

# 基于新课标理念对不同版本高中数学教材数列内容的比较研究

汪丽亚, 杜雯

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年4月8日; 录用日期: 2023年5月10日; 发布日期: 2023年5月18日

## 摘要

数学教材是根据学生的身心发展特点、教育与教学原则、数学学科的特点等多种因素进行综合考虑, 经过精心的设计和编写而成的一套完整、系统、科学的教材。教育界对数学教材的比较研究也是数学教育研究的一大不可忽视的热点。数列是高中数学的重要内容, 由于它包含了很多知识而且较杂, 不同编者对教材的内容编写有所偏向, 因此笔者基于新课标理念运用内容分析法和定量分析法从内容编排、体例结构和巩固系统三方面对人教版(2019)、北师大版(2019)、苏教版(2019)三种教材中关于数列内容进行比较研究, 并对数列的教材编写提出建议, 以期为今后研读教材提供一定的参考。

## 关键词

数列, 教材比较, 综合难度模型, 编写建议

## A Comparative Study on Sequence of Number Contents of Different Versions of High School Mathematics Textbooks Based on the Concept of New Curriculum Standard

Liya Wang, Wen Du

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 8<sup>th</sup>, 2023; accepted: May 10<sup>th</sup>, 2023; published: May 18<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

Mathematics textbooks are a complete, systematic and scientific textbook that is carefully de-

signed and compiled according to the characteristics of students' physical and mental development, education and teaching principles, and the characteristics of mathematics disciplines. The comparative study of mathematics textbooks in the education sector is also a hot spot in mathematics education research that cannot be ignored. Sequence of number is an important content of high school mathematics, because it contains a lot of knowledge and is more complex, different editors have a bias towards the content of the textbook, so the author based on the concept of the new course standard uses the content analysis method and quantitative analysis method to compare and study the content of the number series in the three textbooks of Renjiao A (2019), Beijing Normal University (2019) and Su Jiao (2019) from the aspects of content arrangement, style structure and consolidation system, and makes suggestions for the compilation of the textbook of the sequence of number in order to provide some reference for future study of the textbook.

## Keywords

Sequence of Number, Textbook Comparison, Comprehensive Difficulty Model, Writing Suggestions

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 问题提出

人教 A 版(2019)、北师大版(2019)、苏教版(2019)高中数学教材都是依据《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(简称《课标 2017》)所编排,三者都把数列内容放在选修课程模块。数列作为一类特殊的离散函数,是数学中的一个重要课题,它不仅是研究其它函数的基础,而且在现实生活中也有很多应用。《课标 2017》中对于这个特殊函数是直接要求了解的知识点,对于这个知识点之前学生学习函数内容中没有提到,通过教材的学习能不能帮助学生用函数的思想方法研究数列,学生能否结合实例理解等差数列、等比数列的概念、性质和应用,学生能否建立数学模型刻画具有递推规律的事物从而提高解决实际问题的能力,都是教科书编写的重要之处。

教材是知识的载体,知识是否容易接受和吸收,如何将知识更好地传递给下一代,都与教材息息相关。人教 A 版(2019)、北师大版(2019)、苏教版(2019)高中数学教材在国内使用广泛,且各具特色,许多研究者对这三种教材的研究也有不同的视角和发现,说明教材中确实有许多值得我们去深挖的研究价值,本文通过对人教 A 版(2019)、北师大版(2019)、苏教版(2019)高中数学教材数列内容进行比较研究,总结出三种教材各自的特点,一方面为教材的选用和修订提供一些参考,从而使教材体系更加完善,使教材更好地服务于教学;另一方面对三种教材资源进行有效整合和利用,集它们之所长,提出教学建议,使教师能够更好地理解数学教材,结合学生的实际情况善用教材引导学生在学数列这一章节内容后培养数学核心素养并得到良好的数学发展。同时希望通过研读教材,了解编者的意图,使笔者对教材的理解得到进一步的提升。

