。初中数学的部分内容具有一定的抽象性，越到高年级这一特点越是得以显现，抽象的知识对逻辑思维有着一定的要求，例如圆周角定理等部分的内容[3]。本文便是以圆周角定理为例，通过阐述几何教学过程中常见的一些问题以及提出相应的解决方法，以此来讲述如何运用几何教学训练学生的思维。

## 2. 培养与训练学生思维的重要性

“思维”一词，我们先将两个字拆分开进行解释，“思”即为思考、思索，“维”即为维度，常说多维度也就是多个角度。那么和在一起的“思维”，我们就可以理解成思考的维度。在学校里，教师总会夸某某的思维很活跃就可以理解成某某经常进行多维度思考问题，其思考的广度和深度在同龄人之中显得出类拔萃。

从人的生理结构上来看，人的大脑左右两边是不相同的。左脑主要负责语言、判断、分析等等与逻辑思维相关的行为或活动；右脑则主要负责视觉、情感、空间等等与形象思维有关的行为或活动。因此，左右脑的协调发展与配合对于思维的培养与训练有着重要意义[4]。而像几何问题的证明，不仅需要学生有一定的逻辑判断与分析能力，还需要学生有视觉方面的形象思维能力，可以同时训练学生左右脑的信息交流与相互配合。

学生思维的活跃与否在很大程度上影响着学生对待问题的态度、对问题的思考分析以及解决方案的提出。在难题解决的角度来说，思维活跃的学生往往能够找到解决问题的方式方法，他们能够实现“举

一反三”，将教师上课提及的相似的解题方法应用在新的问题之中。于是，这类学生在成绩上往往不会很差。思维活跃的学生常常会表现为上课积极与教师进行互动交流，课下会主动与教师进行解题方法的交流。

培养与训练学生的思维是数学教学的重中之重，这不仅仅体现在学生对于知识点的深度理解以及在成绩方面的有所提高，更重要的在于激发学生的逻辑思维，培养学生的创新创造能力，使得学生对生活中的事物有不同的见解，从而促进学生全面优质的发展。

### 3. 几何教学中的常见的思维误区

本文以浙教版为例，其中“圆周角定理”是浙教版九年级数学上册第三章“圆的基本性质”第五节内容，是学习数学思维的重要一步，在整个教材中具有承上启下的重要作用。

结合多次现场听不同教师、学生的讲课以及观摩网上的教学视频，发现在几何教学中存在一些常见的弊病，常常出现一些不妥当之处。以下将从三个方面进行阐述。

#### 3.1. 未能很好引导学生发现几何中的关系

常见的第一个不妥当之处在于，教师未能很好地引导学生发现几何中的关系，这主要包括：数量关系与位置关系。数量关系有：角与角之间的、边与边之间的以及面积与面积之间的数量关系；位置关系有：垂直、平行、相切、相交等。教师通常含糊其辞，没有用培养学生思维的眼光去引导学生，继而讲授相应内容。

比如，在圆周角定理的证明中，没有很好地引导学生去发现圆周角与它所对弧上的圆心角的数量关系。这常常表现为，教师直接告诉学生用量角器测量圆周角的度数以及它所对弧上的圆心角的度数，然后告诉学生圆周角的度数等于它所对弧上圆心角度数的一半。

未能很好地引导学生积极发现数学中出现的一些“巧合”，一味地直接告诉学生相应的几何关系，而非引导学生自我探索，久而久之，将严重挫伤学生的思维活跃度。

#### 3.2. 未能较好分析如何进行分类讨论

常见的第二个不妥当之处在于，教师未能合理地给出分类讨论的依据以及如何进行分类讨论。分类讨论是几何的一大特色，由于几何图形的变换与运动将会产生多种不同的情况，教师常常不能将这些情况有序、有逻辑地阐述清楚。

在圆周角定理的证明过程中，教师常常自己不知道如何向学生解释、分析三种情况的由来，见图1，只是依照教科书给出的证明顺序对定理进行证明。

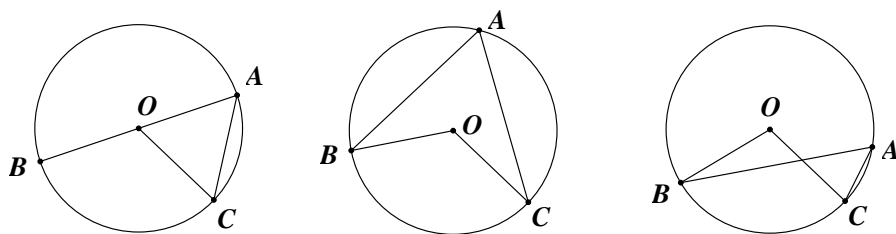


Figure 1. Three cases of the circumferential angle theorem

图 1. 圆周角定理的三种情况

但事实上，学生思考的方式方法不同，不一定都能按照图1的顺序进行思考。最终，学生只是知道有这三种情况但实际上并不知道如何去全面思考，如何不遗漏地将所有可能考虑在内。

