

2022年高考数学试卷中“函数”试题统计与评析

江一雄, 肖加清*, 胡宇宏

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年6月8日; 录用日期: 2023年8月1日; 发布日期: 2023年8月10日

摘要

从知识点分布、数学核心素养和综合难度3个维度对2022年新高考I卷、新高考II卷、全国甲卷(文、理)、全国乙卷(文、理)共六套数学试卷“函数”部分试题进行统计与评析, 梳理出2022年高考数学试卷中函数试题的特点, 并据此提出函数内容教学的策略和建议, 让学生多方面能力都得到充分发展。

关键词

高考数学试卷, 函数试题, 统计与评析

Statistics and Evaluation of “Function” Questions in the Mathematics Test Paper of 2022 College Entrance Examination

Yixiong Jiang, Jiaqing Xiao*, Yuhong Hu

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 8th, 2023; accepted: Aug. 1st, 2023; published: Aug. 10th, 2023

Abstract

From the three dimensions of knowledge point distribution, mathematics core literacy and comprehensive difficulty, this paper makes statistics and analysis on the “function” part of the six sets of mathematical examination papers of 2022 new college entrance examination I, New College Entrance Examination II, National Paper A (Liberal arts, science) and National Paper B (liberal arts, science), and sorts out the characteristics of the function questions in the mathematical examina-

*通讯作者。

tion papers of 2022 college entrance examination. Based on this, the author puts forward the strategy and suggestion of function content teaching, allowing students to fully develop their abilities in many aspects.

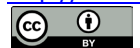
Keywords

College Entrance Examination Mathematics Test Paper, Function Test Questions, Statistics and Evaluation

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

《普通高中数学课程标准(2017年版 2020修订)》(以下简称“课标”)提出:函数是现代数学最基本的概念,是描述客观世界中变量关系和规律的最为基本的数学语言和工具,在解决实际问题中发挥重要作用[1]。自2014年新高考改革启动后,每一年都在发生变化,到2022年已经有21个省份加入新高考改革试点,函数作为贯穿高中数学课程的主线,考试中函数的考查要求、内容和形式以及考生群体和水平在新高考改革前后都会随之发生变化,所以研究高考数学试卷中函数试题对实际教学有一定的参考价值。

高考是基础教育和高等教育联结的纽带,它作为教学评价也反映了课程改革的进程,高考命题是高校进行人才选拔和数学学习评价最普遍、最权威的终结性测评工具,为学生成长、高校选才、社会公平都做出了突出贡献。课标指出高考命题应注重学生核心素养的考查,而知识考查是培养学生数学核心素养的基础,知识考查的范围影响综合难度的大小,数学核心素养统摄能力和知识,而试题的综合难度可以体现衡量数学知识考查的含量,并直接影响数学核心素养的考查水平,三个维度紧密关联,构成一个有机整体。此外,结合文献梳理,已有的研究鲜有针对2022年的多份高考数学试卷的横向比较评析。近年来,高考试卷中对函数的考查对学生数学思维和应用数学能力的培养至关重要,但函数内容形式比较复杂,需要学生对其综合应用,因此需要归纳出高考数学试卷中函数试题的特点。本文从知识点分布、数学核心素养和综合难度3个维度对2022年新高考I卷、新高考II卷、全国甲卷(文、理)、全国乙卷(文、理)共六套试卷函数部分试题进行统计评析,梳理出2022年高考数学试卷中函数试题的特点,从而提出函数部分教学相关教学策略,可以使学生更好掌握重难点,帮教师更好合理地分配时间,进行更具有针对性的教学,提高学生的学习效率,提升其核心素养。

2. 研究模型

本文采用鲍建生教授在《中英两国初中数学期望课程综合难度的比较》中的综合难度模型,主要把难度因素分为了:背景、探究、运算、推理、知识含量五个方面[2]。在此基础上,根据《中澳初中数学教科书习题情境的比较分析》中对情境的分类将背景进行进一步的细分,从五个方面对2022年高考试卷中函数部分习题进行分析[3],每个难度因素的具体划分水平如下表1。