## 2. 内容编排的比较

教材的内容结构是教材的骨架。人教 A 版(2019)将数列放在了选择性必修第二册第四章,分成了四节即数列的概念、等差数列、等比数列、数学归纳法,其中数学归纳法属于选学内容。北师大版(2019)将数列放在了选择性必修第二册第一章,分成了五节即数列的概念及其函数特性、等差数列、等比数列、

数列在日常经济生活中的应用、数学归纳法(选学)。苏教版(2019)将数列放在了选择性必修第一册第四章, 其分节与人教 A 版(2019)一致四节(见表 1)。

**Table 1.** Comparison of knowledge points of the three editions of the textbook

**表 1.** 三版教材知识点对比

知识点对比		
人教 A 版(2019)	北师大版(2019)	苏教版(2019)
4.1 数列的概念 阅读与思考斐波那契数列	§1 数列的概念及其函数特性 1.1 数列的概念 1.2 数列的函数特性 阅读材料斐波那契数列	4.1 数列
4.2 等差数列 4.2.1 等差数列的概念 4.2.2 等差数列的前 n 项和	§2 等差数列 2.1 等差数列的概念及其通项公式 2.2 等差数列的前 n 项和	4.2 等差数列 4.2.1 等差数列的概念 4.2.2 等差数列的通项公式 4.2.3 等差数列的前 n 项和
4.3 等比数列 4.3.1 等比数列的概念 4.3.2 等比数列的前 n 项和 阅读与思考中国古代数学家求 数列和的方法	§3 等比数列 3.1 等比数列的概念及其通项公式 3.2 等比数列的前 n 项和	4.3 等比数列 4.3.1 等比数列的概念 4.3.2 等比数列的通项公式 4.3.3 等比数列的前 n 项和
4.4 数学归纳法	§4 数列在日常经济生活中的应用	4.4 数学归纳法 阅读小孩子的“发现” 问题与探究数列的转化 阅读斐波那契数列
§5 数学归纳法		

通过知识点的对比可以直观地发现, 三版教材的数列部分所涉及的知识差异不大。首先在知识点的编排上有细微区别, 苏教版教材将等差数列和等比数列的通项公式分别作为单独的小节, 而人教 A 版教材将其分别并入等差数列和等比数列的概念中。其次, 北师大版着重强调了数列的函数特性并单独作为一小节列出, 而其他两版将只是简单穿插在概念学习中。另外, 人教 A 版更重视数学文化的渗透, 安排了两部分阅读与思考并列于目录, 坚持立德树人以人为本, 帮助学生树立数学文化观, 更具德育价值; 北师大版和苏教版更注重数学知识的应用性, 提升学生的数学素养, 正如史宁中教授在访谈中所概括: “用数学的眼光观察世界”、“用数学的思维分析世界”以及“用数学的语言表达世界” [1]。培养学生建模思想和应用意识, 提高学生解决实际问题的能力。

### 3. 体例结构的比较

三个版本的教材在知识结构的安排上比较相似(见图 1), 主要由引言、章节(正文、例题、习题、拓展)、小结、复习题四大板块组成。但由于各位编者对《课标 2017》理念的理解有所侧重, 因此在每个板块传递的教材思想风格也不同。

