

高等数学教学中创造力的培养

徐志洁^{1*}, 张健钦²

¹北京建筑大学理学院, 北京

²北京建筑大学测绘与城市空间信息学院, 北京

收稿日期: 2023年7月26日; 录用日期: 2023年9月4日; 发布日期: 2023年9月12日

摘要

创造力和探索精神的培养是数学素质教育的一个重要任务。高等数学作为高等院校的一门重要的基础理论课程, 它不仅传授数学基础知识和技能, 为后继课程和专业学科提供理论基础和计算工具, 更是思维能力和创造力培养的重要载体。在高等数学教学中, 应努力开发学生的智力, 抽象思维和逻辑推理能力, 更要加强对学生丰富的想象力和创造力的培养。文章在多年教学经验的基础上, 结合具体教学实践, 探讨高等数学教学过程中培养学生创新能力的具体措施和实施途径。

关键词

高等数学, 创造力, 创新思维

The Development of Creativity in the Teaching of Higher Mathematics

Zhijie Xu^{1*}, Jianqin Zhang²

¹School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing

²School of Surveying and Urban Spatial Information, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing

Received: Jul. 26th, 2023; accepted: Sep. 4th, 2023; published: Sep. 12th, 2023

Abstract

The cultivation of creativity and exploratory spirit is an important task of quality education in mathematics. As an important basic theoretical course in colleges and universities, higher mathematics not only teaches basic mathematical knowledge and skills, provides theoretical founda-

*通讯作者。

tion and computational tools for subsequent courses and professional disciplines, but also is an important carrier for the cultivation of thinking ability and creativity. In the teaching of higher mathematics, efforts should be made to develop students' intelligence, abstract thinking and logical reasoning ability, and more importantly, to strengthen the cultivation of students' rich imagination and creativity. In this paper, based on years of teaching experience, combined with specific teaching practice, we explore the specific measures and implementation methods for cultivating students' innovative ability in the teaching process of higher mathematics.

Keywords

Higher Mathematics, Creativity, Innovative Thinking

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着全球科技变革的不断推进,党和国家事业的发展对人才的需要,比以往任何时候都更为迫切。习近平同北京师范大学师生代表座谈时的讲话中深刻指出,“‘两个一百年’奋斗目标的实现、中华民族伟大复兴中国梦的实现,归根到底靠人才、靠教育。源源不断的人才资源是我国在激烈的国际竞争中的重要潜在力量和后发优势”[1]。我国中长期教育改革和发展规划纲要(2010~2020)明确要求高校要“着力培养本领过硬的高素质专门人才和拔尖创新人才”,应“着力提高学生的学习能力,实践能力,创新能力”[2]。2017年,中共中央办公厅、国务院办公厅印发的《关于深化教育体制机制改革的意见》明确指出要“培养创新能力,激发学生好奇心、想象力和创新思维,养成创新人格,鼓励学生勇于探索、大胆尝试、创新创造”[3]。上述文件表明了人才的重要性,也为人才培养指明了方向。因此,努力探索和开展创造性教育,培育具有创造力的拔尖人才,培养堪当民族复兴重任的社会主义事业建设者和接班人,日益成为广大教育工作者肩负的重要责任和艰巨使命。目前,培养创造性思维已经成为素质教育的一个研究热点,我们可以这样理解创造性思维:它是大脑皮层区域不断地恢复联系和形成联系的过程,它是感知、记忆、思考、联想、理解等能力为基础,以综合性、探索性和求新性为特点的心智活动[4]。因此,创造性思维常常表现在思考问题的突破常规和新颖独特上。创造性思维是创造性的核心,它的形成与发展除了受先天遗传因素的影响,主要还受后天环境和教育因素的影响,正常人经过培养可以具备较强的创造性思维,培养创造性思维对个人和社会都有积极的影响。学校教育在培养学生的创造性思维方面具有重要的作用。从高等数学教育的角度看,目前,我们的数学教学重视数学基础知识、基本方法和技能的传授,突出数学的理论基础和计算工具的作用,但是难以满足现代化国际竞争中所需的创新人才的培养要求。一直以来的教师传授知识为主的教育模式和固有的教学内容和教学设计禁锢了学生的思维,使学生缺乏探索精神和丰富的想象力和创造力。我们应为学生提供宽松、自由的学习环境,鼓励学生进行创造和想象,积极进行教学改革,以学生为中心,发挥学生的主观能动性,激发学生的好奇心、求知欲和学习兴趣,进而培养创造性思维和创造力。

