

**Wave particle duality essence**Guan yiyi<sup>1</sup>, Guan Tianyu<sup>2</sup>, Shi Zhiheng<sup>3</sup><sup>1</sup>heilongjiang meteorological bureau 150030<sup>2</sup>university of Toronto, M5S2E8<sup>3</sup>hunan changsha

Email: guanyiyi@163.com

**Abstract**

Particle and wave are two states of the same substance. In this paper, the equation of G wave particle can be combined with the quantum state and the particle state and the wave dynamic. When the velocity of the particle moves to zero, the equation automatically becomes a relativistic equation. When the particle movement speed to the speed of light, the equation is equal to the quantum mechanics equations automatically, thus truly to Einstein's theory of relativity and Planck's quantum mechanics organic unify, has formed a comprehensive quantitative description of the objective world.

**Keywords**

particle state; wave dynamic; quantum state; wave particle duality

**Subject Areas** Math & Physics**波粒二象性本质**关屹瀛<sup>1</sup>, 关天钰<sup>2</sup>, 师志恒<sup>3</sup><sup>1</sup>黑龙江省气象局 150030<sup>2</sup>多伦多大学 M5S2E8<sup>3</sup>湖南长沙

Email: guanyiyi@163.com

收稿日期: 2017年7月27日; 发布日期: 2017年7月27日

**摘要**

粒子性和波动性是同一种物质的两种存在状态。本文建立的 G 波粒能复方程及 G 波粒能方程将既对立又统一且相互转化的宏观态与量子态以及粒子态与波动态紧密联系在一起。当粒子运动速度趋于零时, 该方程自动变为相对论方程; 当粒子运动速度趋于光速时, 该方程自动等于量子力学方程, 从而真正将爱因斯坦的相对论与普朗克的量子力学有机统一起来, 形成了对客观世界的全面完整的定量描述。

**关键词**

粒子态 波动态 量子态 宏观态 波粒二象性

**1 G复物质波****1.1 复物质波长**

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_r + i\lambda_x = |\lambda|e^{i\theta} = |\lambda|(\cos\theta + i\sin\theta) \\ &= |\lambda|\left(\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - i\frac{v_r}{c}\right)\end{aligned}\quad (1.1.1)$$

(1.1.1) 式为右旋波

令  $|\lambda| = \hbar$ ，则

$$\text{其实部为: } \lambda_r = \hbar\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}\quad (1.1.2)$$

(1.1.2) 式说明：实波长随运动速度增大而减小。可以断定：波长的极限是  $\hbar$ ，当  $v_r \rightarrow c$  时， $\lambda \rightarrow \hbar$ ，波长出现自然截止。设  $\lambda_g = \hbar = 1.05457266$  为 G 波长（截止波长）。因此，光在波导中传输时，不用人为引入截止波长，否则将出现能量从衬底中泄露，导致该模不能在这种波长中传播。

因此。有： $|\lambda| = \hbar$

$$\text{虚部为: } \lambda_x = -\hbar\frac{v_r}{c}\quad (1.1.3)$$

(1.1.3) 式说明：虚部绝对值随速度增大而增大。

$$\begin{aligned}\lambda^* &= |\lambda|e^{-i\theta} = \hbar(\cos\theta - i\sin\theta) \\ &= \hbar\left(\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} + i\frac{v_r}{c}\right)\end{aligned}\quad (1.1.4)$$

(1.1.4) 式为左旋波。左右旋物质波耦合后在实空间以波长模的平方形式体现出来。

$$\lambda\lambda^* = \hbar^2 = \lambda_r^2 + \lambda_x^2\quad (1.1.5)$$

$$\frac{\partial\lambda_r}{\partial r} = \frac{\partial\lambda_x}{\partial t} = k_\lambda\quad (1.1.6)$$

$$\frac{\partial\lambda_r}{\partial t} = -\frac{\partial\lambda_x}{\partial r} = w_\lambda\quad (1.1.7)$$