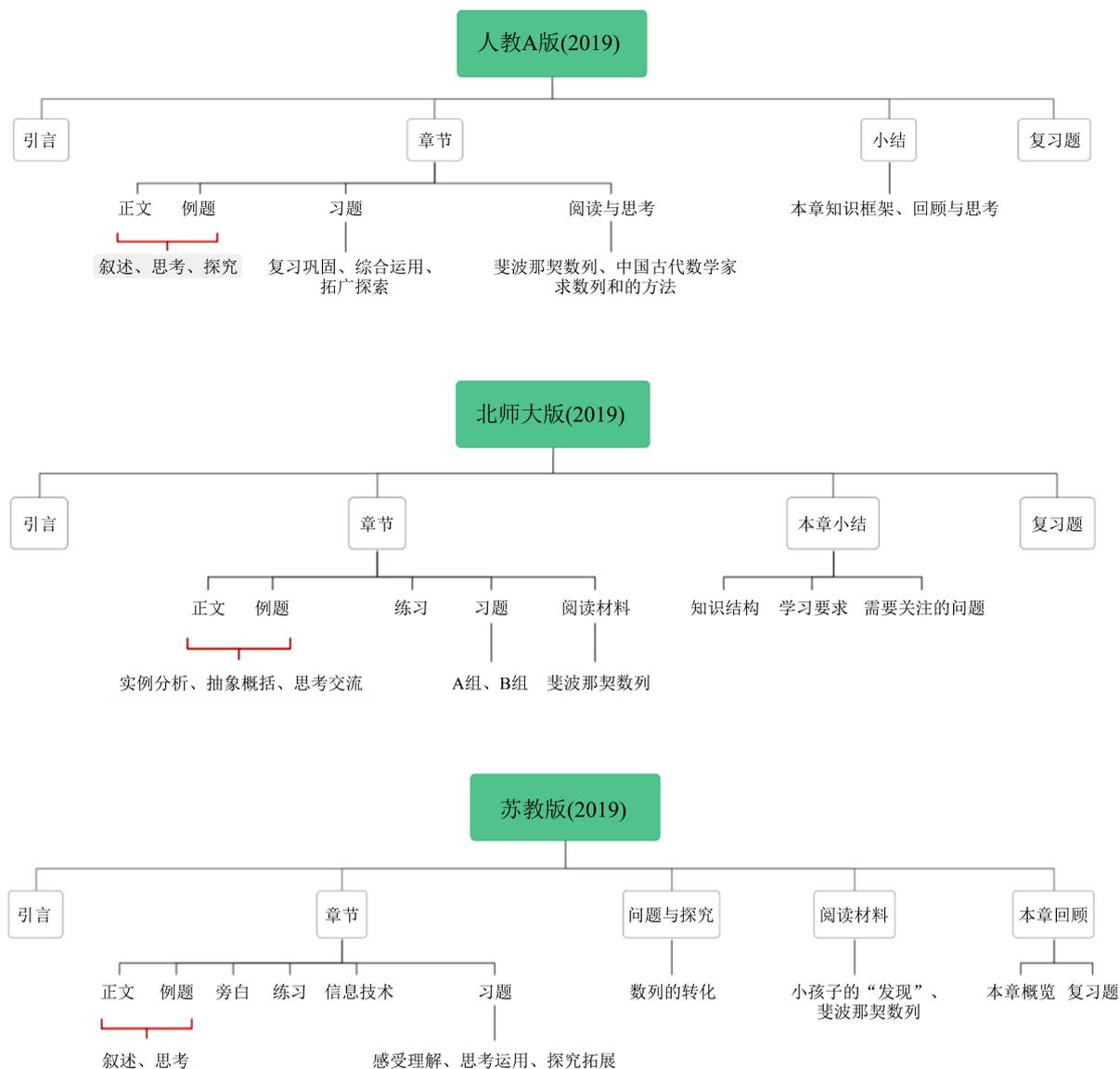


Figure 1. An overview of the knowledge structure of the three editions of the textbook

图 1. 三版教材知识结构总览

### 3.1. 学前引言的比较

章首语可以起到让学生了解学习数列的用途, 引起学生的好奇心、激发学生对问题的求知欲, 改变过去学生对学习数学是没用的看法。从三个版本教材的数列一章的章引言来看, 人教 A 版(2019)先指出对数列的研究源于现实生产、生活的需要, 并用每年记录树的高度测量值这一生活实例引出何为生活中的泛指的数列, 接着以严谨的数学概念定义数列是在正整数集上的一类离散函数进而简单表述数列在理论研究中也占有一定重要的地位, 最后告知学习者本章的主要学习内容并提出本章学习数列的过程方法建议。

