

# Visualization of Common Routes Based on Different Projections by Computer Algebra System

Songlin Li\*, Shaofeng Bian, Houpu Li, Jiaqi Liu

Department of Navigation, Naval University, Wuhan Hubei

Email: \*songlin829@126.com

Received: Jun. 21<sup>st</sup>, 2018; accepted: Jul. 12<sup>th</sup>, 2018; published: Jul. 19<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

The rhumb line, great circle route and large ellipse route are commonly used in the field of navigation and aviation, but it is difficult to analyze the different manifestations of them under the different types of projection through the route equation. The computer algebra system not only has powerful symbolic operation function, but also has a strong image visualization function. It has the advantages in the application of drawing of map projection, calculation and analysis of projection deformation, and the transformation of projection. In this paper, by using the computer algebra system software Mathematica, the contour route, great circle route and large ellipse route are drawn under the different types of map projection based on the earth sphere model and ellipsoid model, respectively, which provide the strong support for research and teaching work on route planning in the field of aviation and navigation.

## Keywords

Rhumb Line, Great Circle Route, Large Ellipse Route, Computer Algebra System

---

# 基于计算机代数系统的常用航线 在不同投影下的可视化

李松林\*, 边少锋, 李厚朴, 刘佳奇

海军工程大学导航工程系, 湖北 武汉

Email: \*songlin829@126.com

收稿日期: 2018年6月21日; 录用日期: 2018年7月12日; 发布日期: 2018年7月19日

---

\*通讯作者。

文章引用: 李松林, 边少锋, 李厚朴, 刘佳奇. 基于计算机代数系统的常用航线在不同投影下的可视化[J]. 测绘科学技术, 2018, 6(3): 196-202. DOI: 10.12677/gst.2018.63022

## 摘要

等角航线、大圆航线与大椭圆航线作为航海与航空领域常用的航线，在不同地图投影下的表现不同，而通过航线方程难以直观地分析其三者在不同类型投影下的不同表现。计算机代数系统不仅具有强大的符号运算功能，而且具有很强的图像可视化功能，在地图投影展绘、投影变形的计算与分析、不同投影间的变换等方面的应用具有传统数学方法无法比拟的优势。因此借助常用的计算机代数系统Mathematica软件，分别基于地球球体模型与椭球体模型，在不同类型的地图投影下，展绘出等角航线、大圆航线和大椭圆航线，为航行人员提供精确直观的航线地图，为航空航海领域的航线规划相关研究和教学工作提供有力支撑。

## 关键词

等角航线，大圆航线，大椭圆航线，计算机代数系统

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

常用的航线种类有等角航线、大圆航线、大椭圆航线等。其中，等角航线是指地球球面或椭球面上与经线相交成相同角度的曲线。在实际海上航行与测量中，航线与地球经线的夹角一般容易测得，因此在低纬度地区或在航程较近、沿岸航行时等角航线经常被采用。大圆航线是球面两点间最短的航线，当舰船在执行航程较大、跨越纬度较高、航向接近东西向的航行任务时，大圆航线的航程会大大小于等角航线的航程。因此，考虑经济效益，舰船远洋航行时通常会选用大圆航线。由于计算大圆航线时是将地球视为球体的，而实际上地球是一个旋转椭球体，因此在远洋航程精密计算中通常采用大椭圆航线。针对上述三种航线，国内外学者开展了大量的研究并取得丰硕的成果。

文献[1]-[6]针对等角航线的正反解，地球椭球面上等角航线的实用公式，等角航线与大地线长度的差异，等角航线在极地海区等距离正圆柱投影海图上的展绘方法等内容进行了研究；文献[7] [8] [9] [10] [11]针对大圆航线设计与计算程序，墨卡托投影与大圆航线投影的构成及其应用，大圆距离与大圆航向的计算，以及大圆导航的矢量方法进行了研究；文献[12]-[17]针对大圆航线与大椭圆航线航程的计算误差，大椭圆在球面上的近似最短距离算法，以及大圆航线、大椭圆航线与测地线之间的区别与差异等内容进行了研究。

上述文献局限于对常用航线的正反解算或航线设计算法进行研究，对航线在投影平面上的表象研究较少，因此，有必要对常用航线在地图投影平面上的绘算和表示进行系统性的分析和研究。自 20 世纪 90 年代起，人们在地球科学与地图投影数学分析过程中，普遍使用计算机代数系统作为辅助的运算工具，提高了工作效率，取得了较好的成效，因此本文借助具有强大的符号运算功能与可视化功能的计算机代数系统软件 Mathematica，对不同类型投影下的常用航线进行可视化分析，对航线规划相关研究和教学工作具有借鉴和参考意义。

