

# An Analytical Method of Inter-Harmonic Detection

Fanguo Li<sup>1</sup>, Fengcai Fang<sup>2</sup>, Yihong He<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Information Engineering, Wuyi University, Jiangmen Guangdong

<sup>2</sup>College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi Teachers Education University, Nanning Guangxi

Email: [lfg\\_0804@sina.cn](mailto:lfg_0804@sina.cn)

Received: May 9<sup>th</sup>, 2015; accepted: May 23<sup>rd</sup>, 2015; published: May 27<sup>th</sup>, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

A method of inter-harmonic detection is presented based on wavelet transform after the sampled signal modulated by specific function and the structure of the signal frequency have been changed. The methods based on MALLAT algorithm of wavelet multiresolution have a high frequency resolution in the low-frequency band. Then, the inter-harmonics component is calculated by the DC component which is separated out from modulated signal by the methods. The simulation results show that the method can accurately detect harmonics and inter-harmonics.

## Keywords

Wavelet Transform, Signal Modulation, DC Signal, Inter-Harmonic Detection

---

# 一种间谐波检测方法的研究

李方果<sup>1</sup>, 方凤才<sup>2</sup>, 何益宏<sup>1</sup>

<sup>1</sup>五邑大学信息工程学院, 广东 江门

<sup>2</sup>广西师范学院物理与电子工程学院, 广西 南宁

Email: [lfg\\_0804@sina.cn](mailto:lfg_0804@sina.cn)

收稿日期: 2015年5月9日; 录用日期: 2015年5月23日; 发布日期: 2015年5月27日

## 摘要

在小波变换对间谐波检测的基础上, 特定函数对采样信号调制后, 改变信号的频率结构, 利用基于MATLLAT算法的小波多分辨分析在低频段具有高频率分辨率特点, 分离出信号调制后信号的直流分量用于计算间谐波分量。经过MATLAB仿真验证, 该方法能够准确检测谐波和间谐波分量。

## 关键词

小波变换, 信号调制, 直流信号, 间谐波检测

## 1. 引言

谐波和间谐波测量是谐波问题的一个重要分支, 也是分析和治理谐波问题的出发点和主要依据[1]。随着电力电子技术的日益发展, 以及非线性负荷的接入, 在给电网注入谐波的同时, 也注入了大量间谐波。间谐波的存在带来电网波形过零点偏移和闪变等新的问题, 其高精度的检测越来越受到学者们的关注。目前对间谐波的检测方法主要有: 快速傅里叶变换法、Prony 方法、改进型支持向量机(SVM)算法和小波变换法等[2] [3]。傅里叶要求分析窗宽度为各个频率信号周期的公倍数, 才可得到精确的信号频谱, Prony 方法对噪声比较敏感需要先进行降噪[4], 改进型支持向量机(SVM)算法改进的是利用函数拟合来检测间谐波, 能准确地检测出电力系统间谐波的频率, 但是检测范围和精度都受预设模型影响, 而且在小样本条件下幅值误差较大。由于小波变换具有时-频窗口可以自适应变化的特点, 不但可以分析稳态信号, 也可以分析非平稳信号的优点, 已经成为电力系统谐波检测中新的研究方向[5]-[9]。

基于 Mallat 算法的小波多分辨分析将信号按一定的尺度进行划分, 不同频率的信号被划分到不同的频段中, 然后对各子频段进行重构, 从而分离出各频段谐波信息。Mallat 算法对信号频带划分并不是均匀的, 而是高频部分宽而低频部分窄, 所以在信号的多分辨率分析中, 信号的低频部分能够得到精确的分解, 但高频段频率相近的谐波分量难以分离[5]-[10]。

本文在对信号进行小波变换之前, 利用正弦和余弦函数对信号调制得到调制后的信号, 改变了信号的频率结构, 调制后的信号包含直流分量和其他频率分量两部分, 而我们需要信号包含在直流分量中, 然后再利用基于 Mallat 的多分辨分析提取调制后信号的直流分量, 滤除其他频率分量, 相比直接利用小波变换对原始信号处理, 这样能够很好的利用多分辨分析中低频频率分辨率高, 并且经过调制后分离出的直流分量, 能够直接用于计算对应的谐波和间谐波幅值相位。经过 MATLAB 实例仿真验证, 该方法在解决小波变换在高频段频率分辨率低缺点下, 能够准确检测谐波和间谐波分量。