Table 1. Level division of difficulty factors

表 1. 难度因素水平划分表

难度因素	赋值	情境	探究	运算	推理	知识含量
水平	1	无情境	识记	无运算	无推理	一个知识点

Continued

2	个人情境	理解	数值运算	简单推理	两个知识点
3	职业情境	探究	简单符号运算	复杂推理	三个知识点及以上
4	社会情境		复杂符号运算		
5	科学情境				
6	文化情境				

每一因素下的难度加权平均公式为 $d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n}$ ($\sum_j n_{ij} = n$; $i = 1, 2, 3, 4, 5$; $j = 1, 2, 3, \dots$) 其中, d_i 依次表示五个难度因素下的取值, d_{ij} 表示第 i 个难度因素下的第 j 个水平权重, n_{ij} 表示第 i 个难度因素下的第 j 个水平的题目数量。

3. 研究对象

新高考改革以来,我国高考存在着文理分卷与文理合卷两种形式的高考数学试卷,为探讨尚未改革的高考试卷与改革后的试卷的特点,本研究对兼具应用广泛性与代表性的2022年新高考I卷、新高考II卷、全国甲卷(文、理)、全国乙卷(文、理)共六套试卷作为研究对象。

4. 研究结果与分析

4.1. 知识点考查

在数学教育学领域,将数学的知识节点或知识条目称为“数学知识点”,包括数学概念、定义、命题、定理、性质、公式、法则、图形、方法和范例[4]。高考试题的考查最终的落脚点以考查知识点为主,因此可以分析每个知识点在题型中的分布,总结考试中出现的重难点,参考课标中相关知识点[4],结合2022年高考数学试卷44道试题中统计了6个一级知识点,具体如表2所示。

Table 2. Function question type distribution of 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 2. 2022 年高考数学试卷试题的函数题型分布

考查知识点	题型	选择题	填空题	解答题	总计
函数概念与性质		7	1	0	8
幂函数、指数函数、对数函数		1	2	0	3
三角函数		9	1	4	14
函数应用		0	0	0	0
一元函数导数及其应用		4	1	6	11
数列		4	1	4	9
合计		25	6	14	45

当前高考试题重点考查四基四能,由表2可知函数概念与性质、三角函数、一元函数导数及其应用、数列这几个知识点是高频考查点,函数概念与性质、幂函数、指数函数、对数函数基本出现在选填题,

且函数概念与性质考查的概率很高，而三角函数、一元函数导数及应用、数列这三部分的知识点分布较为均匀，三种题型都有涉及，说明这三个知识点是重点考查对象，且在统计过程中发现，解答题第一题和第二题大概率会考查三角函数和数列部分内容，一元函数导数及其应用与高等数学紧密联系，作为重点考查部分在最后压轴题出现。

4.2. 数学核心素养

课标中明确规定：“要较好地处理数学知识和核心素养的关系，并达成有机融合。”当前数学核心素养已经和四基四能融合在一起，在高考中有着充分体现。以函数为例，从体系结构和呈现方式两个方面解释了函数的知识运用体现了数学抽象、数学建模、数学运算等核心素养[5]。本文将以六大数学核心素养数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析为评价依据，来对函数试题进行统计和分析，具体见下表3。

Table 3. Distribution of mathematics core literacy of 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 3. 2022 年高考数学试卷试题的数学核心素养分布

核心素养	全国甲卷(理)	全国甲卷(文)	全国乙卷(理)	全国乙卷(文)	新高考 I 卷	新高考 II 卷	总计
数学抽象	6	6	5	6	8	8	39
逻辑推理	6	6	7	7	8	9	43
数学建模	3	2	2	1	5	4	17
数学运算	6	6	7	7	7	10	43
直观想象	4	3	4	4	6	5	26
数据分析	0	2	2	0	3	3	10