## 2. Mathematica 简介

Mathematica 软件是由美国 Wolfram Research 公司开发的一款计算机代数分析软件，是集成了数值计

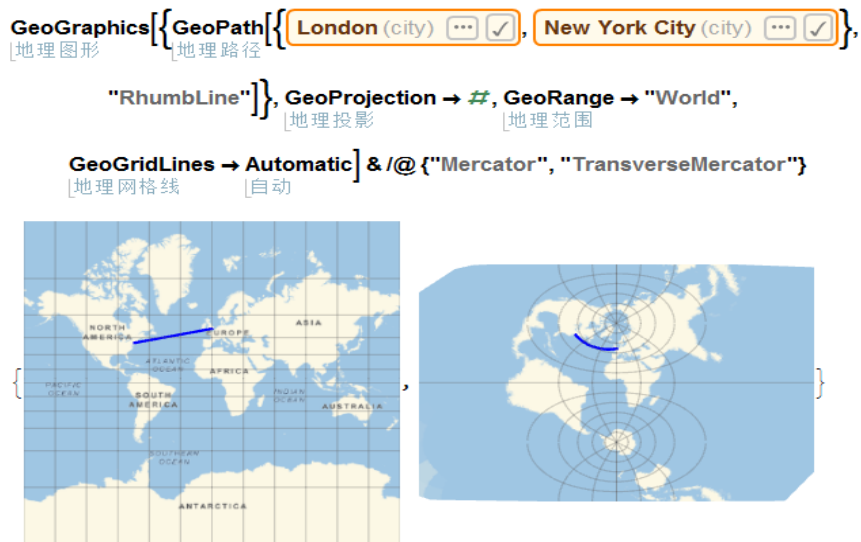
算、符号运算和可视化图形系统等多种功能的集成式、交互式符号运算系统。该软件凭借其强大的符号运算功能、二维和三维函数可视化功能以及多门学科的数据集，广泛应用于测绘、生物、金融等领域[18][19]。

在 Mathematica 中，Geographics 命令是绘制地图的基本指令，包含很多命令选项，可用于不同要求的地图投影展绘，并可以通过调用函数命令进行地理信息数据的提取、编辑与分析。其包含的主要地图编辑命令及对应功能见表 1。

其中，通过地图模型命令 GeoModel 可以选择球面参考模型或椭球面参考模型；通过地理投影命令 GeoProjection 可以选择包括墨卡托投影、横墨卡托投影，极球面投影等 50 余种常用投影类型；通过地理路径命令 GeoPath 可以在地图任意区间上绘出等角航线、大圆航线或大椭圆航线。如图 1 所示，该段代码同时绘出墨卡托投影和横墨卡托投影地图，并在图上绘出伦敦到纽约的等角航线，通过该图可以直观地分析不同投影下等角航线的表象特点。

**Table 1.** Map editing command of Mathematica  
**表 1.** Mathematica 地图编辑命令

编辑命令	功能	编辑命令	功能
GeoBoundsRegion	地理边界区域	GeoCenter	地理中心
GeoHemisphere	当前相应地理位置所处的半球	GeoGridLines	地理网格线
GeoMarker	地理标记	GeoGridLinesStyle	地理网格线样式
GeoPath	地理路径	GeoModel	地理模型
GeoVisibleRegion	地理可见区域	GeoProjection	地理投影
GeoVisibleRegionBoundary	地理可见区域边界	GeoRange	地理范围
DayHemisphere	昼半球	GeoRangePadding	地理范围填充
GeoStyling	地理对象的样式	GeoScaleBar	地理比例尺
GeoBackground	地理背景	GeoServer	地理服务器



