

基于BESO的产品结构拓扑优化设计方法研究

朱虹羽*, 吴 珏, 黄 涛, 余铭丰

浙江理工大学, 艺术与设计学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年8月1日; 录用日期: 2023年9月9日; 发布日期: 2023年9月15日

摘 要

本文提供了一种在产品结构设计实践中提高设计效率、结构稳定性的设计流程。产品结构在整个产品设计中扮演着不可替代的重要角色, 但是传统的结构设计大都依赖设计者的经验和感觉, 缺乏科学性和准确性, 导致产品结构性能很难实现最优; 同时在产品外观设计(形)与产品结构设计(力)方面也存在矛盾。然而随着计算机辅助设计相关技术的飞速发展, 使得更多可能得以实现。本研究以电动行李箱外骨骼结构为例, 借助AI绘图工具Disco Diffusion以及拓扑优化BESO对其进行外观结构协同创新设计, 通过有限元法验证了该设计流程的有效性。结果表明, 该设计流程可以提供更多参考的同时, 提高产品结构设计的科学性, 实现结构设计过程智能化。

关键词

计算机辅助设计, 结构设计, 拓扑优化, 人工智能, 工业设计

Research on Product Structure Topology Optimization Design Method Based on BESO

Hongyu Zhu*, Jue Wu, Tao Huang, Mingfeng Yu

School of Art and Design, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang

Received: Aug. 1st, 2023; accepted: Sep. 9th, 2023; published: Sep. 15th, 2023

Abstract

This paper provides a design process to improve design efficiency, structural stability, and give designers more reference possibilities in product structure design practice. Product structure plays an irreplaceable and important role in the whole product design, but most of the traditional structural design relies on the designer's experience and feeling, lacks science and accuracy, so there are various uncertainties in the design process, making the product structure performance difficult to achieve optimization; At the same time, there are also contradictions in product design (shape) and product structure design (force). However, with the rapid development of computer-aided design related technologies, more possibilities have been made. Taking the exoskeleton

*通讯作者。

structure of electric luggage as an example, we design its appearance structure collaboratively and innovatively with the help of AI drawing tool Disco Diffusion and topology optimization BESO. The results show that the design process can provide more references, improve the scientific design of product structure, and realize the intelligent structure design process.

Keywords

Computational Aided Design, Structural Design, Topology Optimization, Artificial Intelligence, Industrial Design

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 前言

随着经济全球化进程的加速,产品创新成为业务增长和市场竞争背后的驱动力。产品结构设计不仅影响产品的外观,还影响产品整个的力学性能,更加合理的材料分布结构,可以提高产品力学性能的同时减少材料的使用。然而,在传统产品结构设计中大都依赖设计者的经验和感觉,缺乏科学性和准确性,同时也未能从消费者需求的角度去考虑产品结构设计创新,难以在产品外观设计(形)和产品结构(力)之间找到合理平衡点,导致了结构设计周期长,无法更好的契合消费者需求等众多问题。因此,在计算辅助设计技术日益成熟的今天,急需一种多技术协同和整体的设计方法,以解决当前社会需求下产品结构设计问题。

目前学者对于产品结构的研究,主要聚焦在桥梁建筑、航天航空、机械工程等领域。在过去的三十年中,已经开发了几种拓扑优化法方法来解决结构优化设计问题:均匀化法[1]、密度法[2] [3]、渐进法[4],这些优化方法被广泛应用于多个领域。文献中介绍了 ESO 方法在桥梁结构设计中的应用,在设计问题中利用几何约束来产生各种结构优美和高效的设计,并揭示其在更广泛应用中的潜力[5]。在他们的工作中,强调多个解决方案的重要性,提出了生成对建筑师更有用的多样化和有竞争力的结构设计技术,将载荷和支撑条件作为附加设计变量,以提高结构性能[6],Ding Wen BAO 等人[7]出了一种基于 BESO (双向渐进结构优化)的寻形和机器人制造优化方法的工作流程,可以方便地在优化过程之前预测或控制结构优化的方法。针对复杂连接工件结构设计,Hamed Seifi, Yi Min Xie 等人[8],基于 BESO 来优化其工件,来达到结构高效、优雅,最终使用增材制造取代焊接、锻造和铸造连接,并验证了合理性。Jiaming Ma, Zhi Li 等人[9]在家具结构设计实践中开发了一个高效的跨学科工作流程,其中结合了计算机图形学、拓扑优化和先进制造,用于探索最先进家具设计生产方式。2015年,Livid Iacob Scurtu [10]利用拓扑优化软件 HyperWorks 对墙上托架和一种家具三向连接件进行了优化,认为拓扑优化在家具减重以及节约成本等方面具有重要的意义。

除了拓扑结构优化外,学者们还做了一些结构方面的研究。Chih-Hsing Chu, Yuan-Ping Luh 等人[11]提出了一种基于 CAD 的方法,通过改变零件组合、选择装配方法和重新排列顺序来自动改变 3D 产品结构,从而降低组装、拆卸成本,同时符合规定的回收率。Jerzy Smardzewski, Robert Klos [12]开发适用于办公室和家庭家具坐具座椅结构的辅助压缩弹簧的数据模型,确定了最适合休息和工作的家具座椅的功能性结构。然而数字化时代背景下结构形态设计越趋复杂化,设计师无论是用力学原理进行优化形态还是运用力学知识塑造设计,都会陷入产品外观与结构设计两个层面的沟通和合作的问题;同时各种结构优化方法在产品领域研究较少,因此在工业设计产品结构领域缺乏一个科学高效的设计流程,找到产品设计中的“形”与“力”合适的平衡点。