2. 高等数学教学中创造力的认识

在高等数学教学过程中培养学生的创新能力,必须正确认识数学与创造力的关系,这是以高等数学

为载体培养学生的创新思维的基础。数学创造力是数学能力中一种核心的能力, 数学创造力的培养是数学素质教育的一个重要任务。但是, 通常人们并不认为数学是一门创造性的学科, 不仅如此, 很多人认为数学与创造性学科恰好相反, 数学需要的是记住和掌握一套固定的规则, 它强调思维的有序性、纪律性和逻辑性, 如果一个人偏离了这种期望的数学学习方式, 他就会面临失败的风险。在这种观点下, 创造力似乎与数学不符。而事实上, 数学是最富有创造性的学科, 数学家们能够提出新的概念, 制定自己的规则, 并在他们所创造的数学世界中自由地探索[5]。而且, 当我们考虑各种可能性, 探索新的方向, 制定我们自己的解决方案, 这样解决问题的过程本身就充满了创意。

作为高校数学教师, 要让学生意识到、体会到数学中的创造性, 这除了让学生对数学学科有一个更准确的认识之外, 在高等数学课堂上更关注数学的创造性, 有利于增强学生的学习动机和兴趣。

3. 高等数学教学中培养创新能力的策略

培养学生的创新能力是高等数学教学的一项重要能力目标, 为了实现这一目标, 在高等数学教学过程中对学生进行创新教育, 我们可以采取以下措施和途径。

3.1. 增强学生对数学创造的敏感度

创造性往往会使一个学科更吸引人、更生动, 也就更受学生欢迎。高等数学与初等数学在内容和方法上都有很大的不同, 高等数学更贴近实际应用, 也更能体现探索性的特点[6]。在高等数学的课程中, 让学生感受数学的创造性并形成对数学的积极的学习态度尤为重要。培养学生的创新能力要增强学生对于数学创造的敏感度。教师在教学内容的设计上要着重体现出数学创造性, 注重对学生创新能力的培养。著名物理学家费曼曾经说过, 凡是我不能创造的, 我就还不理解。在高等数学教学过程中, 让学生了解数学概念、定理、方法的创造过程, 不仅能使学生透彻地理解数学中的理论, 对于增强学生对数学创造的敏感度, 进而提高创新能力具有重要意义。

教师在讲授概念性内容和原理时, 应注重发现式教学法的运用, 以学生为主体, 创设问题情境, 使学生积极思考, 主动探究科学知识和问题的解决办法, 发现事物的内在联系和规律, 找出隐藏在实例中的事物的本质, 形成相应的概念。教师要帮助学生形成一种能够独立探究的情景, 引导学生由实例形成概念, 并启发学生体会数学创造的过程和其中所蕴含的数学思想。例如, 在导数概念的教学中, 教师应把教学重点放在引导学生深入分析变速直线运动的瞬时速度和曲线上一点处的切线的斜率这两个问题上, 运用极限的思想分析处理匀速与变速的关系和割线与切线的关系, 给出解决问题的相应的数学表达式, 进而通过对比、抽象和归纳, 提出导数的定义。通过这一过程, 学生不仅能深入理解概念的定义, 也了解了概念的创造过程。教师在讲授概念性内容时多重重复以上类似过程, 学生对数学创造的敏感度就逐渐增强了, 在分析问题、解决问题时的创造能力也就得到了培养和提升。

在讲授极限运算法则、导数运算法则等法则性内容时, 教师要通过具体问题使学生感受到使用现有的定义去解决问题是很繁琐的, 甚至是很困难的, 因此需要另辟蹊径, 从而启发并引导学生建立并证明法则, 在解决一般问题时使用它们。例如, 要证明对于任意多项式函数 P 和任意 $a \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow a} P(x) = P(a)$ 。其一, 我们不能对每一个多项式都用定义做一次证明; 其二, 即使是对于一个具体的多项式, 使用定义去证明其极限也是繁琐的。由此, 教师鼓励学生去探索解决问题的一般方法, 引导学生证明基本极限和极限运算法则, 在之后一般的计算和证明题中使用它们。这种动机式教学过程, 激发了学生的探索和思考积极性, 使学生体会到数学的创造性, 学生的创造力和创新思维从而得到提高。