**Figure 1.** Rhumb line on mercator projection and transverse mercator projection plane  
**图 1.** 墨卡托投影与横墨卡托投影平面上的等角航线

### 3. 不同投影下的航线展绘

#### 3.1. 不同投影下的国内航线展绘

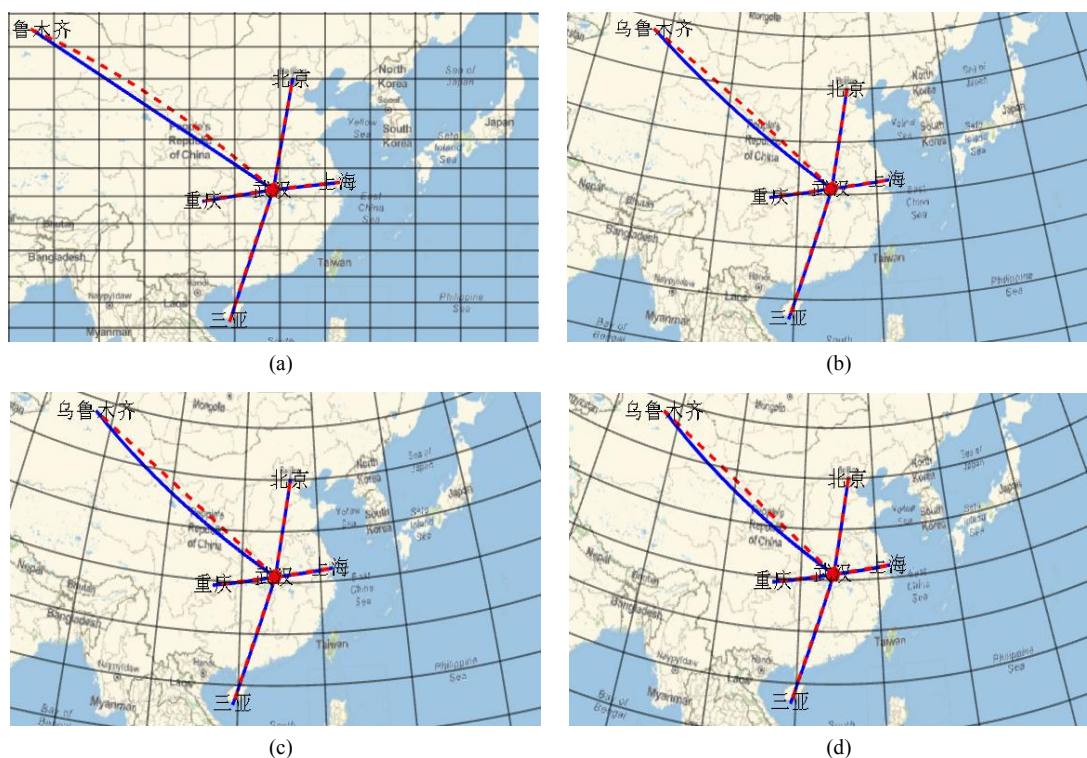
为了便于分析,选择北京为中心,分别在不同类型投影下绘出武汉至北京、上海、三亚、重庆和乌鲁木齐之间的等角航线与大圆航线,其中等角航线用蓝色实线表示,大圆航线用红色虚线表示。其他命令及选项列表如表 2 所示。基于表 2 中绘图命令及相关配置,在四种不同类型投影下绘出武汉至国内主要城市间的等角航线与大圆航线如图 2 所示。

比较图 2 发现,基于大比例尺地图的航线在不同类型投影下的表象近似相同;并且可发现,在航程较短的情况下,等角航线与大圆航线近似重合,也就是说,针对短距离航程的国内航线,采用等角航线与大圆航线的航程近似相等,又由于等角航线在常用的墨卡托投影上表现为直线,因此在不考虑地形、

**Table 2.** Parameters configuration of domestic route

**表 2.** 绘制国内航线的相关命令及参数配置

编辑命令	参数配置	注释
GeoModel	ellipsoid	球体模型
GeoRange	China	地理范围选为中国
GeoGridLines	Automatic	自动添加地理网格线
GeoBackground	StreetMap	背景选择街图模式
GeoCenter	Wuhan	选择武汉作为地理中心



**Figure 2.** Rhumb line and great circle route on different projection planes (domestic). (a) Mercator projection; (b) Equidistance conical projection; (c) Polar stereographic projection; (d) Lambert isometric conical projection