本研究的研究目标：首先以一个电动行李箱外骨骼结构为案例，基于计算机辅助设计技术开发了一种产品结构设计工作流程，在产品结构设计的“形”与“力”之间寻找一种合理的平衡点，并且解决传统结构设计当中，周期过长、成本太高和缺乏科学性等问题。其次验证了 BESO 方法在产品结构创新设计当中的可行性。本文中的研究结果是基于文献综述、用户研究、专家访谈和有限元分析，对整个设计流程的验证结果。提出的这套工作流程，支持设计师的反思与实践，以便提高产品结构设计的效率。

2. 方法

在这项创行设计流程研究中，以一个电动行李箱外骨骼结构优化为例，以讨论该设计流程的合理性。找形过程主要有以下几个步骤：

- 1、通过收集用户电动行李箱外观需求感性词汇，转换成文本描述导入 Disco Diffusion 生成系列参考图像，为拓扑优化初始设计区域提供参考。
- 2、由于 BESO 的 2D 拓扑优化结果，拥有比 3D 拓扑优化更高结构优美性，我们将选取参考图像抽象几何初始设计区域，进行 2D 拓扑优化。
- 3、由于 BESO 结果单一，我们将 BESO 中影响因素参数：过滤半径(rmin)和体积分数(vf)为变量，建立 2 维数字形态设计空间，从而提供更多参考。
- 4、将筛选结果生成 brep，作为非设计区域，进行 3D 拓扑优化，并且进行重新设计。
- 5、最后通过有限元分析验证最终结果合理性。

2.1. BESO 理论基础

采用 Ameba 插件进行基于 BESO 的优化设计。Ameba 插件[13]是谢亿民团队开发的 Rhinoceros (Rhino7)插件，运用完成建模与优化后重设计，运用插件内嵌的有限元分析和拓扑优化引擎完成以最大化刚度为目标的优化。

BESO 算法通过逐步增减材料单元，找到特定材料，具有最高结构性能的解决方案，目标是使结构刚度最大化。在规定的载荷和边界条件下下最小结构柔度，基本问题可以用数学方法表述如下：

$$\min C(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^p \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_i \mathbf{u}_i \quad (1.1)$$

$$\text{Subjectto : } V(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N x_i v_i \leq V^* \quad (1.2)$$

2.2. 2D 初始设计区域

有限元对初始设计区域进行网格划分之前，尽可能精确地设计初始区域。理论上，BESO 目标是在求解域内找到有关材料分布的最佳答案，我们可以通过修改初始几何体以适配目标形式在缩小初始材料分布地可能性。为了更合理的设计初始设计区域，我们尝试收集用户对电动行李箱外观的意向词汇，然后将导入 Disco Diffusion 生成能够提供参考的图像。

Disco Diffusion (DD)是一个基于 CLIP 指导的 AI 图像生成技术，是一个对图像不断去噪的过程，而 CLIP 负责对图像的文本描述(CLIP 是一个图文匹配模型)。简单来说 DD 是一个可以通过用户描述词汇来进行图像生成，提高绘画创作效率的工具。通过收集的 76 个问卷发现，目前消费者对电动旅行箱的意向形容词为：速度感地，科技感地，结实地。调查回馈结果如图 1 所示。

通过收集的 76 个问卷发现，消费者希望电动旅行箱的外观是科技风格，有速度感的，结实的和有机的。遵循 DD 的描述原则，将其描述为“一个赛博朋克风格电动旅行箱，它的外观看起来是有科技感、速度感、有机的、和结实可靠的”。参数设置：Basic Setting 中的 step 设置为 50，即每张图渲染 50 步终

止；display rate 设置为 10，即每渲染 10 步更新结果；n-batch：设置为 36，即共生成 36 组图提供参考。其他设置保持默认，渲染结果如表 1 所示。

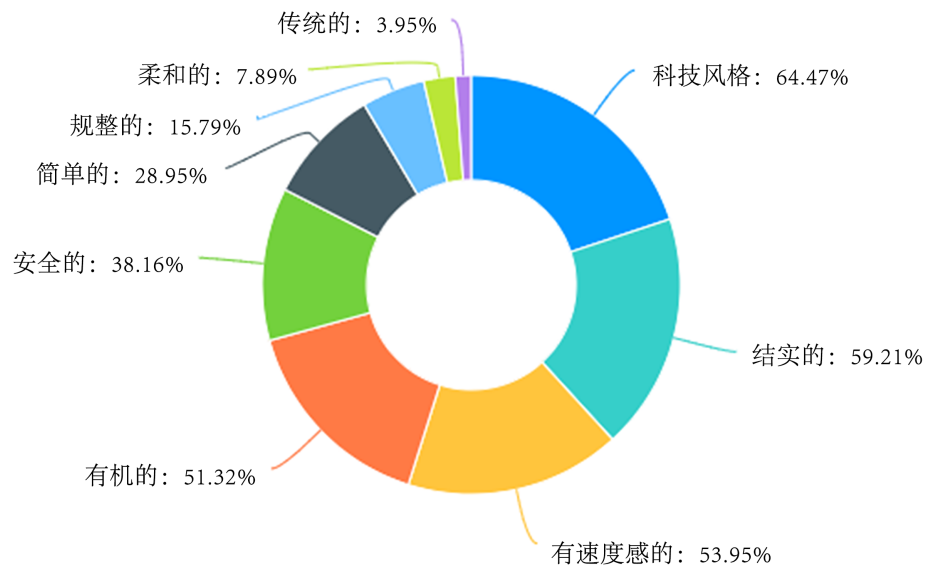


Figure 1. Survey questionnaire results
图 1. 调查问卷结果

Table 1. 36 sets of reference images generated by Disco Diffusion
表 1. Disco Diffusion 生成的 36 组参考图