## 1.2 复物质波频率

$$\begin{aligned}f &= f_r + if_x = \frac{\hat{v}}{\lambda} = \left|\frac{c}{\lambda}\right|(-\sin\theta + i\cos\theta) \\ &= \frac{v_r}{\hbar} + i\frac{c}{\hbar}\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}\end{aligned}\quad (1.2.1)$$

$$\text{令 (1.2.1) 实部相等有: } f_r = \frac{v_r}{\hbar}\quad (1.2.2)$$

当  $v_r \rightarrow c$ ， $\lambda \rightarrow \hbar$  时，有： $f \rightarrow \frac{c}{\hbar}$ ，即自然出现截止频率。否则，将出现能量从衬底中泄露，导致该模不能再这种波导中传播。

设  $f_g = \frac{c}{\hbar} = 3.842786 \times 10^{42}$  为 G 截止频率。

(1.2.2) 式说明，实频率随运动速度增大而增大，反之亦然。

令 (1.2.1) 式中虚部有

$$f_x = \frac{c}{\hbar} \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} \quad (1.2.3)$$

(1.2.3) 式说明：虚频率随速度增大而减小。

$$\hbar f^* = |v|^2 = v_r^2 + v_x^2 \quad (1.2.4)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\partial v_x}{\partial t} = k_v \quad (1.2.5)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{\partial v_x}{\partial r} = w_v \quad (1.2.6)$$

将 (1.1.1) 式两边乘以 -ic，得

$$-ic\lambda = -ic|\lambda| \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - |\lambda|v_r \quad (1.2.7)$$

$$\text{令 } |\lambda| = \hbar$$

(1.2.7) 式与 (1.2.1) 式相加，得：

$$f - ic \frac{\hat{\lambda}}{\hbar} = v_r \frac{(1 - \hbar)}{\hbar} \quad (1.2.8)$$

(1.2.8) 式说明：复频率、复波长与实速度的关系。

### 1.3 物质波反射与折射[1]

下面设一物质波矢量  $\vec{P}$ ，则有：

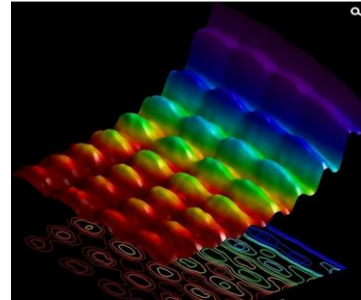
$$\begin{aligned} \vec{P} &= |P|e^{i\vec{\theta}} = |P|(\cos \vec{\theta} + i \sin \vec{\theta}) \\ &= |P| \left( \sqrt{1 - \frac{\vec{v}_r^2}{c^2}} - i \frac{\vec{v}_r}{c} \right) \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

(1.3.1) 式为右旋物质波。其共轭波矢量为：

$$\begin{aligned} \vec{P}^* &= |P|e^{i\vec{\theta}} = |P|(\cos \vec{\theta} + i \sin \vec{\theta}) \\ &= |P| \left( \sqrt{1 - \frac{\vec{v}_r^2}{c^2}} + i \frac{\vec{v}_r}{c} \right) \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

(1.3.2) 式为左旋物质波。其实部反映的是非线性的粒子特性，虚部反映了线性的波的特性。

左右旋物质波耦合后在实空间以波矢量模的平方形式体现出来。



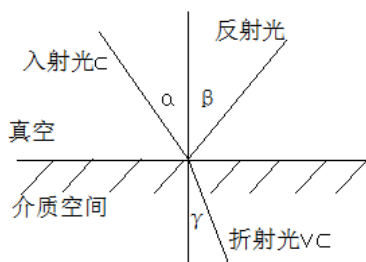


图1.3.2 光的反射和折射

当上述物质波为光波时，有右旋光波：

$$\bar{P} = |P| \left( \sqrt{1 - \frac{1}{n_c^2}} + i \frac{1}{n_c} \right) \quad (1.3.3)$$