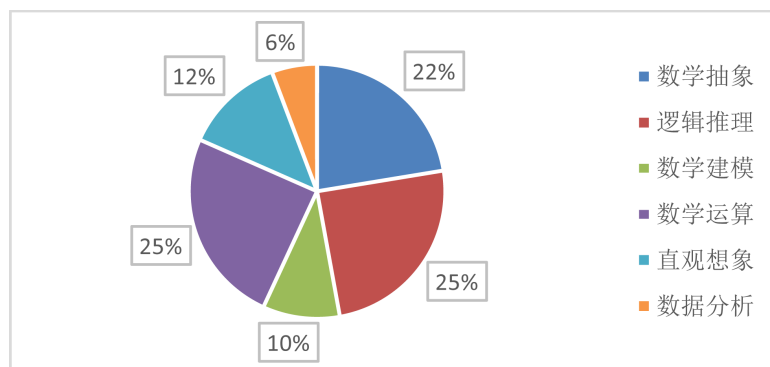


Figure 1. The proportion of “mathematics core literacy” in the mathematics test papers of 2022 college entrance examination

图 1. 2022 年高考数学试卷试题的“数学核心素养”占比

在学习每一个具体函数时都是按照一定的顺序展开，是描述实际生活中的数量关系和变换规律的模型，那么函数的概念及性质、函数的应用、函数的综合分别指向抽象能力、推理能力、几何直观、运算能力和模型思想等素养[6]。由表3可以看出，2022年高考数学试卷的函数考查部分都是以数学抽象、逻辑推理、数学运算、直观想象核心素养这些为主，其他两种也有所涉及，因此考查的核心素养较为全面，为了深入分析六大核心素养的占比情况，将数据分析汇总后，得到如图1所示。

由图1可以看出，高考数学试卷都涉及到数学核心素养的考查，其中数学抽象、逻辑推理、数学运

算占比较高且分布均匀,都在 20%~30%之间,数学建模和直观想象占比在 10%~15%之间,数据分析占比最少。通过对具体问题的解答分析,很多题目在解答过程中都运用了多种核心素养,尤其是在新高考 I 卷和新高考 II 卷中更多,与函数图像、性质及其综合应用的有关题目大都是如此,且基本上每一题都涉及到了数学运算和逻辑推理,这使得高考函数命题与课标高度吻合,一些问题需要通过数学建模才能对把复杂问题简化,进而找到突破口[7]。例如 2022 年新高考 II 卷第 22 题中,涉及到了大量运算和逻辑推理,对函数的图像及性质要做到灵活运用,且需要构造函数也就是数学建模,才能解决问题,大量的符号语言也体现了数学的高度抽象性。

4.3. 综合难度

试题的综合难度是高考质量评价的指标之一,对于试题难度的比较,采用鲍建生的综合难度模型,该模型可以很好的反应试题的综合难度水平。下面将从以下五个难度因素对高考数学试卷分别进行比较,并进一步利用综合难度模型进行整体分析。

4.3.1. 情境水平

Table 4. Distribution of situation level of “function” questions in 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 4. 2022 年高考数学试卷“函数”试题情境水平的分布情况

卷别	水平	无情境	个人情境	职业情境	社会情境	科学情境	文化情境
新高考 I 卷		8	0	0	0	0	0
新高考 II 卷		8	0	0	1	0	0
全国甲卷(理)		6	0	0	0	0	0
全国甲卷(文)		6	0	0	0	0	0
全国乙卷(理)		6	0	0	0	1	0
全国乙卷(文)		7	0	0	0	0	0

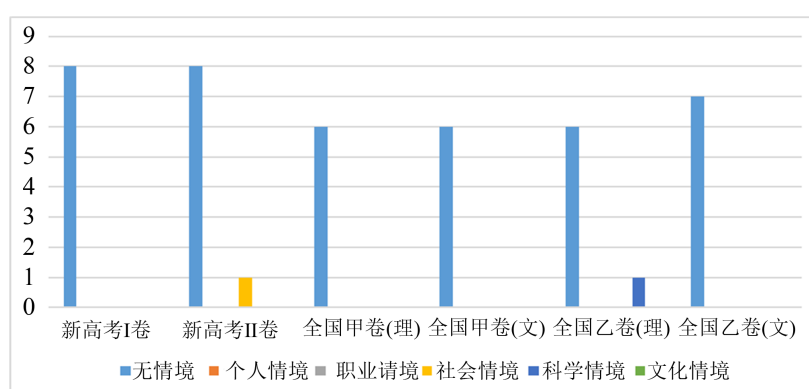


Figure 2. Comparison of “function” test situation level in 2022 college entrance examination mathematics test paper