提取第八张渲染图的外轮廓为参考几何空间。选取 10 款市面上常见 26 寸旅行箱尺寸取平均值：680 mm * 420 mm。使用 Rhino7 在均值矩形框中建立 2D 初始设计区域，如图 2 所示。

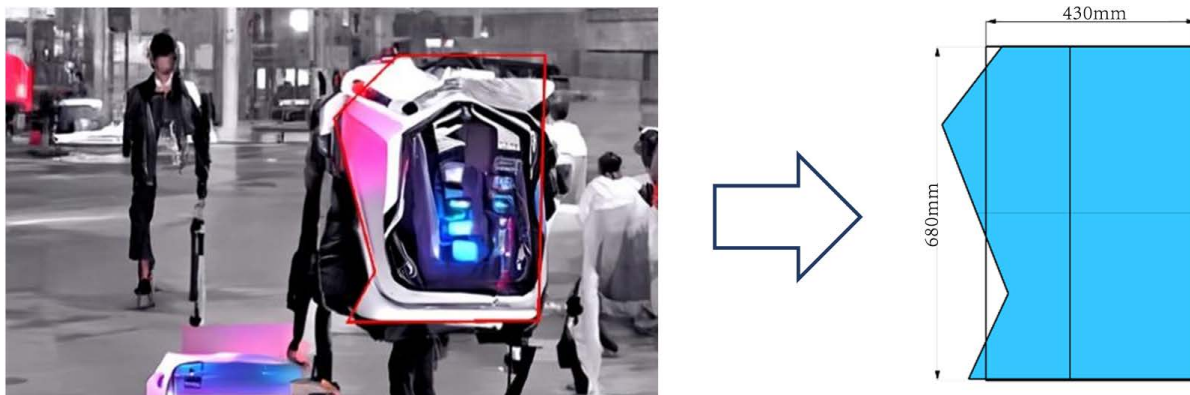


Figure 2. 2D initial design area
图 2. 2D 初始设计区域

2.3. 拓扑优化和数字形态设计空间

2.3.1. Ameba 的单位系统

进行拓扑优化之前，需统一整套设计流程之间的单位。不涉及重力或惯性力可以忽略重量单位。为确保材料杨氏模量的量纲为 Mpa 即 N/mm^2 ，其他的单位都有以此为基础换算。Ameba 常用单位系统有长度、质量、力、应力、密度五种。因此在使用 rhino7 进行 2D 建模时，必须遵循以下单位系统的规则，如表 2 所示。

Table 2. Ameba unit system
表 2. Ameba 单位系统

长度	质量	力	应力	密度
mm	t	N	Mpa	t/mm^3

2.3.2. 2D 拓扑优化

将 2D 初始设计区域，导入 AmebaMesh2D 电池进行有限元网格划分，为保证优化效率我们选择合理 size 值，size 值越小网格划分密度越高，数量越多，离散单元尺寸越小，优化边缘更清晰光滑，局部出现纤细分支，且越接近于材料真正的无限自由度状态，最后获得的有限元解，越接近实际情况[14]。

电动行李箱受到人体压力，和箱体自重。据国标 GB10000-88《中国成年人人体尺寸》[15]，为提高产品的承重适应性，载荷应选取较大值，选择成年男性体重为基础，以百分位数 P95 为标准。中国成年男性 26~35 岁 P95 百分位上的体重为 74 kg，成年男性 36~60 岁 P95 百分位上的体重为 78 kg。综合考虑后，取平均值 75 kg 为目标体重，重力加速度 g 取 $9.8 N/kg$ ，其载荷为 735 N。26 寸行李箱平均可承重 40 kg，其载荷为 392 N。电动旅行箱存在骑行把手，将拉杆载荷考虑在内，载荷为 100 N，如图 3 左。

在 Ameba 中施加载荷时，需要将 735 N 均分到 398 mm 线载荷中，因此取 $1.875 N/mm$ 作为线荷载。提手荷载以及拉杆荷载均为点荷载，因此直接将 392 N 和 100 N 添加为点荷载，载荷添加情况如图 3 右所示。



Figure 3. Load loading and Ameba load battery pack
图 3. 载荷加载和 Ameba 载荷电池组

通过 BESOOptparameters 电池设置优化参数, 如图 4 所示, 该电池运算器主要控制灵敏度 S 、优化约束体积分数 vf (优化后的模型体积占原模型的百分比, 范围在 0~1 之间)、进化率 ert (每一步迭代删减材料的百分数, 范围一般在 0.01~0.05 之间, 数字越小, 优化时间越长, 但优化精度越高, 数字越大则相反)。过滤半径 $rmin$ (默认为 3 倍的 $size$ 值, 意味着小于 3 倍 $size$ 值的结构将会被删减)、以及整个拓扑优化的最大迭代步数 $steps$ (当计算结果无法收敛时, 通过设置最大值来终止计算)。