## 2. 基于小波变换的谐波检测算法

### 2.1. 基于 Mallat 的多分辨率分析

基于 MATLAB 快速算法的谐波提取方法是目前应用较为广泛的谐波检测方法。其基本原理如下[11]: 分解算法为

$$a_{j+1}(n) = \sum_k h(k-2n)a_j(k) \quad (1)$$

$$d_{j+1}(n) = \sum_k g(k-2n)a_j(k) \quad (2)$$

$h$  和  $g$  分别是选定小波基函数以及尺度函数所生成的低通和高通滤波器。 $a_j(n)$  称为离散逼近信号，它描述了信号的低频部分信息， $d_j(n)$  称为离散细节信号，它描述了信号的高频部分信息。

而重构公式为

$$a_j(n) = \sum_k h(n-2k)a_{j+1}(k) + \sum_k g(n-2k)d_{j+1}(k) \quad (3)$$

小波函数和尺度函数之间存在如下关系

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_k h(k)\phi(2x-k) \quad (4)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_k g(k)\phi(2x-k) \quad (5)$$

小波的多分辨率分析将信号按一定的尺度进行划分，不同频率的信号被划分到不同的频段中，然后对各子频段进行重构，从而分离出各频段谐波(如图 1)。

## 2.2. 谐波检测分析

设电流信号为  $i(t)$ ，如式中

$$i(t) = \sum_{k=1}^M I_k \sin(2\pi f_k t + \theta_k) \quad (6)$$

式中  $I_k$ 、 $f_k$  和  $\theta_k$  分别表示谐波幅值、频率和相位角， $M$  是最高次谐波阶数。

设  $g_a(t) = i(t)\cos(2\pi f_h t)$ ， $g_b(t) = i(t)\sin(2\pi f_h t)$ ，其中

$$\sin(2\pi f_k t + \theta_k)\cos(2\pi f_h t) = \frac{1}{2} \left\{ \sin[2\pi(f_k + f_h)t + \theta_k] + \sin[2\pi(f_k - f_h)t + \theta_k] \right\} \quad (7)$$

$$\sin(2\pi f_k t + \theta_k)\sin(2\pi f_h t) = \frac{1}{2} \left\{ \cos[2\pi(f_k - f_h)t + \theta_k] - \cos[2\pi(f_k + f_h)t + \theta_k] \right\} \quad (8)$$

当  $f_k = f_h$  时，整理式(3-2)和式(3-3)，得到

$$g_a(t) = \frac{1}{2} I_h \sin(\theta_k) + \frac{1}{2} I_k \sum_{k=1, k \neq h}^M \left\{ \sin[2\pi(f_k + f_h)t + \theta_k] + \sin[2\pi(f_k - f_h)t + \theta_k] \right\} \quad (9)$$

$$g_b(t) = \frac{1}{2} I_h \cos(\theta_k) + \frac{1}{2} I_k \sum_{k=1, k \neq h}^M \left\{ \cos[2\pi(f_k - f_h)t + \theta_k] - \cos[2\pi(f_k + f_h)t + \theta_k] \right\} \quad (10)$$

从式(9)中可以看出调制后信号包含直流分量  $0.5I_h \sin(\theta_k)$  和其他频率分量，式(10)中可以看出调制后信号包含直流分量  $0.5I_h \cos(\theta_k)$  和其他频率分量，传统的 fourier 变换实际上是对调制后信号  $g_a(t)$ ， $g_b(t)$  进行周期内的积分，如式

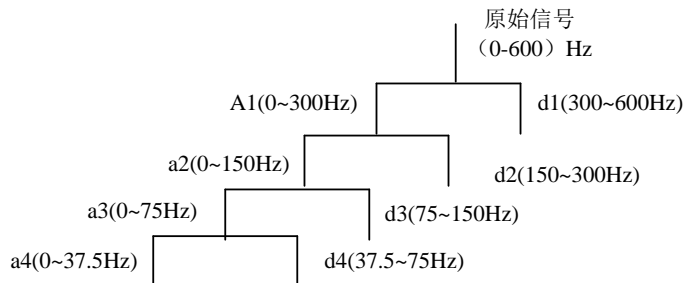


Figure 1. Exploded view of the multi-resolution analysis  
图 1. 多分辨率分析分解示意图

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (11)$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (12)$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (13)$$