图 2. 2022 年高考数学试卷“函数”试题情境水平的比较

结合表 4 和图 2 可知,大部分高考数学试卷的函数考查内容都不涉及到情境的设置,除了新高考 II 卷和全国乙卷(理科)分别设置了社会情境和科学情境。考虑到函数在解题过程中会涉及到逻辑推理、数学

运算、数学建模、数学抽象等多方面能力，因此为了减少学生的认知负荷，尽量没有设置多余情境，但是可能适当的加入情境会对学生的其他方面产生积极影响。

4.3.2. 探究水平

Table 5. Distribution of inquiry level of “function” question in 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 5. 2022 年高考数学试卷“函数”试题探究水平的分布情况

卷别 \ 水平	识记	理解	探究
新高考 I 卷	0	4	4
新高考 II 卷	1	5	3
全国甲卷(理)	0	3	3
全国甲卷(文)	0	4	2
全国乙卷(理)	0	2	5
全国乙卷(文)	0	4	3

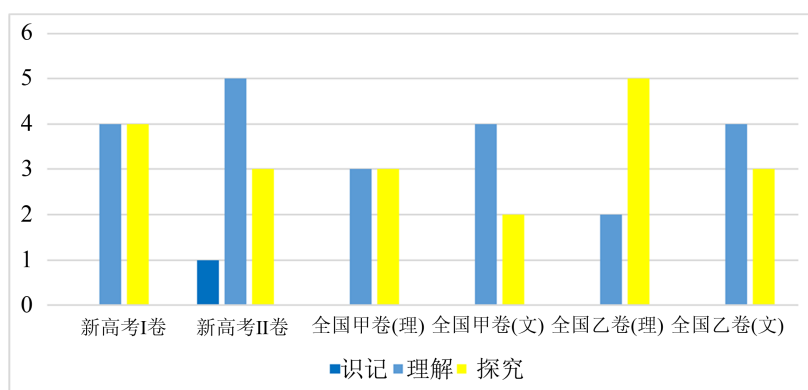


Figure 3. Comparison of inquiry level of “function” question in 2022 college entrance examination mathematics test paper

图 3. 2022 年高考数学试卷“函数”试题探究水平的比较

结合表 5 和图 3 可知，函数内容的考查基本上都是需要理解后再加以运用的，也就是积极主动地对数学知识进行构建再运用，还有一些需要自己挖掘新的解题思路，去探究新的方法。需要自己总结或挖掘解题思路的探究性问题一般集中在解答题，包括数列、三角函数、一元函数导数及其应用这些知识点，有的时候也会出现在选择题或填空题中。因此，学生在学习函数部分内容时一定不能停留在知识表面，要培养学生学会灵活运用知识点才能从容地解题。

4.3.3. 运算水平

结合表 6 和图 4 可知，新高考 I 卷和全国乙卷(理)函数试题的复杂符号运算题最多，主要因为选填题出现了需要大量运算的题，且大题比其他试卷多一道函数类型试题，而值得注意的是新高考 II 卷简单符号运算相对较多，使得其函数部分试题整体难度会适当降低。简单符号运算主要集中在选填题，解答题基本上都属于复杂符号运算，且一元函数导数及其应用在解答题中出现时需要大量的符号语言的推导才能得出结论，需要学生对函数的概念、性质、图像等多方面都准确把握，三角函数的相关运算有时候涉及到图像或者实际应用题时也很复杂，学生平时就需要多训练类似题型才能准确把握其考点，从而减少一定的运算量。

Table 6. Distribution of operation level of “function” question in 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 6. 2022 年高考数学试卷“函数”试题运算水平的分布情况