和左旋光波：

$$\bar{P}^* = |P| \left( \sqrt{1 - \frac{1}{n_c^2}} - i \frac{1}{n_c} \right) \quad (1.3.4)$$

$$\text{定义 G 折射率公式: } \sin \theta = -\frac{1}{n_c} \quad (1.3.5)$$

$$\text{定义: G 比率为 } k = \sin \theta \quad (1.3.6)$$

$$\text{则有 } k = -\frac{1}{n_c} \quad (1.3.7)$$

其中  $c$  为光在真空内的速度， $v_r$  为光在空间介质内的速度， $n_c$  为折射率。

对于透明介质：（1.3.3）式实部反映了光波的粒子特性（非线性），遵循反射定律；（1.3.3）式的虚部反映了光的波动特性（线性），遵循光的折射定律。对于不是透明的介质，（1.3.3）式的虚部反映了对光波的吸收情况。（如图 1.3.2）。

当光波在介质内的速度为零时，光波的虚部为零，实部最大，此时光显现的是纯粒子特性；当介质内的光速接近真空光速时，此时，光的实部接近零，只有虚部值最大，此时，光将显现的是纯波动性。

左右旋光耦合成为可检测的偏振光。且有：

$$\bar{P}\bar{P}^* = |P|^2 \quad (1.3.8)$$

## 2 物质波粒二象性

### 2.1 粒子特性[2]

除了牛顿第二定律、万有引力定律、库仑定律表现了粒子的特性，还有康普顿实验

下面用复波函数实部推导康普顿效应公式（见图 2.1）。

$$\lambda = \lambda_r + i\lambda_x = |\lambda| e^{i\theta} = |\lambda| (\cos \theta + i \sin \theta) \quad (2.1.1)$$

（2.1.1）式的实部相等得：

$$\lambda_r = |\lambda| \cos \theta \tag{2.1.2}$$

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_r &= \lambda_{r0} - \lambda_r = |\lambda| (\cos \theta_0 - \cos \theta) \\ &= -2|\lambda| \sin \frac{\theta_0 + \theta}{2} \sin \frac{\theta_0 - \theta}{2} \end{aligned} \tag{2.1.3}$$

$$\text{因 } \theta_0 = 0, \text{ 所以有: } \Delta \lambda_r = 2|\lambda| \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{2.1.4}$$

$$\text{设 } [2]|\lambda| = \frac{h}{mc}, \text{ 则有: } \tag{2.1.5}$$

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_r &= \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ (2.1.6) \end{aligned}$$

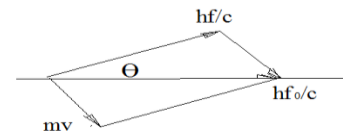


图2.1 康普顿效应

上式就是康普顿效应公式。需要说明的是，康普顿公式是建立在把光作为粒子和电子发生完全弹性碰撞，从而满足碰撞前后能量、动量守恒的基础上推导出来到的。因此，复光函数的实部真实反映了光作为粒子的完全弹性碰撞的特性。

### 2.2 物质的波动性（场特性） [3]

在戴伟孙-革末衍射实验、蒋森电子双缝衍射实验、沃朗-夏尔单色中子在多晶上的衍射等实验中波长

与衍射角的关系都满足布拉格关系式。布拉格关系充分反映了波的特性。下面用复波函数虚部推导布拉格关系式

$$\lambda = |\lambda| e^{i\theta} = |\lambda| (\cos \theta + i \sin \theta) \tag{2.2.1}$$

$$\text{由 (2.2.1) 式的虚部相等得: } \lambda_x = |\lambda| \sin \theta \tag{2.2.2}$$

$$\text{令 } |\lambda| = 2d/n \tag{2.2.3}$$

$$\text{得 } \lambda_x = \frac{2d}{n} \sin \theta \tag{2.2.4}$$

(2.2.4) 式即布拉格衍射关系式。

说明：波函数的虚部充分反映了物质波的波动特性。

### 2.3 波（场）粒二象性

根据 G 复时空理论有：

$$E = E_r + iE_x = \left| mc^2 \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - ic|m|v_r \right| \quad (2.3.1)$$