因此, 如何进行思维上的过渡是值得教师考虑的一件事。如若不进行深度挖掘, 那么就没有让学生形成正确的思考方式, 没有培养学生思考的有序性、严谨性与逻辑性。

### 3.3. 未解释清楚如何添加辅助线

常见的第三个不妥当之处在于, 教师未能向学生解释清楚如何正确添加辅助线。教师常常想当然地以为学生知道怎么去添加辅助线, 而不能站在学生的角度思考如何准确地添加辅助线, 如何能让学生举一反三地添加辅助线。

这一现象常常表现为, 教师单纯地告诉学生此处证明缺少某一条线段, 如果不添加辅助线则无法继续做题。接着许多教师或许就并不能清晰地给出如何添加辅助线的理由, 往往会含糊不清地跳过这一段, 转而只是将证明过程很详细地向学生讲解。这就没有实现培养与训练学生思维的这一目标, 到最后学生只知道在这一图形中应该这么添加辅助线, 而当图形发生变换时便束手无策了。显然学生未能深刻挖掘其中所蕴藏的内涵, 在思维上不能举一反三。

## 4. 如何培养与训练学生的思维

针对上述提出的几何教学过程中的常见弊病, 致力于探索一种更加合理的学生可以接受的, 同时最重要的一点在于培养与训练学生的几何思维的。

### 4.1. 引导学生发现几何中的关系

正确且合理地引导学生发现几何中的关系是教师开展几何教学的一个良好开始。几何中的数量关系与位置关系是建立在已有的定理与性质的基础上, 通过灵活运用才能将这些关系呈现出来。因此, 教师应当先巩固加强已学知识, 并将其与新学知识加以联系, 再引导学生通过实践发现几何中存在的关系。

比如在证明圆周角定理时, 可先让学生简单回顾什么是圆心角而后介绍圆周角的定义。引导学生自己正确画出圆心角与圆周角, 让学生观察两者是否存在什么特殊关系, 同时积极引导学生用量角器多次测量不同图形下圆周角的度数以及弧所对的圆心角的度数。最后, 教师引导学生猜想得到圆周角定理: 圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半。

### 4.2. 解释分析如何进行分类讨论

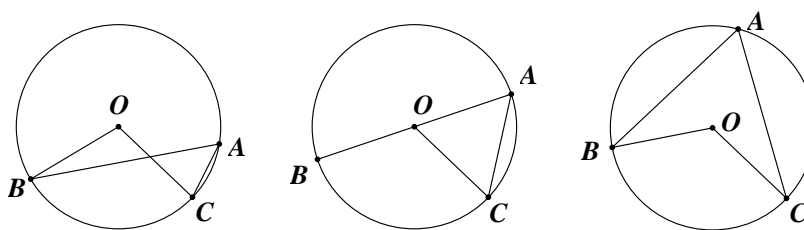


Figure 2. Sequence diagram that appears in the geometry artboard  
图 2. 几何画板中出现的顺序图

分类讨论思想是数学学习过程中比较重要的思想方法。如何清楚地进行分类讨论并讲授给学生是每一位教师应当深入思考的问题。分类讨论的难度在于如何分出所有的“类”, 因此, 教师要有顺序有逻辑地进行“分类”, 以此来培养与训练学生良好的思考方式与习惯。在这过程中, 建议教师有目的地选择相应的教学软件进行辅助教学, 例如 PPT、几何画板等。

在证明圆周角定理时, 教师就可结合几何画板这一软件进行教学。确定一个圆, 定点为点  $B$  和点  $C$ , 点  $A$  可以进行绕圆一周的运动。可以考虑将点  $A$  与点  $C$  重合, 使点  $A$  从点  $C$  的位置出发沿逆时针方向绕

圆旋转  $360^\circ$ 。经过观察发现，在旋转过程中一共出现了三种不同的情况，见图 2，依次是：圆心  $O$  在圆周角  $\angle BAC$  的外部、边  $AB$  上以及圆周角  $\angle BAC$  的内部。在点  $A$  绕圆一周的过程中，我们不会落下任何一种情况。