卷别 \ 水平	无运算	数值运算	简单符号运算	复杂符号运算
新高考 I 卷	0	0	2	6
新高考 II 卷	0	0	6	3
全国甲卷(理)	0	0	3	3
全国甲卷(文)	0	0	4	2
全国乙卷(理)	0	0	2	5
全国乙卷(文)	0	0	4	3

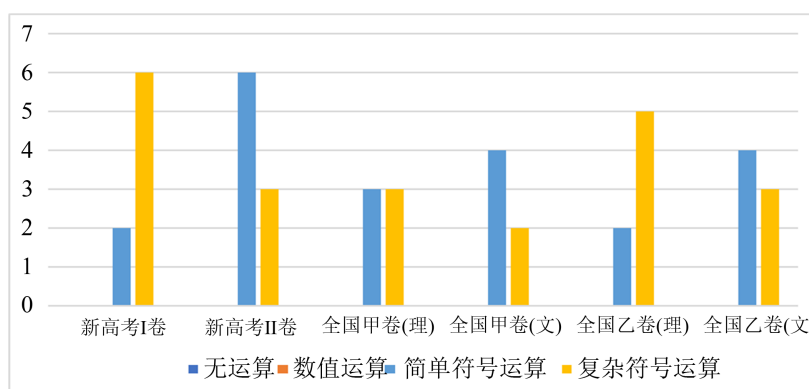


Figure 4. Comparison of operation level of “function” question in 2022 college entrance examination mathematics test paper

图 4. 2022 年高考数学试卷“函数”试题运算水上的比较

4.3.4. 推理水平

Table 7. Distribution of reasoning level of “function” questions in 2022 college entrance examination mathematics test paper
表 7. 2022 年高考数学试卷“函数”试题推理水平的分布情况

卷别 \ 水平	无推理	简单推理	复杂推理
新高考 I 卷	0	2	6
新高考 II 卷	0	5	4
全国甲卷(理)	0	3	3
全国甲卷(文)	0	4	2
全国乙卷(理)	0	2	5
全国乙卷(文)	0	4	3

结合表 7 和图 5 可知，所有函数类型问题都需要一定的推理过程才能解决，新高考 II 卷的简单推理类型题是最多的，且其运算量不算复杂，简单推理题数量从大到小依次是全国甲卷(文)、全国乙卷(文)、

全国甲卷(理), 最后是新高考卷。而新高考 I 卷明显复杂推理的比其他几套卷要多, 其次为全国乙卷(理), 其他四份试卷整体上差异不大。

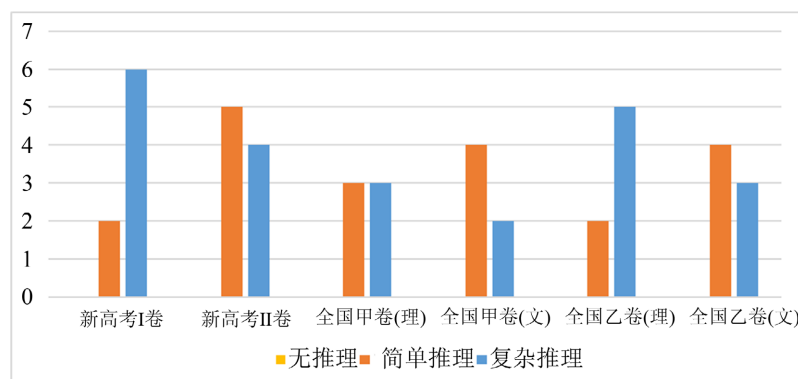


Figure 5. Comparison of reasoning level of “function” questions in 2022 college entrance examination mathematics test paper

图 5. 2022 年高考数学试卷“函数”试题推理水平的比较

4.3.5. 知识含量水平

Table 8. Distribution of knowledge synthesis degree of “function” question in 2022 college entrance examination mathematics test paper

表 8. 2022 年高考数学试卷“函数”试题知识综合程度的分布情况

卷别 \ 水平	一个知识点	两个知识点	三个知识点及以上
新高考 I 卷	1	1	6
新高考 II 卷	2	4	3
全国甲卷(理)	2	1	3
全国甲卷(文)	2	1	3
全国乙卷(理)	2	0	5
全国乙卷(文)	2	2	3