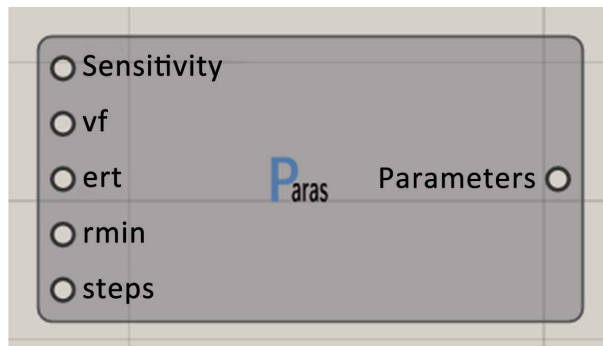


Figure 4. BESO Optparameters solver
图 4. BESO Optparameters 运算器

需承担一个人的重量以及 26 寸旅行箱装满后自重过大的原因, 我们选取强度较高、重量轻铝镁合金为旅行箱骨架的拓扑优化材料。6061-t651 铝镁合金的力学性能如表 3 所示:

Table 3. Mechanical properties of 6061-t651 aluminum magnesium alloy
表 3. 6061-t651 铝镁合金的力学性能

抗拉极限	屈服极限	弯曲极限	杨氏模量	疲劳强度	泊松比	密度
123 Mpa	55.2 Mpa	228 Mpa	68,900 Mpa	62.1 Mpa	0.330	0.00275t/mm ³

通过 Material 电池运算器可对材料进行定制, 我们可以设置材料密度(单位: t/mm³), 材料杨氏模量(单位: Mpa), 以及泊松比来对目标材料进行自定义。由表 3 可知: 6061-t651 铝镁合金的密度为 0.00275 t/mm³, 杨氏模量为 68,900 Mpa, 杨氏模量为 0.330。借助 grasshopper 中的 Number Slider 电池将以上数据导入 Material 电池运算器来模拟铝镁合金。如图 5 所示。

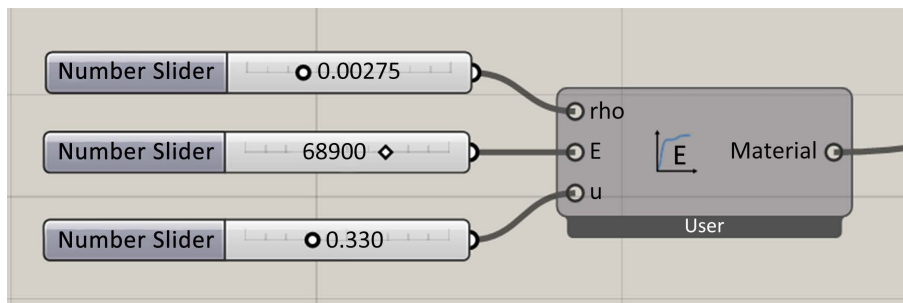


Figure 5. Material solver definition 6061-t651 aluminum magnesium alloy
 图 5. Material 运算器定义 6061-t651 铝镁合金

2.3.3. 建立数字形态设计空间

数字形态设计空间将设计问题抽象为数学模型，构建规则系统和设计变量，进行设计方案的探索，得到大量设计方案后，构建优化目标进行设计方案的优化。

借助 Ameba 建立数字形态空间为结构设计师提供了探索，从形式化设计空间参数化生成的大量选项的方法。具有大量参数的设计空间很有吸引力，因为它们有可能产生意想不到但高性能的解决方案。

Ameba 中含有大量的参数会影响最终优化结果。如果将载荷大小，载荷向量方向，以及载荷类型，材料类型等作为变量，虽然可以影响其优化结构，但是不符合产品结构的客

观要求，因此我们必须将类似的参数进行控制变量。而 BESO Optparameters 电池运算器当中的体积分数(vf)，过滤半径(rmin)也会明显影响最终的结构优化结果，因此我们使用 vf，以及 rmin 为双变量，vf 分别取 0.3、0.4、0.5、0.6。rmin 取 2 倍、3 倍、4 倍的 size 值，建立二维数字形态设计空间。通过 ameba 进行云计算，最终共生成 12 组优化结果，如下表 4 所示。

Table 4. Topological optimization of digital form design space

表 4. 拓扑优化数字形态设计空间

	0.3vf	0.4vf	0.5vf	0.6vf
2 倍 size				
3 倍 size				
4 倍 size				

2.4. 优化结果筛选

6061-t651 铝镁合金属于塑性材料，塑性材料到达屈服时的应力即屈服极限，塑性材料屈服极限 σ_s ，称为构件失效的极限应力。为保证构建具有足够的强度，构建在外力的作用下的最大工作应力必须小于材料的极限应力。在强度计算中，把材料的极限应力除以一个大于 1 的系数 n (称为安全系数)，塑性材料安全系数一般取 1.2~1.5，我们这里取 1.5 作为 6061-t651 铝镁合金的安全系数。作为构件工作时所允许的最大应力，称为材料的许用应力，以 $[\sigma]$ 表示。对于塑性材料，许用应力的公式为：

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} \quad (2)$$

由表 3 可知 6061-t651 铝镁合金屈服极限 X 为 55.2 Mpa，安全系数 n_s 取 1.5，便可计算出其许用应力 $[\sigma]$ 为 36.8 Mpa。Ameba 中的 display 电池可对优化的结果进行有限元分析，提供应力云图。通过综合筛选，我们将表 4 中，3 倍 size 和 0.4vf 的结果作为最终 2D 优化结果，有限元分析应力云图如图 6 所示。应力云图模拟结果，材料当中最大应力值为 2.96 Mpa，完全小于屈服极限 σ_s 55.2 Mpa。