因此，在解决分类讨论的相关几何问题时，建议教师可以多尝试几何画板软件或 PPT 放映，通过软件的辅助将不同的情况有序地展现在学生面前，更加具有说服力。尤其是几何画板软件，对于动态问题、图形的变换等方面都可以直观呈现变化过程，进而培养与训练学生的几何思维，使得学生的思维朝着严谨、有序、富有逻辑的方向发展。

### 4.3. 解析如何添加辅助线

在几何教学中，如何添加辅助线也是一大重点问题。常见的辅助线有：过点作平行线、过点作垂线、延长线段、连结线段等等。在初中阶段的学习过程中，辅助线不会要求添加太多条。在大题的解答过程中，辅助线的正确添加常常需要将题目的第一小问进行联系，从给出的简单模型中提取出辅助线的添加方式。同时也需要鼓励学生多角度添加辅助线，多尝试添加不同的辅助线来解决问题。

比如在圆周角定理的证明中，可以从以下角度让学生思考：在第一种情况中出现等腰三角形和外角，那么是否可以构造等腰三角形以及相应的外角？

我们的目的是：添加辅助线使得图形中出现等腰三角形和外角这两个重要的几何要素。在第一种情况中，因为圆的半径相同得到  $OA = OC$ ，存在等腰三角形，所以  $\angle BAC = \angle C$ ，再结合外角的定义才将定理得以证明。那么从后往前推，需要出现圆的半径相同，因此添加的辅助线是：连结  $AO$  并延长，交  $\odot O$  于点  $D$ 。通过联系第一种情况，教师可以选择用遮挡法进行讲解，遮挡住其中的一部分，先对一只角进行证明，那么就与第一种情况相似。

这样，本文便通过举例“圆周角定理”缓解了上述几何教学中常见的三大弊病，较好地引导学生发现几何中的关系、解释分析如何进行分类讨论以及解析清楚如何添加辅助线。但是，几何是十分灵活的，几何教学需要具体问题具体分析，需要教师以培养与训练学生思维的眼光来开展几何教学。

## 5. 结语

教师对学生思维的培养与训练是具有深远的影响与意义，以数学思想为根本，逐步培养学生的创新能力，锻炼学生思维的敏锐性，建设学生的数学思维，并把这种思想应用到日常生活和学习中，将会终生受益[5]。在现阶段的初中数学教学中，受到素质教育理念的影响，逻辑思维成为数学课堂上的重点培养目标，[6]而数学具有一定的抽象性，难以在课堂中与拓展学生思维做到同步。为此，教师正在探索一种既能提升教学效率，又能促进学生思维发展的有效教学模式，挖掘教材中的育人功能。在培养学生逻辑思维的数学教学中，教师将调整课堂中的教学内容和组织形式等。坚持“学生为主体，教师为主导”的教育理念，提高课堂教学质量，逐渐打破以往教学存在的弊端[7]。学生掌握扎实基础知识的同时，也提升了逻辑思维能力，成为具有综合素质和强劲数学能力的现代化人才。

## 致 谢

最后，感谢学校教师提供的悉心指导和积极帮助，同时也对参考文献中的思想和方法的所有者表示最真挚的谢意。

## 参考文献

- [1] 樊杰, 李忻蔚, 姚运文, 等. 初中数学教学对学生逻辑思维的培养探析[J]. 科普童话·新课堂(中), 2022(7): 55-56.
- [2] 陈静. 波利亚的解题思想在初中几何命题教学中的实践——以“圆周角定理及推论”的教学为例[J]. 数学教学通

---

讯, 2021(2): 5-8.

- [3] 何华香. 初中数学微课程的设计与应用研究——以《圆周角定理》为例[J]. 考试周刊, 2017(10): 50.
- [4] 陈艳琼. 数形结合方法对初中生思维能力培养的重要性及实施策略研究[J]. 考试周刊, 2022(1): 9-12.
- [5] 王金臣. 数学思想对学生思维发展的重要性[J]. 人文之友, 2019(10): 150.
- [6] 高荣元. 初中数学教育教学中如何培养学生的逻辑思维[J]. 学周刊, 2022, 27(27): 87-89.
- [7] 徐欢, 马奇. 初中数学教学中培养学生逻辑思维能力的对策[J]. 科学咨询, 2020(37): 286.