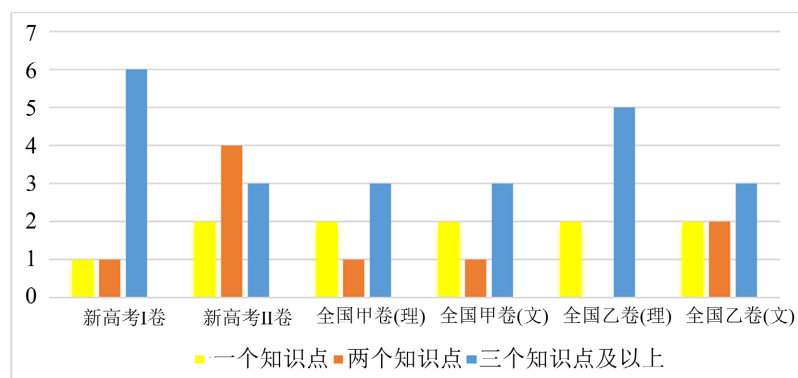


Figure 6. Comparison of knowledge synthesis degree of “function” test in 2022 college entrance examination mathematics test paper

图 6. 2022 年高考数学试卷“函数”试题知识综合程度的比较

结合表 8 和图 6 可知,新高考 I 卷涉及三个知识点及以上的题目量是最多的,其次是全国乙卷(理),其他 4 套试卷并列,这个也是与推理水平和运算水平的趋势相对应的。涉及到一个知识点的题量基本相近,两个知识点的新高考 II 卷略多一些。

4.3.6. 综合难度水平

根据五个难度因素对高考数学试卷进行比较的基础上,为进一步考察综合难度水平,对每套卷属于各个难度因素的不同水平的题目数进行了统计,并利用公式求出各因素的加权平均数,所得结果见表 9:

Table 9. Weighted average of each difficulty factor in the “function” question of the 2022 college entrance examination mathematics test paper

表 9. 2022 年高考数学试卷“函数”试题各难度因素加权平均

卷别 \ 难度因素	情境	探究	运算	推理	知识含量
新高考 I 卷	1	2.5	3.75	2.75	2.63
新高考 II 卷	1.33	2.22	3.33	2.44	2.11
全国甲卷(理)	1	2.5	3.5	2.5	2.17
全国甲卷(文)	1	2.33	3.33	2.33	2.17
全国乙卷(理)	1.57	2.71	3.71	2.71	2.43
全国乙卷(文)	1	2.43	3.43	2.43	2.14

由此便得到反映 6 套高考试卷综合难度的五边形模型,见下面图 7:

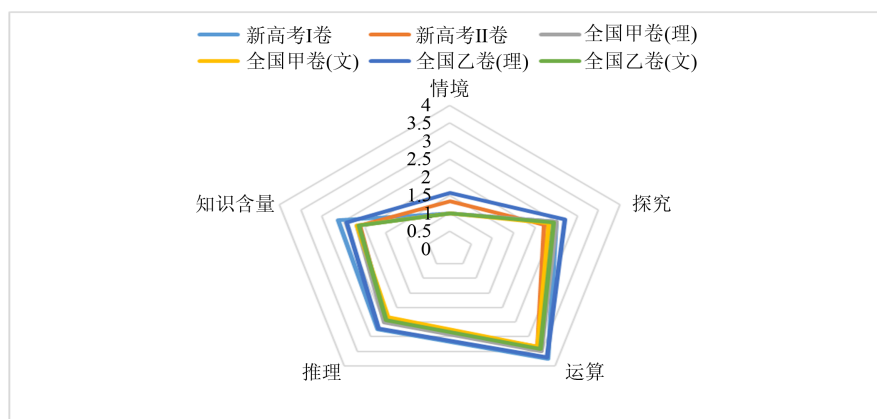


Figure 7. Comparison of the comprehensive difficulty of “function” in the mathematics test paper of 2022 college entrance examination