根据德布罗意物质波长公式：  $p_r = |m|v_r = \frac{h}{\lambda_r}$  (2.3.2)

这个波长公式，这是德布罗意假设的，后来经过众多实验的验证是正确的。

根据波长、频率公式，  $\lambda_r = \frac{v_r}{f_r}$  (2.3.3)

得光波的频率为  $f_c = \frac{c}{v_r} f_r$  (2.3.4)

将 (2.3.3) (2.3.4) 式带入 (2.3.2) 式后，两边乘以光速  $c$ ，

得：  $cp_r = c|m|v_r = hf_c$  (2.3.5)

将 (2.3.5) 带入 (2.3.1) 式得

$$E = E_r + iE_x = \left| mc^2 \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - ic|m|v_r \right| \quad (2.3.6)$$

$$= \left| mc^2 \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - ic \frac{h}{\lambda} \right| = \left| mc^2 \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - ihf_c \right|$$

其中  $h, f_c$  为普朗克常数和光振动频率。

上式为 G 波粒能复方程。

因为  $\hbar = \frac{h}{2\pi}, \omega_c = 2\pi f_c$ ，带入上式式，得：

$$E = E_r - i\hbar\omega_c \quad (2.3.7)$$

其中  $F$  为频率  $\omega_c$  为光子圆频率， $E$  为粒子的总能量， $E_r$  为粒子静能量（空间能）。

根据 (2.3.6) 式

当  $v_r \rightarrow 0$  时，有  $E = E_r = |mc^2| = mc^2$

即：  $E = mc^2$  (2.3.8)

上式为著名的爱因斯坦质能方程（粒子性）。

当  $v_r \rightarrow c$  时，有  $E = iE_x = -ihf_c$

即：  $iE = hf$  (2.3.9)

上式为 G 波能复方程（波动性）。上式类似普朗克能量方程，但是 G 波能复方程里的能量前有虚数单位  $i$ 。

将 (2.3.7) 式除以约化普朗克常数，得：

$$F = m_r a - i\omega_c \quad (2.3.10)$$

上式为复力，右边第一项为牛顿力（静质量力），第二项应该为电力。

将 (2.3.7) 式展成四元数形式，有：

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{f}_0 + \vec{\mathbf{f}} = \mathbf{f}_0 + f_1 \vec{\mathbf{i}} + f_2 \vec{\mathbf{j}} + f_3 \vec{\mathbf{k}} \\ &= |F| \cos \varphi + \vec{\mathbf{i}} |F| \cos \gamma \sin \varphi + \vec{\mathbf{j}} |F| \cos \alpha \sin \varphi + \vec{\mathbf{k}} |F| \cos \beta \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

其中  $\varphi, \gamma, \alpha, \beta$  为别为复矢量与能量维、时间维、空间维、色维的夹角。上式右边第一项为引力，第二项为弱力，其三项为电力，第四项为色力。

根据 (2.3.7) 式及复数规则，有：

$$E^2 = E_r^2 + (\hbar \omega_c)^2 \quad (2.3.9)$$

上式为 G 波粒能方程。

(2.3.7) 式和 (2.3.9) 式的实部反应了粒子态的宏观特性，虚部反应了波动态的量子特性。这两个式子把既对立又统一且相互转化的粒子态和波动态以及宏观态和量子态紧密联系在一起。

### 3 波粒量子态[4]

设粒子态为  $|1\rangle$ ，波（场）态为  $|2\rangle$ ，它们是等价的，具有相同的能量  $E_0$ ，这意味着，在哈密顿矩阵中的对角元应为  $H_{11} = H_{22} = E_0$ 。因粒子态与波（场）态有转化，所以，有： $H_{12} = H_{21} = A \neq 0$ ，（A 为小于零的实数）。于是我们得到粒子波的薛定谔方程为：

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 & A \\ A & E_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

写成分量形式为：

$$i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} = E_0 C_1 + A C_2 \quad (3.2)$$

$$i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} = E_0 C_2 + A C_1 \quad (3.3)$$