**图 2.** 不同投影平面上的等角航线与大圆航线(国内)。(a) 墨卡托投影; (b) 等距离圆锥投影; (c) 极球面投影; (d) 兰伯特等角圆锥投影

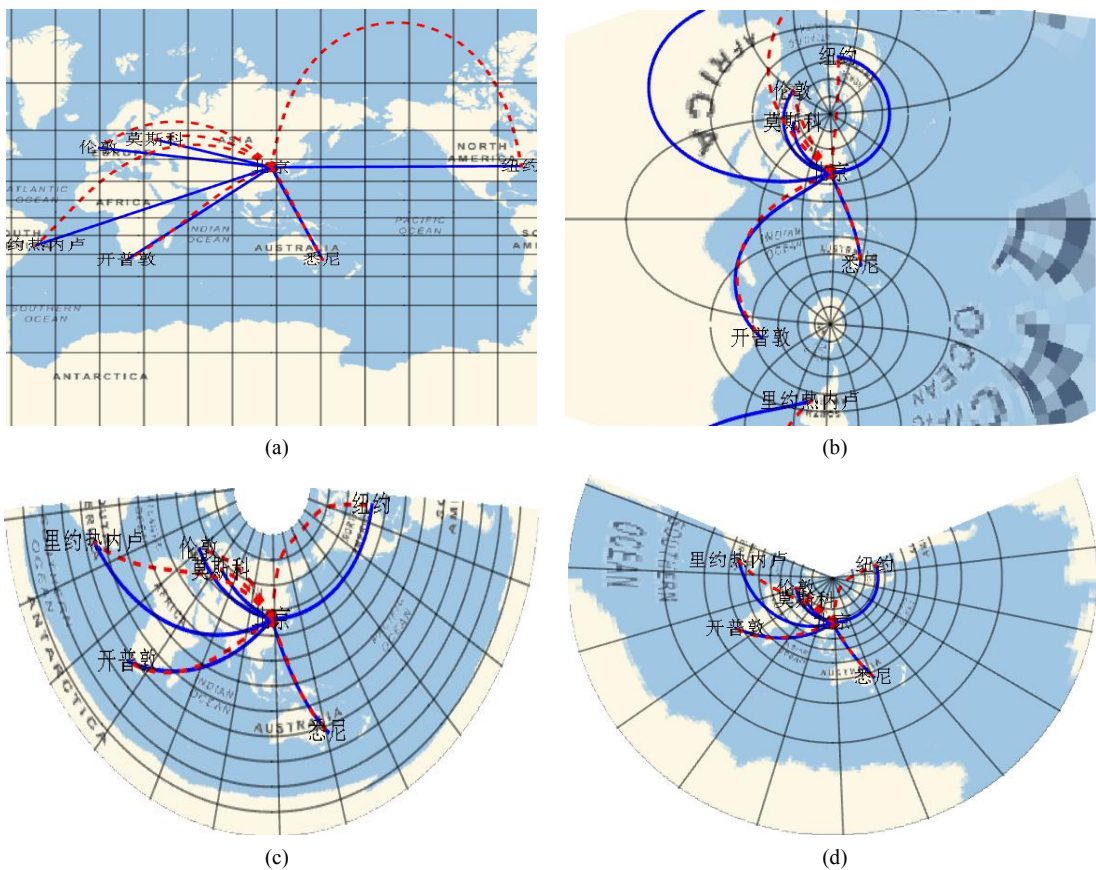
气象及航空管制等因素的情况下，采用等角航线既满足经济性要求又方便航线标绘。

### 3.2. 不同投影下的国际航线展绘

选择北京为中心，分别在不同类型投影下绘出北京至纽约、里约热内卢、悉尼、开普敦、伦敦和莫斯科之间的等角航线与大圆航线，其中等角航线用蓝色实线表示，大圆航线用红色虚线表示。其他命令及选项见表 3。基于表 3 绘图命令及相关配置，在四种常用投影下绘出北京至国际主要城市间的等角航线与大圆航线如图 3 所示。

**Table 3.** Parameters configuration of international route  
**表 3.** 绘制国际航线的相关命令及参数配置

编辑命令	参数配置	注释
GeoModel	ellipsoid	球体模型
GeoRange	World	地理范围选为世界
GeoGridLines	Automatic	自动添加地理网格线
GeoBackground	StreetMap	背景选择街图模式
GeoCenter	Wuhan	选择北京作为地理中心



**Figure 3.** Rhumb Line and Great Circle Route on Different Projection Planes (International). (a)Mercator Projection on Sphere; (b) Transverse Mercator Projectionon Sphere; (c)Equidistance Conical Projection on Sphere; (d) Lambert Isometric Conical Projection on Sphere