北师大版(2019)则以科学史上的一个真实故事, 就是普鲁士天文学家提丢斯用数据推导太阳到行星距离的经验定律。他利用大量的数据, 并以精确的计算, 提出了这个经验定律, 从而使他成为当时最伟大的天文学家之一。这个故事不仅激发了学生对数学和科学的兴趣, 也使他们更加深入地了解提丢斯对数

据的规律发现和处理方法从而提丢斯对数据的规律发现和处理方法渗透数据整理和类推的思想方法, 最后简单提出学习者本章学习的模型探索过程和要培养数学运算、数学建模、逻辑推理等数学核心素养, 既体现了数学在其他领域应用的广泛性也充分体现该教材的新课程理念。

苏教版(2019)以狄尔曼名句隐性传递数学形式简单但内涵丰富的特征, 进而用自然界与数紧密结合的现象以发现树木每年枝丫数的规律的过程为例展示了对数据研究的大致思路, 然后提出怎样建立数学模型刻画类似现象从而能够解决哪些问题, 由此激发学生的探究兴趣, 带着问题开启这一章的学习。

### 3.2. 吸纳新知的比较

《课标 2017》要求了解数列是一种特殊的函数, 从这一角度发现这三版教材在《数列的概念》这节都是先举出大量实例, 引起学生思考归纳, 从而过渡到知识点的认识。人教 A 版在必修函数部分设置了一节《函数的表示方法》, 其中提到了解析法、图像法、列表法, 这为在学习数列这一部分内容时更好的了解接受数列的几种简单的表示方法, 提供了知识性的预备。北师大版(2019)将《数列的函数特性》单独设置一小节开门见山地指出可以把数列视作定义在正整数集(或其子集)上的函数, 然后通过观察 3 组数列图像得出一些规律, 分析其增减性, 再结合例题从整理数据、列表、制图、分析图像几个步骤加深学习者对函数的研究方法理解, 从而有助于学习者更好地理解数列是一种离散函数。苏教版(2019)也在必修内具体的设置了一节《函数的表示方法》, 将函数的几种常用表示方法也交待的比较清楚, 与数列的几种简单的表示方法呼应起来, 更体现了数列的函数思想, 相比人教 A 版(2019), 苏教版(2019)没有将函数图象也可以是离散的点的思想在练习中深刻地体现, 但在信息技术这一栏目利用 EXCEL、GGB 中绘制数列的图像可以更直观地体现将函数图象也可以是离散的点, 这就要求教师不要忽略信息技术这一栏目的指导。

《课标 2017》指出, 数学教学要紧密切联系学生的生活实际, 从学生的生活经验和已有知识出发, 创设生动有趣的情境[2]。数学的文化价值是指数学具有的审美和实用价值, 其中包括其在历史发展过程中所展现出的人文精神, 它涵盖了数学的本质、起源、历史以及在当下社会中所扮演的角色。数学文化价值也体现了它在科学技术方面的应用, 比如数学在计算机科学和信息技术方面的应用, 它能够有效地解决现实生活中出现的问题, 以及帮助人们更好地理解自然现象。人教 A 版(2019)将数学史的资料丰富进了学生的课本, 这对于学生的学习和教师的引导应该说是起到了一种导向的作用。北师大版(2019)和苏教版(2019)更偏重创设现实数学情境, 体现了《课标 2017》中学生的数学学习应当是现实、有意义、有挑战的这一理念。

### 3.3. 深化拓展的比较

拓展材料是教材的补充和延伸, 可以帮助学生更好地理解和掌握所学知识。它可以从不同的角度来描述同一个问题, 引导学生深入思考, 把复杂的知识变得更加容易理解。此外, 拓展材料还可以帮助学生拓展思路, 引导他们思考更多的问题, 并将这些问题和所学知识联系起来。而且, 拓展材料中包含了许多丰富的数学思想方法, 它们可以帮助学生更好地理解数学概念和规律。三个版本的教材在这一章都安排了阅读材料, 而且都有一篇关于斐波那契数列的阅读学习。众所周知, 斐波那契序列是一种非常漂亮、非常和谐的序列[3]。三版教材对其的介绍各有偏重, 人教 A 版(2019)对斐波那契数列的介绍主要从兔子繁殖问题开始结合推算表格的整理发现该数列的规律, 如果用  $F_n$  表示第  $n$  个月的兔子的总对数可以看出  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  ( $n > 2$ ), 很明显这是一个由递推公式给出的数列, 接着就斐波那契螺旋介绍了斐波那契数列有趣的性质, 并用树长新枝和向日葵螺旋等等自然界现象体现斐波那契数列的广泛应用性。此外人教 A 版(2019)再章节复习题中最后一道选做题是要求用数学归纳法证明斐波那契数列的通项公式。有