上两式相加减得：

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (C_1 \pm C_2) = (E_0 \pm A)(C_1 \pm C_2) \quad (3.4)$$

$$\text{令 } C_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (C_1 \pm C_2) \quad (3.5)$$

$$\text{得： } i\hbar \frac{\partial C_{\pm}}{\partial t} = (E_0 \pm A) C_{\pm} \quad (3.6)$$

$$\text{即： } i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 + A & 0 \\ 0 & E_0 - A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

上式的哈密顿本征值是  $E_0 \pm A$ ，它相应的本征矢为：

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle \pm |2\rangle)$$

$$\text{即： } \langle \psi | \pm \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle \psi | 1 \rangle \pm \langle \psi | 2 \rangle) \quad (3.8)$$

$$C_{\pm}(t) = C_{\pm}(0) e^{-i(E_0 \pm A)t/\hbar} \quad (3.9)$$

上式看出： $C_{\pm}(t)$  是定态概率幅。将上式带入下式

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-) \quad (3.10)$$

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ - C_-) \quad (3.11)$$

$$\text{得: } C_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}C_+(0)e^{-i(E_0+A)t/\hbar} + C_-(0)e^{-i(E_0-A)t/\hbar} \quad (3.12)$$

$$C_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}C_+(0)e^{-i(E_0+A)t/\hbar} - C_-(0)e^{-i(E_0-A)t/\hbar} \quad (3.13)$$

上两式看出,  $C_1(t)$ 、 $C_2(t)$  不是定态。设  $t=0$ , 系统处于纯  $C_1$  (粒子) 态, 即:

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[C_+(0) + C_-(0)] = 1 \quad (3.14)$$

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}[C_+(0) - C_-(0)] = 0 \quad (3.15)$$

$$\text{由此得: } C_+(0) = C_-(0) = 1/\sqrt{2} \quad (3.16)$$

带入 (3.12) (3.13) 得:

$$C_1(t) = e^{-iE_0t/\hbar} \cos \frac{At}{\hbar} \quad (3.17)$$

$$C_2(t) = -ie^{-iE_0t/\hbar} \sin \frac{At}{\hbar} \quad (3.18)$$

将上两式带入 (3.5) 得态函数:

$$\begin{aligned} C_{\pm}(t) &= C_1(t) + C_2(t) \\ &= e^{-iE_0t/\hbar} \left( \cos \frac{At}{\hbar} - i \sin \frac{At}{\hbar} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

上式的实部体现出粒子态, 虚部体现出波 (场) 态。系统处于 1 (粒子) 态、2 (波) 态的概率分别为:

$$P_1(t) = \cos^2 \frac{At}{\hbar} \quad (3.20)$$

$$P_2(t) = \sin^2 \frac{At}{\hbar} \quad (3.21)$$

把上式中的概率表达式去短时间的近似, 则有:

$$P_1(t) = 1 - \left( \frac{At}{\hbar} \right)^2 \quad (3.22)$$

$$P_2(t) \approx \left( \frac{At}{\hbar} \right)^2 \quad (3.23)$$

$\frac{A}{\hbar}$  是单位时间量子跃迁的概率幅。



#### 4 结束语

粒子性和波动性是同一种物质的两种存在状态。本文建立的 G 波粒能复方程及 G 波粒能方程将既对立又统一且相互转化的宏观态与量子态以及粒子态与波动态紧密联系在一起。当粒子运动速度趋于零时，该方程自动变为相对论方程；当粒子运动速度趋于光速时，该方程自动等于量子力学方程，从而真正将爱因斯坦的相对论与普朗克的量子力学有机统一起来，形成了对客观世界的全面完整的定量描述。

#### 参考文献

- [1]杜东升 杨茂志 粒子物理导论 北京 科学出版社 2015 年 P194
- [2][英]Gordon Fraser 21 世纪新物理学 北京 科学出版社 2010 年 P210
- [3]梁铨廷 物理光学 北京 电子工业出版社 2012 年 第四版 P74
- [4]赵凯华 罗蔚茵 量子物理 北京 高等教育出版社 2011 第三版 P76