**图 3.** 不同投影平面上的等角航线与大圆航线(国际)。(a)墨卡托投影；(b)横墨卡托投影；(c)等距离圆锥投影；(d)兰伯特等角圆锥投影

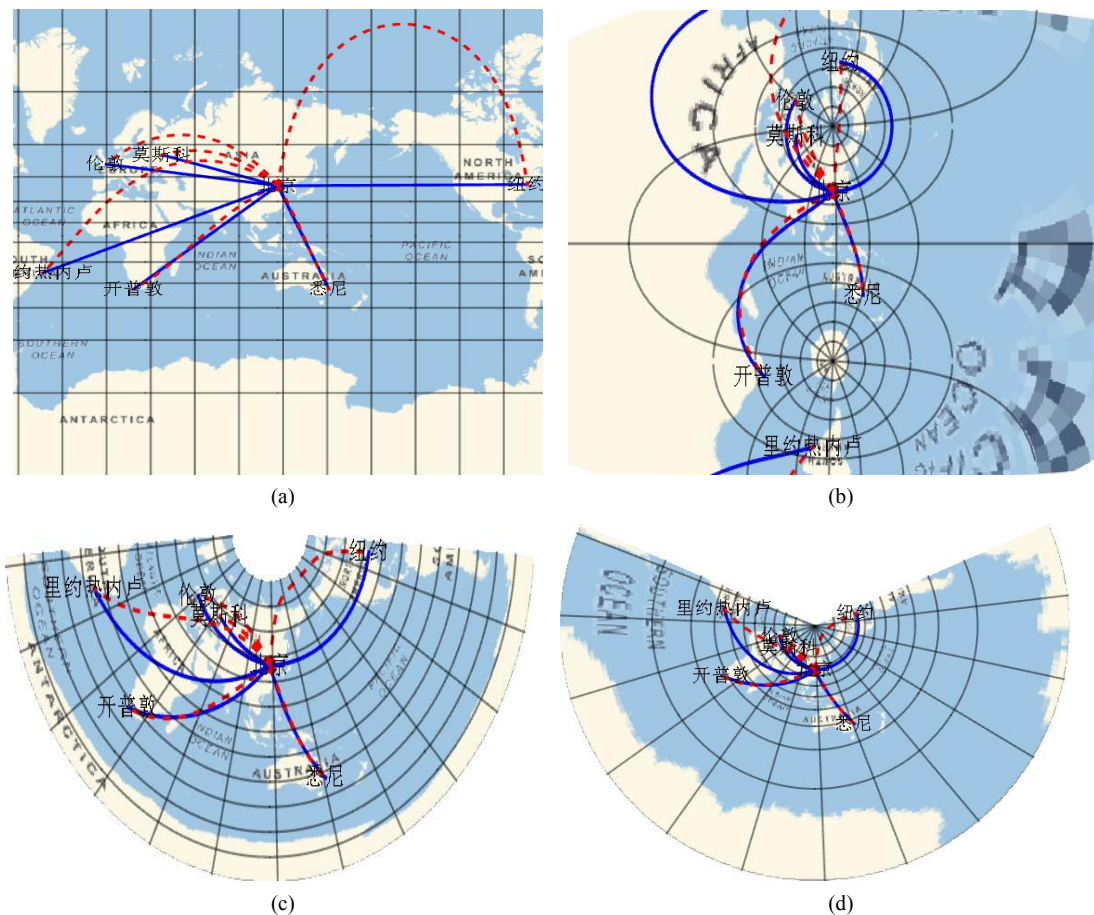
由图 3 可以看出, 等角航线在墨卡托投影平面上的表象为直线, 而在其他投影平面上的表象为一条曲线。这是由于墨卡托投影平面上, 经线被投影成竖直的直线, 而在其他投影平面上, 经线被投影成一组曲线, 等角航线是与经线夹角保持不变的曲线, 因此其在墨卡托投影及其他投影平面上的表象不同。其中图 3(b) 由于将地理中心选为北京, 意味着将与北京相切的子午圈而不是 0 度经线作为投影中央经线, 因此投影变形较大。

同样通过 GeoModel 命令将地球模型设置为椭球面, 椭球参数按照 CGCS2000 坐标相关参数进行设置, 其他命令参数配置与表 3 相同, 在四种常用投影下绘出北京至国际主要城市间的等角航线与大椭圆航线如图 4 所示。

比较图 3 与图 4 发现, 不论采用何种投影方式, 大椭圆航线与大圆航线近似重合, 因此在简化的情况下, 可用大圆航线替代大椭圆航线。

#### 4. 结束语

本文基于计算机代数 Mathematica 软件, 对常用航线(等角航线、大圆航线及大椭圆航线)在不同类型投影下的表象进行可视化分析研究, 分析表明: 在航程较短的情况下, 等角航线与大圆航线近似重



**Figure 4.** Rhumb line and large ellipse route on different projection planes (international). (a) Mercator projection on ellipsoid; (b) Transverse mercator projection on ellipsoid; (c) Equidistance conical projection on ellipsoid; (d) Lambert isometric conical projection on ellipsoid.