3.2. 将数学建模思想融入高等数学教学

相比于初等数学, 高等数学具有更强的应用性。该课程除了为学生学习专业基础课乃至专业课提供

必要的基本概念、理论、计算方法等基础知识外, 还应有效地引导学生学以致用, 开拓思维, 综合运用所学知识去分析问题和解决问题, 培养丰富的想象力和创造力, 提高综合素质, 为学生后续发展奠定良好的能力基础, 使学生成长为合格的创新人才。

数学建模就是将数学知识应用于实际中, 通过构建数学模型来解决实际问题。具体来说, 数学建模指对现实世界的某一特定对象, 根据给定的条件, 为了特定的目的, 做出一些必要的简化和假设, 运用适当的数学工具得到一个数学结构, 用它来解释特定现象的现实性态, 预测对象的未来状况, 提供处理对象的优化决策和控制, 设计满足某种需要的产品等, 数学知识的这一应用过程称为数学建模。因此, 数学建模本身就是一个创造性的思维过程, 对于培养学生的创新思维 and 实践能力, 提高学生的数学素质都具有重要的作用。建模思想是指将现实世界的问题或情境抽象化, 并用数学、逻辑或其他符号化的方式来表达和解决问题的能力。创造力是指独创性的、有创意的思维能力, 能够产生新颖、有价值的想法或解决方案。培养建模思想可以有效地促进创造力的发展[7]。建模思想的核心在于通过对问题的分析和抽象, 找出规律和模式, 从而将复杂的问题简化为可解决的数学或逻辑形式。这种抽象和逻辑推理的过程能够培养人们思维的灵活性和抽象思维能力, 使其能够更加自如地运用知识来解决新的问题。而创造力则需要从已有的知识和经验出发, 进行跳跃性的思维, 寻找新的连接和可能性[8]。因此, 建模思想培养了人们思考问题的方式, 为创造力的发展提供了坚实的基础。在当今的信息化时代, 高等教育要培养具有创新能力的高科技的应用型人才, 要充分重视并发挥数学建模的作用, 除了开设数学建模必修课或选修课, 我们更应将数学建模融入教育过程, 将数学建模思想渗透到我们的课程中。通过实例, 引导学生对问题进行抽象, 启发学生运用所学知识, 建立数学模型, 并对模型进行求解。例如, 在讲授“导数与微分”这一章中的“相关变化率”这一节内容时, 给学生提出如下问题:

一架在 10 公里高空水平飞行的飞机经过雷达站正上方。稍后, 雷达站测量飞机与雷达站之间的距离是 20 公里, 并以 1000 公里/小时的速度增加。试求飞机的速度是多少?

首先, 引导学生对问题进行简化和抽象, 引入 h 表示飞机的高度, x 和 z 依赖于时间 t , 分别表示飞机距雷达站的水平距离和直线距离(见图 1), 则问题简化为: 已知 $h = 10\text{km}$ 、 $z = 20\text{km}$ 和 $\frac{dz}{dt} = 1000\text{km/h}$,

求 $\frac{dx}{dt}$ 。

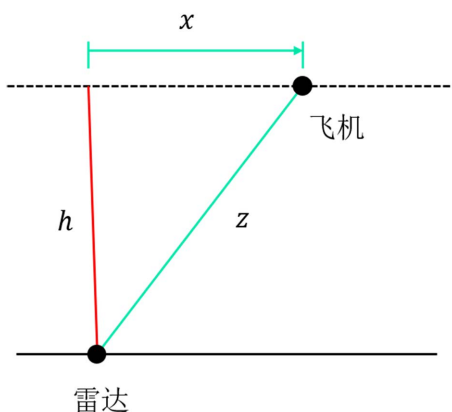


Figure 1. Schematic of an aircraft flying over a radar station
图 1. 飞机经雷达站上方飞行示意图

启发学生利用勾股定理建立数学模型:

$$z^2 = x^2 + h^2$$

并用导数相关知识对问题进行求解:

$$\frac{d}{dt} z^2 = \frac{d}{dt} [x^2 + h^2]$$

$$2z \frac{dz}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{z}{x} \frac{dz}{dt} = \frac{20km}{\sqrt{20^2 - 10^2} km} 1000km/h = \frac{2000}{\sqrt{3}} km/h$$