了阅读材料的兴趣指引, 可以促进学生数学学习。

北师大版(2019)对斐波那契数列的介绍是以树状图更加直观地表示兔子繁衍问题从而引出斐波那契数列的概念, 接着以严谨的语言直接介绍了斐波那契数列的两个性质即黄金比和整除性, 然后以自然界植物的生长和建筑学的角度借助图片的展示体现斐波那契数列的广泛应用性, 学生借助教材的阅读就能感受到数学在自然和生活中的美。

苏教版(2019)是站在学生的角度将兔子繁衍问题的研究过程交给学生, 学生根据阅读材料的研究方法也能轻易推出斐波那契数列, 而且在之后的树木长枝丫问题、蜜蜂爬蜂房路线问题、等角螺线问题都是可以提高学生的研究问题、解决问题的能力, 从而更好地培养学生的数学建模思想, 阅读不仅仅是用眼睛看能需要读者用脑子思考。

### 3.4. 回顾总结的比较

章节的结语是为全体学生使用的, 因为结语的功能在于呈现本章的“主干知识”和“内容结构”, 是每个学生都必须达到的基础性内容。三本教材都是用结构框图的形式来展现本章的知识结构和相互关系, 相对而言, 人教 A 版(2019)的结构框图比较详尽, 在“回顾与思考”中突出了《课标 2017》中要求的用函数的观点来看数列, 真正地把数列和函数联系起来, 北师大版(2019)在本章小结给出了学习要求和需要关注的问题, 有利于学生自评检测本章学习后的水平, 但对学生自主学习的能力要求较高, 如能先于学习让学生了解或许效果更好。

## 4. 巩固系统的比较

课后习题搭建起了学生、教师、教材之间有效对话的桥梁, 学生做习题可以检测自己对于该节教材知识的把握程度, 教师通过学生做题后的反馈可以更有针对性地指导学生处理重难点。笔者从习题层次和习题难度两方面对三版教材的巩固系统进行比较分析, 研究结果如下。

### 4.1. 习题的层次比较

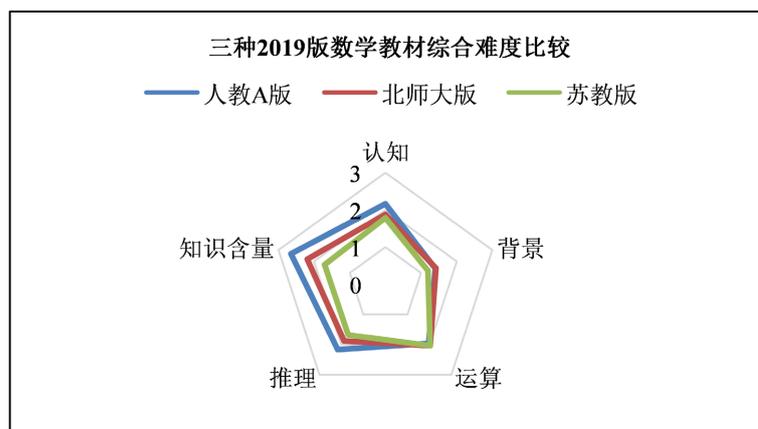
《课标 2017》指出要重视学生做数学的过程, 要充分发挥数学习题在学生评价中的作用。习题的类型应多样化, 例如常规练习, 开放性、探索性数学问题, 数学实验, 数学建模, 课题研究作业等, 对于学生更好理解数学和掌握数学是必要的。人教 A 版(2019)练习主要为例题的变式或加深, 注重知识拔高, 习题与复习题分为三个梯度: 复习巩固、综合运用、拓广探索, 有利于知识的过度, 总体安排得当有序, 体现了《课标 2017》中面向全体学生, 不同的人在数学上得到不同的发展。苏教版(2019)习题的层次明确, 按照“感受·理解、思考·应用、探究·拓展”三个层次来设置习题, 这对教师掌握习题的能力有很大帮助, 也对学生对自己的具体分层评价有所帮助, 特别是“探究·拓展”在培养学生探究意识、拓展学生的思维方面具有非常重要的作用, 这也与新课程所提倡的积极主动、勇于探索的学习方式相一致。北师大版(2019)重视在学习之后的练习与巩固, 每一节课都会安排一道习题, 将习题分为 A、B 两个部分, A 部分主要是对基础知识的练习, B 部分主要是对推广练习的深化, 复习题分 A、B、C 三组, 难度逐渐加深。