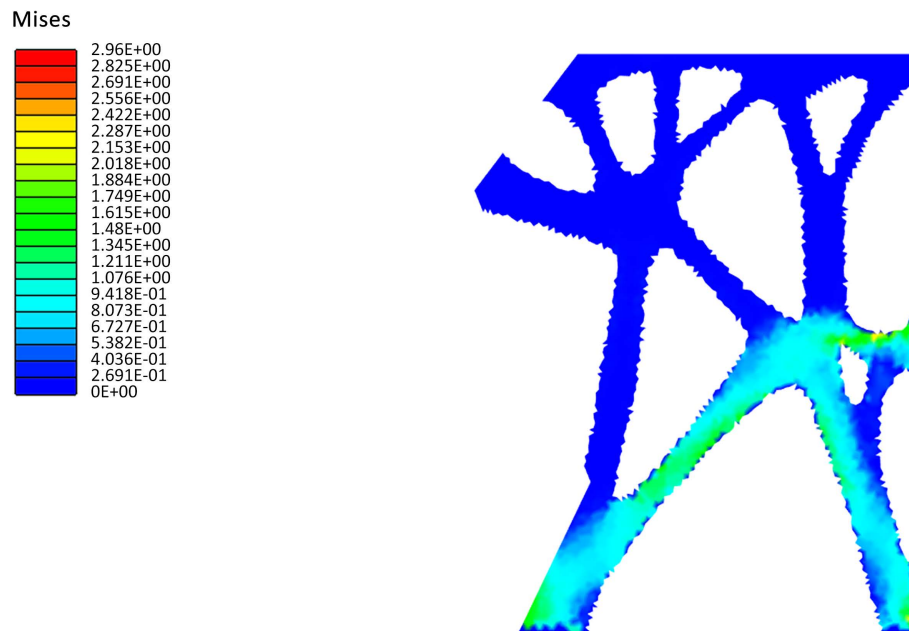


Figure 6. Stress cloud map of 2D optimization results

图 6. 2D 优化结果应力云图

将 2D 拓扑优化结果，通过 Ameba 后处理电池 Rebuild2D 对其进行光滑处理后，将其 bake 成 nurbs 曲面。使用 Rhino7 当中的 ExtrudeSrf 将其生成带有厚度的 brep 实体，作为之后 3D 优化流程当中的非设计区域。

2.5. 3D 拓扑优化

与 2D 拓扑优化过程类似，在进行结构优化之前，我们首先要定义 3D 拓扑优化的初始设计区域，我们将 2D 结果直接通过 ExtrudeSrf 拉出 26 寸常见厚度 280 mm，生成 3Dbrep。我们对其外观进行设计，让旅行箱外壳表面更具有立体感，如图 7 所示。但是考虑到使用图 7 右方造型作为 3D 初始设计区域，将提高我们工作的难度，因此我们选择图 7 左方造型作为 3D 初始设计区域，然后利用优化结果作为参考，重新建模后作为最终行李箱的外骨骼结构。

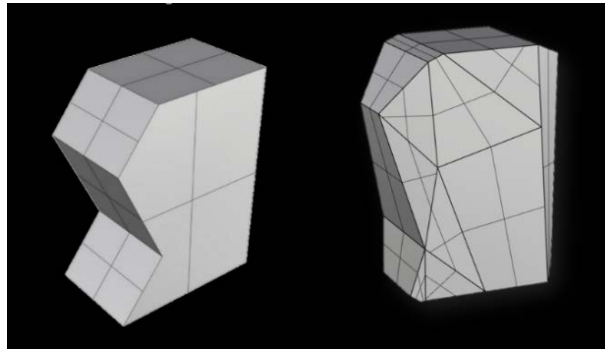


Figure 7. 3D initial design area and shape redesign

图 7. 3D 初始设计区域与造型再设计

固定约束由 2D 的双点支撑转换为 3D 的四点支撑，并提供一定的面积。载荷加载情况与 2D 情况类似。在初始设计区域的中心建立一张平面，导入 symmetry 电池，设置对称平面，来保证优化结果的对称性，选择 6061-t651 铝镁合金作为拓扑优化的主要材料。

非设计区域即强制限制目标区域不被删除或添加单元，通过它可以使优化的结果具有更多可控制性，并且对优化结果的复杂性也有一定的影响。使用 brep 电池抓取自行设置非设计区域，通过 Domin3D 电池运算器，接入后处理电池 Preprocessing 当中的 Nondesigndomains 进行限制初始设计区域不被优化的部分。

3D 优化过程与 2D 基本相似，另外加入 2D 结果作为其非设计区域。图 8 显示了旅行箱外骨骼优化过程的历史曲线，红色曲线表示材料体积分数的变化，蓝色曲线表示总应变能的变化。两条曲线在找形结束时变得稳定，同时收敛。当满足一下收敛标准，优化将终止：

$$\left| \frac{\sum_{t=1}^N (c^{(k-t+1)} - c^{(k-N-t+1)})}{\sum_{t=1}^N c^{(k-t+1)}} \right| \leq \delta_{err} \quad (3)$$