在这一过程中, 学生的主体地位得到充分的体现, 创新能力得到锻炼, 也体会了将数学知识应用于解决实际问题的乐趣, 激发了学习兴趣, 促进了创新思维的发展。

3.3. 设计开放式问题

开放式问题是与封闭式问题相对而言的, 如果针对该问题事先确定一个并且只有一个正确答案, 我们称这类问题为封闭式问题, 而开放性问题是指条件或结论至少有一个不确定的问题。开放式问题的特点是条件不完备、结论不确定、解法不固定, 需要通过观察、比较、分析、抽象、概括, 甚至猜想, 得出答案。高等教育必须注重提高学生的创新能力和增强学生的数学素质, 因此, 非常有必要在教学过程中引入开放式问题或给学生布置一些开放式问题的作业, 让学生在数学课上或课下能通过解决问题来体验创造力, 并进一步了解和体会在研究中探索多种途径时的创造性自由。例如, 在生活、工程或物理应用中, 我们都能见到哪些函数? 中值定理是一个非常重要的定理, 它的重要性体现在什么方面? 用中值定理可以证明什么结论? 总结常用的坐标系, 说明如何选择坐标系并确定坐标轴的方向, 可以用具体实例进行说明, 如求保龄球的重心; 确定受洋流影响的潜水艇的速度; 计算锥形水箱中的压力; 求流经输油管的油量; 确定制作一个足球所需的皮革量等。一阶微分方程的应用, 用一阶微分方程可以描述哪些具体的变化过程? 这些问题通常围绕课程中的一个或几个知识点展开, 学生以前没有经历过, 教师为学生设计提出这些问题, 鼓励学生进行探索、合作、交流, 形成自己的答案, 并就自己的解答和总结进行演示。这个过程不但有助于学生深入理解课堂所学知识, 而且有利于学生自主深入发掘课程中的知识点与实际应用的联系, 激发学习热情, 增强创新能力。学生在面对这些开放式问题, 进行探索时, 自身的学习习惯、学习方法、独立思考能力也能得到很大的促进。

4. 结束语

在当今时代, 高素质人才和创新拔尖人才是国家发展和民族复兴的重要需求。广大教育工作者应以开发学生的创新思维, 培养学生的创新能力作为工作的重要目标。在高等数学教学过程中, 不仅要让学生掌握基本概念、理论、方法等基础知识, 更要有意识地对学生进行创新教育, 增强学生对数学创造的敏感度, 通过在教学中融入数学建模的思想和设计开放式问题等途径, 着力培养学生的创造力。多年的探索与实践表明, 创造力是可以被培养和发展的。创造力的培养显著提高了学生的思维灵活性和问题解决能力, 激发了学生的独立思考和创新精神。通过改变教学方式, 设计富有挑战性的问题, 提供充分的自主学习空间, 学生在数学知识的理解和应用上有了显著的提升。学生的学习成绩, 特别是创新性任务的完成情况有了显著的提高。他们的抽象思维和逻辑推理能力也得到了提高, 在面对新问题时, 显示出了更强的自信心和解决问题的能力。即使是教学中的微小变化, 也会对学生产生巨大的影响, 要进一步深化教育教学改革, 促进学生的全面发展, 全面提高人才培养质量, 为国家培养更多、更好的创新型人才。

参考文献

- [1] 中华人民共和国中央人民政府. 习近平: 做党和人民满意的好老师——同北京师范大学师生代表座谈时的讲话 [EB/OL]. https://www.gov.cn/xinwen/2014-09/10/content_2747765.htm, 2014-09-09.
- [2] 中华人民共和国中央人民政府. 国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020年) [EB/OL]. https://www.gov.cn/jrzq/2010-07/29/content_1667143.htm, 2010-07-29.
- [3] 中华人民共和国中央人民政府. 中共中央办公厅国务院办公厅印发《关于深化教育体制机制改革的意见》 [EB/OL]. https://www.gov.cn/xinwen/2017-09/24/content_5227267.htm, 2017-09-24.
- [4] 张丽华, 白学军. 创造性思维研究概述[J]. 教育科学, 2006, 22(5): 86-89.
- [5] Mayes-Tang, S. (2019) Designing Opportunities for Mathematical Creativity: Three Ways to Modify an Existing Course. PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 30, 1-11. <https://doi.org/10.1080/10511970.2019.1566184>
- [6] 李辉. 高等数学教学中数学建模的应用[J]. 辽宁师专学报: 自然科学版, 2015, 17(2): 8-9, 19.
- [7] 魏志渊, 毛一平, 杨启帆, 等. 加强数学建模课程建设, 促进高校教学改革[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33(5): 120-122.
- [8] 李大潜. 将数学建模思想融入数学类主干课程[J]. 中国大学教学, 2006(1): 9-11.