### 4.2. 习题的难度比较

鲍建生在比较中英两国的教育时提出了教材的综合难度模型[4]。贾随军、吕世虎、李保臻在鲍建生的综合难度模型上基于课例对其进行了微调[5]。在此笔者借助微调后的模型对三个版本教材中数列这一章节的课后习题(不包括课堂例题和练习)在每个难度因素中每一水平的习题数、比例和加权平均水平统计如下表 2, 从而绘制了雷达图(见图 2)方便更直观地进行三版教材的综合难度分析。

**Table 2.** Quantitative indicators of each difficulty factor in the third edition of the textbook  
**表 2.** 三版教材各难度因素的量化指标

三版教材各难度因素的量化指标										
难度因素	等级水平	课后习题量			百分比			加权平均		
		人教 A 版	北师大版	苏教版	人教 A 版	北师大版	苏教版	人教 A 版	北师大版	苏教版
认知	理解	12	21	48	21.05%	28.77%	42.86%			
	运用	24	40	40	42.11%	54.79%	35.71%	2.16	1.88	1.79
	分析	21	12	24	36.84%	16.44%	21.43%			
背景	无背景	34	42	91	59.65%	57.53%	81.25%	1.40	1.42	1.19
	有背景	23	31	21	40.35%	42.47%	18.75%			
运算	无运算	4	3	12	7.02%	4.11%	10.71%			
	数值运算	51	64	83	89.47%	87.67%	74.11%	1.96	2.04	2.04
	简单符号运算	2	6	17	3.51%	8.22%	15.18%			
推理	无推理	14	24	49	24.56%	32.88%	43.75%			
	简单推理	20	34	50	35.09%	46.57%	44.64%	2.16	1.88	1.68
	复杂推理	23	15	13	40.35%	20.55%	11.61%			
知识含量	1 个知识点	2	12	47	3.51%	16.44%	41.96%			
	2 个知识点	16	35	50	28.07%	47.95%	44.64%	2.65	2.19	1.71
	3 个及以上	39	26	15	68.42%	35.61%	13.40%			



**Figure 2.** Comparison of the comprehensive difficulty of the three editions of the textbook

**图 2.** 三版教材综合难度比较

上表数据显示,从习题(课后习题加复习题)数量来看,在数列这一章节人教 A 版(2019)设置了 57 道、北师大版(2019)设置了 73 道、苏教版(2019)设置了 112 道习题,苏教版(2019)的习题最多,显然可以看出江苏地区更注重学生基础数学知识的掌握和基本技能的训练,培养学生的数学运算能力。三个版本教材数列习题都以数值运算为主,从推理探究和从知识含量的角度看,人教 A 版(2019)相比较另外两版更难一些,虽然它的题量是三版中最少的,但习题更具有整体性和综合性,并不是单一巩固一个知识点更注重数学知识本身的观念。苏教版(2019)的无背景问题占太多,有背景问题太少,不利于在巩固过程中渗透数学学科思政。北师大版(2019)的习题难度介于另外两者之间。