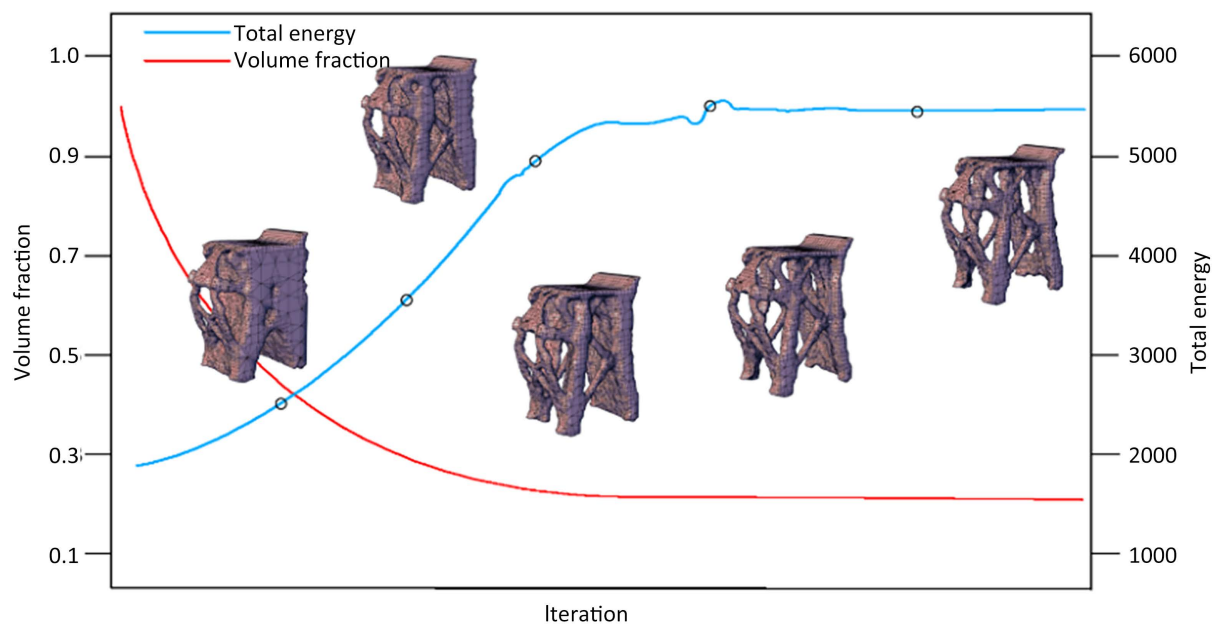


Figure 8. Historical curve of 3D optimization process

图 8. 3D 优化过程的历史曲线

经过 BESO 云计算之后, 优化结果的有限元应力云图如下图 9 所示, 由图可知, 其最大应力处为 7.49 Mpa, 小于计算出来的铝镁合金的许用应力 36.8 Mpa。

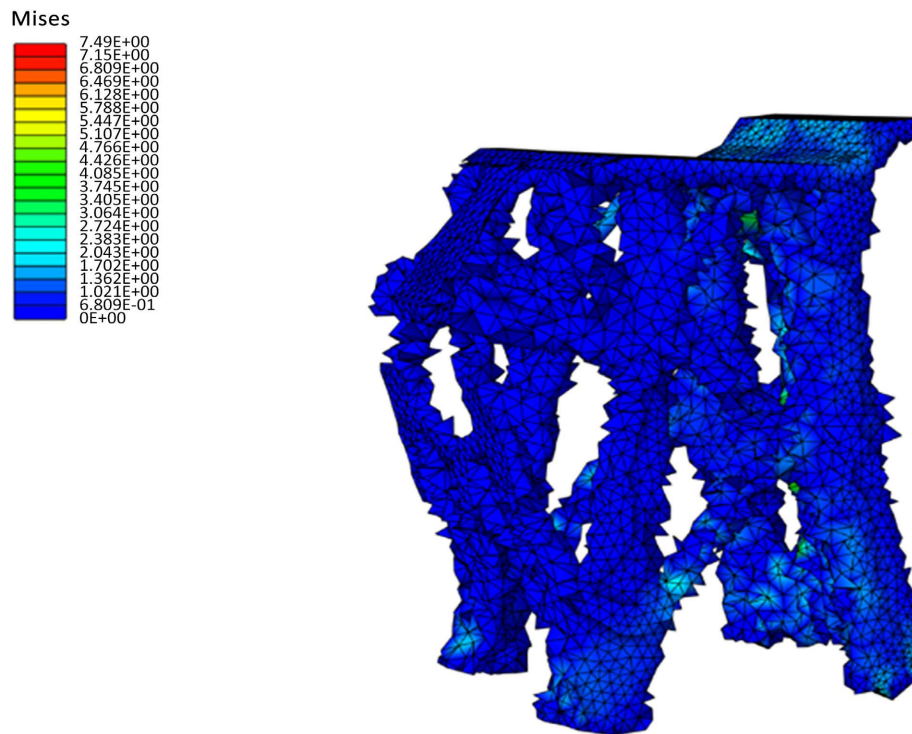


Figure 9. Stress cloud map of 3D topology optimization results

图 9. 3D 拓扑优化结果应力云图

在此结果的基础上, 我们使用 Remesh 电池对其进行四面体面重构, 让其结构更加合理, 并使用 Smooth 电池对重构后的结果进行光滑处理。借助 Rhino7 中的 QuadRemesh 将 bake 出来的结果细转换为细分曲面, 可进一步提高光滑程度。然后对外骨骼进行重新设计, 该部分的步骤如图 10 所示。