**图 4.** 不同投影平面上的等角航线与大椭圆航线(国际)。(a) 椭球墨卡托投影; (b) 椭球横墨卡托投影; (c) 椭球等距圆锥投影; (d) 椭球兰伯特等角圆锥投影

合, 可用等角航线代替大圆航线; 大圆航线和大椭圆航线在常用投影平面上的曲率、曲率半径变化趋势十分接近, 因此在需要简化的情况, 如拟定航线的时候, 可用大圆航线代替大椭圆航线。本文研究一定程度上丰富了海图投影理论, 为航海航空导航及航线规划提供参考。

## 基金项目

国家自然科学基金资助项目(41631072, 41771487, 41571441)。

## 参考文献

- [1] 李宏利. 论等角航线的正反解[J]. 中国航海, 1989(1): 47-52.
- [2] Kaplan, G.H. (1995) Practical Sailing Formulas for Rhumb-Line Tracks on an Oblate Earth. *Navigation*, **42**, 313-326. <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1995.tb01893.x>
- [3] Bennett, G.G. (1996) Practical Rhumb Line Calculations on the Spheroid. *Journal of Navigation*, **49**, 112-119. <https://doi.org/10.1017/S0373463300013151>
- [4] 赵俊生, 刘雁春, 翟国君, 等. 恒向线与大地线长度差异的研究[J]. 海洋测绘, 2007, 27(4): 1-5.
- [5] 李厚朴, 边少锋. 等角航线正反解算的符号表达式[J]. 大连海事大学学报, 2008, 34(2): 15-18.
- [6] 张志衡, 彭认灿, 董箭, 等. 极地海区等距离正圆柱投影平面上等角航线的展绘方法[J]. 测绘科学技术学报, 2015, 32(5): 535-538.
- [7] Horton, J.O. (1968) Great Circle Route. *Navigation*, **15**, 257-259. <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1968.tb01614.x>
- [8] 付职忠. 大圆距离及大圆航向的计算[J]. 中国民航学院学报, 1990, 8(1): 1-10.
- [9] 洪德本. 解析法大圆航线的设计[J]. 大连海事大学学报, 1997, 23(4): 24-26.
- [10] 彭劲松, 秦永元. 大圆航线导航与控制律设计[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(6): 62-66.
- [11] Nastro, V. and Tancredi, U. (2010) Great Circle Navigation with Vectorial Methods. *Journal of Navigation*, **63**, 557-563. <https://doi.org/10.1017/S0373463310000044>
- [12] 丁佳波. 大圆航法与大椭圆航法的航程计算误差[J]. 天津航海, 1996(3): 3-4.
- [13] Williams, R. (1996) The Great Ellipse on the Surface of the Spheroid. *Journal of Navigation*, **49**, 229-234. <https://doi.org/10.1017/S0373463300013333>
- [14] 李厚朴, 王瑞. 大椭圆航法及其导航参数计算[J]. 海军工程大学学报, 2009, 21(4): 7-12.
- [15] Tseng, W.K. and Lee, H.S. (2010) Navigation on a Great Ellipse. *Journal of Marine Science and Technology*, **18**, 369-375.
- [16] Sjöberg, L.E. (2012) Solutions to the Direct and Inverse Navigation Problems on the Great Ellipse. *Journal of Geodetic Science*, **2**, 200-205. <https://doi.org/10.2478/v10156-011-0040-9>
- [17] Tseng, W.K., Guo, J.L. and Liu, C.P. (2013) A Comparison of Great Circle, Great Ellipse, and Geodesic Sailing. *Journal of Marine Science and Technology*, **21**, 287-299.
- [18] 陈基伟. 数值分析软件 Mathematica 在测绘中的应用[J]. 上海地质, 2007(1): 50-53.
- [19] 刘佳奇, 元建胜, 李厚朴. 基于计算机代数系统的地图投影可视化[J]. 黑龙江工程学院学报, 2017, 31(6): 1-5.

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2329-549X，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[gst@hanspub.org](mailto:gst@hanspub.org)