式中  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ，而谐波的幅值与相位信息可以由  $a_n$ 、 $b_n$  计算得到，而积分的作用是保留了需要检测的频率分量信息，其他频率分量经过周期内的积分后都被消除了，这样做的好处是能够准确的得到各次谐波分量信息，然而由于积分的存在，使得信号缺乏时域信息，并且因为必须是在周期内的积分才能消除调制后除直流分量外的其他频率分量，当信号所含频率分量除了含信号基波频率整数倍外，还有其他非整数倍频率时，即间谐波，在周期内积分使 Fourier 难以检测含间谐波信号，并且丢失了信号的时域信息。

前面介绍了基于 Mallat 的多分辨率分析能够对信号进行有效的分频，然后利用基于 Mallat 的多分辨率分析对调制后的信号进行分频，得到调制后信号的直流分量。那么对  $I_k$  计算可以转化为对  $g_a(t)$  的直流分量  $0.5I_h \sin(\theta_k)$ ， $g_b(t)$  的直流分量  $0.5I_h \cos(\theta_k)$  的提取，这样利用小波变换频带划分，提取的直流分量不但保留了时域信息，而且还能检测含间谐波信号，电力系统电网侧谐波参数  $I_k$  的计算如式(14)。

$$I_k = 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}I_k \sin(\theta_k)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}I_k \cos(\theta_k)\right)^2} \quad (14)$$

相位角

$$\theta_k = \arctan \left( \frac{\frac{1}{2}I_k \sin(\theta_k)}{\frac{1}{2}I_k \cos(\theta_k)} \right) \quad (15)$$

### 3. 电网的间谐波仿真分析

假定信号为

$$f(t) = I_1 \sin(2\pi f_1 t) + I_2 \sin(2\pi f_2 t + \pi/3) + I_3 \sin(2\pi f_3 t + \pi/4) \quad (16)$$

频率  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  分别取 50Hz、175.5Hz、450Hz，对应的幅值分别为  $I_1 = 1$ 、 $I_2 = 0.5$ 、 $I_3 = 0.3$ ，其中 50 Hz 为基波分量，450 Hz 为 9 次谐波分量，175.5 Hz 为信号所含的间谐波成份。

采用 2.2 对信号的分析方法，将需要检测的频率调制后，转换为对调制后信号直流分量的检测，然后利用基于 Mallat 算法的多分辨率分析，选用 db44 小波基函数小波变换的滤波器基本组件。

设  $g_a(t) = f(t) \cos(2\pi f_h t)$ ， $g_b(t) = f(t) \sin(2\pi f_h t)$ ，当  $f_h = 175.5$  Hz 时

按照式(9)和式(10)可知调制后的信号  $g_a(t)$  和  $g_b(t)$  中包含的频率成份  $175.5 \pm 50$  Hz， $175.5 \pm 175.5$  Hz、 $450 \pm 175.5$  Hz，并且我们需要的信息就是调制后信号的直流分量，即  $g_a(t)$  中的  $0.5I_2 \sin(\pi/3)$  和  $g_b(t)$  中的  $0.5I_2 \cos(\pi/3)$ ，然后利用基于 Mallat 算法的多分辨率分析将  $g_a(t)$  中的  $0.5I_2 \sin(\pi/3)$  和  $g_b(t)$  中的  $0.5I_2 \cos(\pi/3)$  从  $g_a(t)$  和  $g_b(t)$  提取出来。信号的 175.5 Hz 的谐波分量幅值和相位计算如式(14)和式(15)。

在进行谐波分析时，以采样频率 1200 Hz 对信号进行采样，并取 1024 个采样数据点为一组进行谐波分析。根据采样定律，能检测到的最大频率为 600 Hz。按照式(17)确定分解层数

$$L = \log_2 \left( \frac{f_s}{2W_b} \right) \quad (17)$$

式中  $f_s$  和  $W_b$  分别是采样频率和最低频率分辨率, 从电网谐波分析中可以知道信号调制后得到的调制信号  $g_a(t)$ ,  $g_b(t)$  所含的最低频率为 125.5 Hz, 为了分离直流分量, 最低频带宽度必须低于 125.5 Hz, 为了减少频带混叠的影响, 这里选择  $W_b = 75$  Hz, 故分解层数为 3 层。