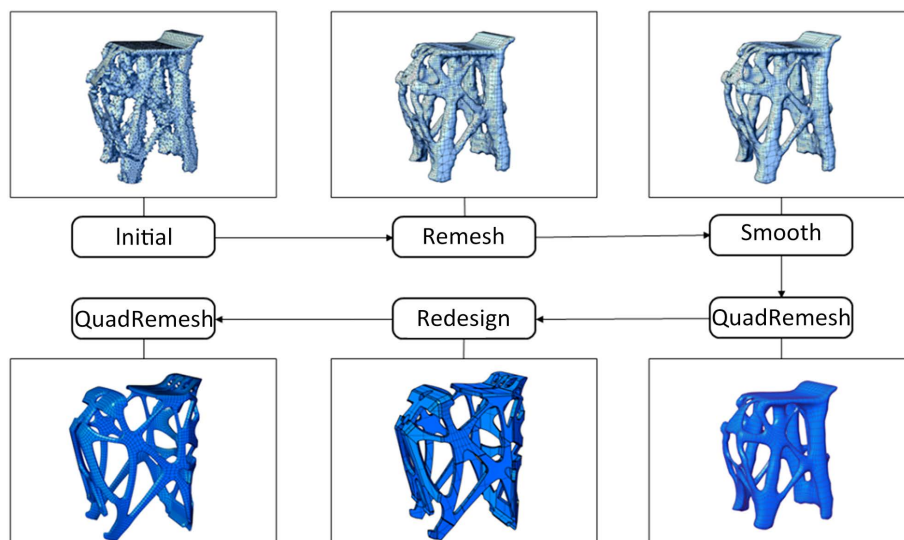


Figure 10. Postprocessing and redesign of exoskeletons

图 10. 外骨骼的后处理和重新设计

2.6. 最终骨骼结构有限元分析

为验证该设计流程的合理性,除了 6061-t651 额外大胆尝试使用(ABS、聚氯乙烯(PVC)、和聚乳酸(PC),共四种旅行箱常用材料进行有限元模拟。由于 ABS、PVC、PC 为脆性材料,安全系数 n_b 的取值范围为 2~5,我们这里统一取 5,作为三者的安全系数。4 种材料的常用力学性能指标如表 5 所示。

Table 5. Mechanical property indicators of four materials
表 5. 四种材料的力学性能指标

	Density	Young's modulus	Poisson	Yield limit	Strength limit	Factor of safety
6061-t651	0.00275t/mm ³	68900 Mpa	0.330	55.2 Mpa	123 Mpa	1.5
ABS	0.00110t/mm ³	2200 Mpa	0.394	56 MPa	90 Mpa	5.0
PVC	0.00138t/mm ³	3400 Mpa	0.380	55 Mpa	65 Mpa	5.0
PC	0.00118t/mm ³	2320 Mpa	0.390	68 Mpa	60 Mpa	5.0

通过 Ameba 的 parameters 电池运算器,将体积分数(vf)设置为 1,进化率(ert)设置为 0.0001 (足够小即可),便可进行有限元模拟,或者直接使用 Ameba2.0 当中直接选择 FEM 模式进行有限元模拟,最终四种材料的有限元云图如下图 11 所示。

由于 ABS、PVC、PC 为脆性材料。因此在计算材料许用应力 $[\sigma]$ 时,使用其强度极限 σ_b ,其数学表达式如下:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b} \tag{4}$$

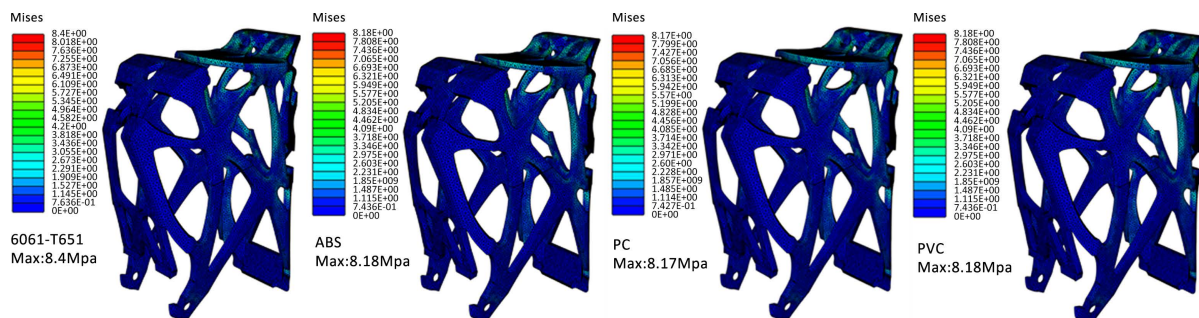


Figure 11. Finite element cloud maps of four materials
图 11. 四种材料的有限元云图



Figure 12. Octane rendering
图 12. Octane 渲染图



Figure 13. 3D printing results
图 13. 3D 打印结果

通过公式(3)计算可得 6061-T651 的许用应力为 36.8 Mpa, 公式(5)计算可得 ABS 的许用应力为: 18 Mpa; PC 许用应力为: 13 Mpa; PVC 许用应力为 12 Mpa。有限元应力云图结果表示, 四种材料最大应力均在其材料许用应力的范围之内。

2.7. 设计结果呈现

我们全程使用 Rhino 对其进行建模, 再进行模型细节处理后, 将其导入 C4d 中借助 Octane 进行渲染, 如图 12。使用尼龙混合玻璃纤维基础材料进行增材制造(SLS)来呈现初级原型效果展示, 如图 13。