## 5. 结论与编写建议

### 5.1. 结论

这三个版本教科书中数列内容都是以《课标 2017》为依据选择教学内容编写的,基本上都符合《课标 2017》关于该部分内容的要求。内容的容量大体上相同,但也存在一些差别,诸如对数列的函数特性的涉及,北师大版(2019)较多,苏教版(2019)次之,人教 A 版(2019)最少等差别。人教 A 版(2019)基于立德树人更注重数学史的熏陶,北师大版(2019)和苏教版(2019)更注重实际运用和培养数学核心素养。人教 A 版(2019)的习题相比较另外两版更难一些,习题更具有整体性和综合性,有利于学生对数列知识的整体把握。

### 5.2. 教材编写建议

#### 5.2.1. 在内容编排上应贴切数学本质

编者应考虑如何通过教材呈现数学本质,帮助学生将新旧知识联系起来,把握知识的本质属性,完善建构系统知识体系,在这一方面北师大版(2019)表现得很好值得学习。数列的本质是一种特殊的离散函数,这一内容不应该被一语带过,学生理解这一数列本质后有助于学生从函数的思想、方法去研究数列,通过类比初等基本函数可以更好地迁移到等差数列、等比数列的性质与前  $n$  项和推导当中,从而把数列建构到函数框架中以便之后的学习。

#### 5.2.2. 在体例结构上应注重以生为本

教材的编写应以生为本,教材不只是让学生看,教材是学生拿来用拿来学习的,应该体现实用性。在学前引言部分不管是章引言还是节引言,正文前的导入应能让学生提前了解所学知识的背景知识,引发学生的思考,为学生积极的学习起到预热作用。在吸纳新知部分应图文结合,创设分层的问题情境,三版教材在这一部分都体现出了是基础有差异的学生都有收获,除此之外,由于课时所限,此环节的训练应尽量减少,但尽量做到精细,注重对知识的拓展,避免浪费太多的时间。在深化拓展部分应与上一部分相连,发挥其教育价值功能,参考人教 A 版(2019)阅读与思考中《中国古代数学家求数列和的方法》不仅是前面等差数列和等比数列的前  $n$  项和公式推导的延续补充,也是渗透中国古代数学史的重要媒介。在回顾总结部分中应突出核心内容,知识结构框图可以设计为由学生自主绘制思维导图,从而有助于学生将知识进一步整理完善知识体系。

#### 5.2.3. 在巩固系统中应渗透数学思想方法

依据教材的分析,在数列学习过程中隐含着由特殊到一般的数学思想方法、函数思想和方程思想等数学思想方法,在巩固系统中渗透数学思想方法更能促使学生在练习中对思想方法的应用得到巩固和提升。在等差数列和等比数列中,通项公式  $a_n$  和前  $n$  项和公式  $S_n$  共涉及五个量:  $a_n$ ,  $S_n$ ,  $a_1$ ,  $n$ ,  $q$ , 在很多习题中可以用方程思想来解答“知三求二”的问题,即将已知的条件转化成关于这五个量的方程组从

而解出需要的结果。数列实际应用题常见的数学模型有储蓄复利公式、产值增长模型、病毒传染模型等, 学生分析数据运用数列的特征递推归纳建立模型的过程也是培养数学核心素养的过程。

### 参考文献

- [1] 谢先成. 基于核心素养的《普通高中数学课程标准(2017 年版)》解读——访数学课程标准修订组组长、东北师范大学原校长史宁中教授[J]. 教师教育论坛, 2018, 31(6): 4-7.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [3] 凌晓牧. 有趣的斐波那契数列[J]. 江苏教育学院学报(自然科学版), 2011, 27(5): 31-33.
- [4] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [5] 贾随军, 吕世虎, 李保臻. 中国与美国初中数学教材习题的个案比较——以“与三角形有关的角”为例[J]. 数学通报, 2014, 53(9): 17-23.