对信号分别作余弦和正弦调制后得到的如图 3(a)和图 4(a)所示, 原始信号如图 2 所示。用基于 Mallat 算法的多分辨分析对调制后的信号分解, 得到的各层逼近部分如图 3(b)和图 4(b), 因为采样频率为 1200 Hz, 信号调制后所含的最低频率是 125.5 Hz, 而我们需要的是调制后信号的直流分量, 故分解后我们需要的直流分量在逼近部分的 a3 中, 这一点也可以在图 1 中得到, 因为 a3 所含的频率范围是 0~75 Hz, d3 所含的频率范围是 75~150 Hz, 125.5 Hz 的频率分量在 d4 中, 125.5 是信号调制后所含的最低频率, 其他更高的频率分量更加不会出现在 a3 中, 但从图 3(b)和图 4(b)的 a3 所示波形并不是一条直线, 这是因为小波变换存在的频率混叠造成的, 而且 MATLAB 的小波变换工具对信号分解前会对信号做一个周期延拓的预处理, 这也就是为什么 a3 两边会有一些波动, 并不是理论上的直流分量, 为了减少这种误差, 本文对图 3(b)和图 4(b)中 a3 所示的含少了其它非直流分量做均值处理, 得到图 3(b)中 a3 的均值为 0.2173, 图 4(b)中 a3 的均值为 0.1249, 故 175.5 Hz 出信号的谐波分量幅值为 0.5013, 相位为  $60.1138^\circ$ 。

其它频率分量的检测方法类似, 检测结果如表 1。

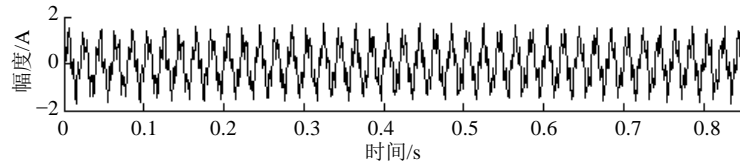


Figure 2. Originally signal  
图 2. 原始信号

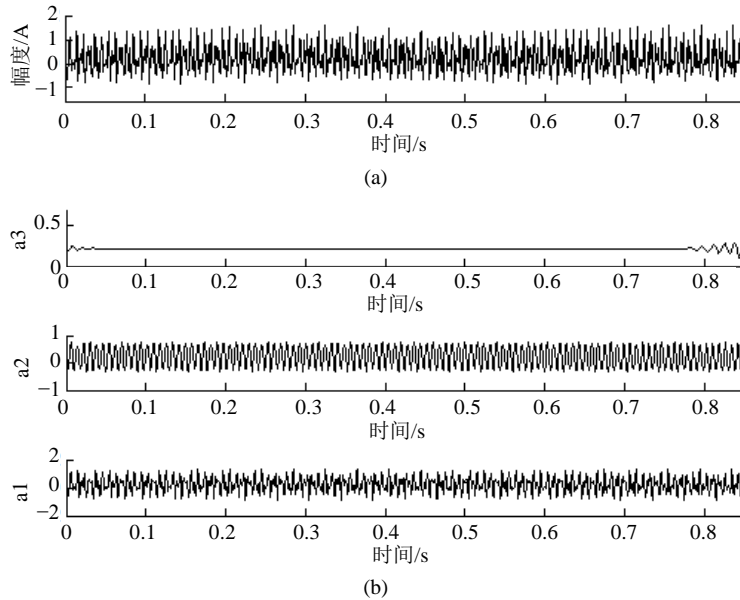


Figure 3. (a) After the signal is modulated by the cosine; (b) Modulated by a cosine signal layers approximation section  
图 3. (a) 信号经余弦调制后; b) 信号经余弦调制后的各层逼近部分