3. 讨论

所提出的设计流程将 AI 工具与拓扑优化相结合, 可以在产品外观设计与产品结构之间寻找一种平衡, 同时通过改变参数构建维数字设计空间的方式可以为设计师提供更多的参考内容, 为家具设计开辟了新的途径。

最终的有限元的结果表明, 我们提出的基于 BESO 的设计流程, 可以提高 3D 拓扑优化结构优美外观的同时保证其力学性能的科学性。

使用 AI 绘画工具对消费的感性词汇进行渲染时, 由于缺乏进一步目标产品的控制, 导致渲染出来的结果非常不可控, 增加了设计师参考的难度。

相对于传统成型方式, AM 对于拓扑优化结果限制较少, 可以生成更复杂的几何形状的三位结构, 但是却无法进行批量化生成, 因此拓扑优化和批量化制造之间的平衡点也是目前急需去解决的方向。

在现代产品开发中, 环境问题已成为当务之急。产品结构被认为是一个关键因素, 产品结构设计将会影响制造、运输、包装等多个方面。在满足产品结构优美和合理的同时, 因更多的去方便制造以及环境可持续性。

4. 结论

在这项研究中, 以一个很具有科技感的电动旅行箱外骨骼结构设计为例, 提出了一种创新的产品结构设计流程, 用于生成新颖且合理的结构。包括感性工学、AI 计算机图形学、拓扑优化和增材制造在内的多学科方法在该设计流程中得到了有效的结合。与传统的设计和技术相比, 使用所提出的工作流程可以显著提高设计效率以及更加科学的材料分布从而控制材料成本。这项研究为使用先进技术设计和制造新颖合理结构的产品铺平了道路, 开发的工作流程可以很容易的拓展到其他产品的研发过程。

注 释

文中所有图片均为作者自绘或者自摄。

参考文献

- [1] Bendsøe, M.P. and Kikuchi, N. (1988) Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**, 197-224. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2)
- [2] Mlejnek, H.P. and Schirmacher, R. (1993) An Engineer's Approach to Optimal Material Distribution and Shape Finding. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **106**, 1-26. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(93\)90182-W](https://doi.org/10.1016/0045-7825(93)90182-W)
- [3] 朱继宏, 张卫红, 田军, 邓扬晨, 邱克鹏. 基于连续密度变量的结构支撑布局优化设计[J]. *机械科学与技术* 2004, 23(9): 1113-1116.
- [4] Querin, O.M., Steven, G.P. and Xie, Y.M. (1998) Evolutionary Structural Optimisation (ESO) Using a Bidirectional Algorithm. *Engineering Computations*, **15**, 1031-1048. <https://doi.org/10.1108/02644409810244129>
- [5] Xie, Y.M., Zuo, Z.H., Huang, X., Black, T. and Felicetti, P. (2014) Application of Topological Optimisation Technology to Bridge Design. *Structural Engineering International*, **24**, 185-191. <https://doi.org/10.2749/101686614X13830790993366>
- [6] Xie, Y.M. (2022) Generalized Topology Optimization for Architectural Design. *Architectural Intelligence*, **1**, Article No. 2. <https://doi.org/10.1007/s44223-022-00003-y>
- [7] Bao, D.W., Yan, X., Snooks, R. and Xie, Y.M. (2020) Bioinspired Generative Architectural Design Form-Finding and Advanced Robotic Fabrication Based on Structural Performance. In: Yuan, P.F., Xie, M., Leach, N., Yao, J. and Wang, X., Eds., *Architectural Intelligence*, Springer, Singapore, 147-170. https://doi.org/10.1007/978-981-15-6568-7_10
- [8] Seifi, H., Xie, Y.M., O'Donnell, J. and Williams, N. (2016) Design and Fabrication of Structural Connections Using Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization and Additive Manufacturing. *Applied Mechanics and Materials*, **846**, 571-576. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.846.571>
- [9] Ma, J., Li, Z., Zhao, Z.-L. and Xie, Y.M. (2021) Creating Novel Furniture through Topology Optimization and Advanced Manufacturing. *Rapid Prototyping Journal*, **27**, 1749-1758. <https://doi.org/10.1108/RPJ-03-2021-0047>
- [10] Hemmerling, M. and Nether, U. (2014) Generic chair. *Pasajes de arquitectura y crítica. XVIII Conference of the Iberoamerican Society of Digital Graphics, SIGraDi: Design in Freedom*, p. 53.
- [11] Chu, C.-H., Luh, Y.-P., Li, T.-C. and Chen, H. (2009) Economical Green Product Design Based on Simplified Computer-Aided Product Structure Variation. *Computers in Industry*, **60**, 485-500. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2009.02.003>
- [12] Smardzewski, J., Klos, R. and Fabisiak, B. (2013) Design of Small Auxetic Springs for Furniture. *Materials & Design*, **51**, 723-728. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.04.075>
- [13] Zhou, Q., Shen, W., Wang, J., Zhou, Y.Y. and Xie, Y.M. (2018) Ameba: A New Topology Optimization Tool for Architectural Design. *Proceedings of the IASS Symposium 2018 Creativity in Structural Design*, 16-20 July 2018, Boston.
- [14] 陈林, 逮静洲, 徐娜, 朱旭. SIMP 拓扑优化的拉压杆模型研究[J]. *烟台大学学报(自然科学与工程版)*, 2013, 26(3): 212-216.
- [15] 高东辉, 张蓉. 我国家具人体工程学标准体系研究[J]. *家具与室内装饰*, 2016(5): 16-17.