图 7. 2022 年高考数学试卷“函数”试题综合难度的比较

从图 7 中可以看出,在知识含量、推理、运算、探究水平这些影响因素上差异不大,说明高考试卷在函数部分的出题方式保持高度一致,但在情境水平上有着细微差异。2022 年高考数学试卷的运算难度明显高于其他难度因素,说明高考试题侧重对数学运算能力的考查,总的来说,试卷都考查了学生的多方面能力,这与我国近些年来加强落实四基四能有着明显的关联,且大多函数类型题都涉及到了多种核心素养,这也证明了我国培养综合素质的高层次人才的教育战略是深入落实的。

5. 思考与建议

5.1. 注重数学核心素养考查的均衡性

经过比较研究,发现 2022 年高考试卷对六大核心素养考查的深度、广度有待提高,应保持均衡。试卷对于数据分析、数学建模和直观想象考查的权重较低,尤其是数据分析涉及到的特别少,而其他几种素养考查相对较多,可能是考虑到考试时间和学生的实际发挥能力的因素。但当前社会飞速发展,对高素质人才提出了新的要求,对数学建模和数据分析在创新思维方面起着无比重要的作用,因此需要重视对数学建模和数据分析的考查,提升核心素养考查的均衡性。

5.2. 注重情境的设计并加强知识的运用

经过比较发现,六套试卷中只有新高考 II 卷和全国乙卷(理)有情境的设计,情境的设置对于学生的其他素质可能产生积极影响。例如全国乙卷(理科)的第 4 题,加入了中国科技元素,加深了学生对中国科技的认可,培养他们的爱国情怀。例如新高考 II 卷的第 3 题,只需要运用等差数列的性质就能求解,虽然题目本身文字叙述较长,但带有社会生活元素,与生活实际相贴切,学生会深入体会到数学应用的广泛性。

5.3. 提高课标与命题的吻合程度

课标中提出:“要了解等差数列与一元一次函数、等比数列与指数函数的联系,感受数列与函数的共性与差异,体会数学的整体性[1]”,还提出要运用一元函数导数研究函数再解决一些实际问题。但通过比较发现,在高考试卷题型范围内,数列与函数大部分情况下是分开考查的,且考查一元函数导数时基本没有联系实际。因此,要加强课标和高考命题的契合程度,使其充分发挥评价作用。

5.4. 教学注重联系实际

在函数教学过程中,教师也应该注重培养学生数学建模的能力,多设置一些探究性问题让学生自己思考并尝试解决。课标中提出:“精选课程内容,处理好数学学科核心素养与知识技能之间的关系,强调数学与生活以及其他学科的联系,提升学生应用数学解决实际问题的能力,同时注重数学文化的渗透[1]。”因此,数学知识在实际生活中的运用也很重要,教师一般可以通过多设置问题情境来让学生体会到数学知识的内涵,这些情境可以多贴近身边的人和事,多挖掘一些具有人文气息和时代气息的素材,帮助学生感受到数学的多方面价值。

基金项目

黄冈师范学院 2023 年研究生工作站课题“SOLO 分类理论下高中生数学问题解决能力的测评体系研究——以黄州中学为例”(5032023021)的研究成果。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [3] 朱琛, 唐恒钧, 徐元根. 中澳初中数学教科书习题情境的比较分析——以“统计与概率”领域为例[J]. 现代中小学教育, 2018, 34(1): 91-95.
- [4] 李卫玲, 杨丽丽. 高考理科数学全国卷中“三角函数”试题分析——以 2015-2019 年高考试题为例[J]. 数学教学研究, 2020, 39(5): 52-57.

-
- [5] 陈莉红, 刘洪居, 曹经富. 关注新变化聚焦核心素养——2022 年中考“函数”专题命题分析[J]. 中国数学教育, 2023(5): 36-49.
- [6] 王嵘. 以函数为例谈数学知识与数学素养的有机融合[J]. 数学通报, 2019, 58(5): 18-22.
- [7] 潘冬丽. 数学建模视角下对 2022 年高考卷剖析[J]. 数理化解题研究, 2022(25): 73-77.