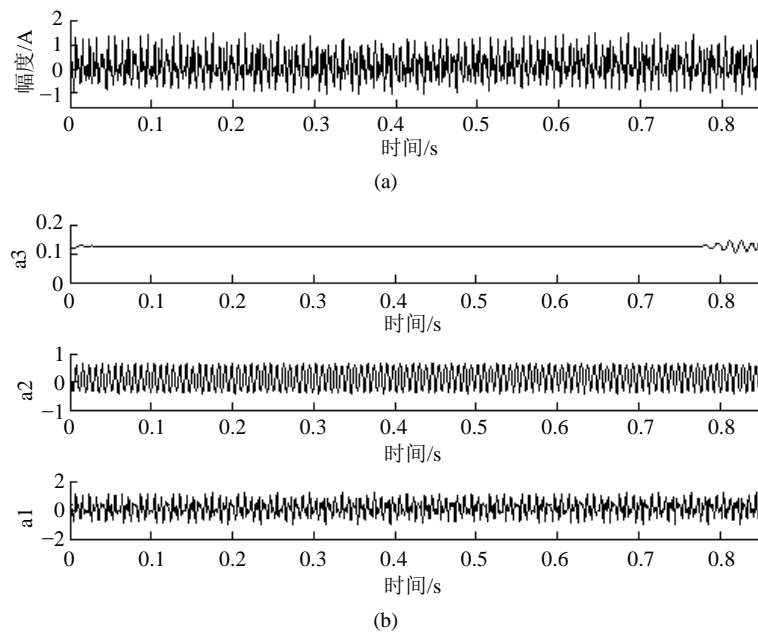


Figure 4. (a) After the signal is modulated by the sinusoidal; (b) Modulated by a sinusoidal signal layers approximation section  
 图 4. (a) 信号经正弦调制后; (b) 信号经正弦调制后的各层逼近部分

Table 1. Harmonic component test results  
 表 1. 谐波分量检测结果

频率	幅值			相位		
	真实值	测量值	误差	真实值	测量值	误差
$f_1 = 50 \text{ Hz}$	1	0.9983	0.0117	$0^\circ$	$0.2137^\circ$	0.2137°
$f_2 = 175.5 \text{ Hz}$	0.5	0.5013	0.0013	$60^\circ$	$60.1138^\circ$	0.1138°
$f_3 = 450 \text{ Hz}$	0.3	0.3013	0.0013	$45^\circ$	$45.0799^\circ$	0.0799°

## 4. 结论

本文利用小波变换频率划分能力,利用正弦和余弦函数对原始信号调制,改变原始信号的频率结构,再利用基于 Mallat 的多分辨分析提取调制后信号的直流分量,用于计算原始信号对应的谐波分量幅值与相位。利用基于 Mallat 的多分辨分析在低频分辨率高优点,避免多个频率分量被划分在同一个频段内,降低了采样要求,并不需要采样整周期数据。由于小波变换的频率混叠现象,使得在计算时存在一定的误差,所以今后工作需要提出更好的方法消除或抑制频率混叠,或找到一种更好的调制函数,使得需要检测的谐波分量调制低频段,而其他不需要的频率分量则远离这一频段,这样也能很好的减少频率混叠的影响。随着小波变换的不断发展和完善,小波变换在谐波检测分析的优势会越来越明显。

## 参考文献 (References)

- [1] 王兆安, 杨君, 刘进军, 等 (1998) 谐波抑制和无功补偿. 机械工业出版社, 北京.
- [2] 崔晓荣, 王军, 曹林, 草太强, 王汇灵 (2012) 电力系统间谐波检测方法现状与发展趋势. 电测与仪表, **557**, 6-10.
- [3] 曹健, 林涛, 张蔓, 刘林 (2008) 电力系统间谐波检测方法. 高电压技术, **8**, 1745-1750.

- [4] 丁屹峰, 程浩忠, 孙毅斌, 等 (2005) 基于小波变换和 Prony 算法的间谐波参数辨识. *上海交通大学学报*, **12**, 2083-2087.
- [5] Pham, V.L. and Wong, K.P. (1999) Wavelet-transform based on algorithm for harmonic analysis of power system waveforms. *IEE Proceedings—Generation, Transmission and Distribution*, **3**, 249-254.
- [6] Heydt, G.T. and Galli, A.W. (1997) Transient power quality problems analyzed using wavelets. *IEEE Transactions on Power Delivery*, **2**, 908-915.
- [7] Ribeiro, P.F. (2009) Time-varying waveform distortions in power systems. Wiley-IEEE Press, Hoboken.
- [8] 曾瑞江, 杨震斌, 柳慧超 (2012) 基于小波变换的电力系统谐波检测方法研究. *电力系统保护与控制*, **15**, 35-39.
- [9] 周龙华, 付青, 余世杰, 李湘峰 (2010) 基于小波变换的谐波检测技术. *电力系统自动化*, **1**, 80-85.
- [10] 熊杰锋, 李群, 袁晓冬, 陈兵, 杨志超, 王柏林 (2013) 电力系统谐波和间谐波检测方法综述. *电力系统自动化*, **11**, 125-131
- [11] 邸继征 (2009) 小波分析原理. 科学出版社, 北京.