

Retardation of a sudden disturbance due to nuclear energy source on the solar rotation on the main sequence

Li Lin-Sen

School of Physics, Northeast Normal University

Email: dbds-lls@163.com

Abstract

Retardation of expanding or contracting solar model due to a sudden increase in the rate of nuclear energy generation on the solar angular velocity is studied. According to the increase of solar radius due to the disturbance of energy generation and the principle of angular momentum conservation, mass loss, changes of radius and the angular velocity in the five evolutionary stages in the time of relaxation 5×10^5 are calculated. The calculated results are listed in the Table. The results obtained are discussed.

Keywords

Solar interior; nuclear energy disturbance; radius enlarge; angular rotation slow-down

Subject Areas Math & Physics

太阳在主序阶段内部核能扰动引起的膨胀或收缩对自转减速的影响

李林森

东北师范大学物理学院，长春

Email: dbds-lls@163.com

收稿日期：2017年2月27日；发布日期：2017年3月1日

摘要

文中研究了太阳内部能量（核能）突然改变使半径增大后对自转角速减速的影响。根据太阳内部能源扰动模型和角动量守恒原理计算了在内部能量扰动时的弛豫时间 5×10^5 年内在5个演化阶段质量损失，半径改变及自转角速减慢的数值。计算的数值结果在表1中给出。最后讨论了给出的结果。

关键词

太阳内部能量扰动；半径改变；自转角速减慢

1.引言

作者在前文【1】给出了太阳在主序前半程质量流失对自转角速减慢的影响，但该文是在太阳稳定平衡和能量无扰动模型时给出的理论结果。然而，按 Opik 提出的内部能量产生扰动理论，不仅对半径产生影响，对自转角速也产生影响。【2-3】。这是因为在太阳内部核心（对

流核内) 氢转化氦的产能区核能积累一定时间会产生一次突然骚动, 核能增加的结果使体积增大(半径扩大), 光度减少。这结果又使得自转角速减慢。太阳内部核心产能积累一定时间突然产生骚动具有重复性, 按 Opik 估计每次能量积累骚动弛豫时间为 5×10^5 年, 这相当每隔 5×10^5 年太阳内部能量骚动一次。Opik 在文【2-3】对太阳内部核心能量突然骚动理论做了详细研究并将这理论用于对地球的冰河期的解释, 但他没有讨论对太阳自转产生的影响, 文【4】也引用 Opik 的理论讨论了地球冰河期形成的原因, 但也没有讨论此理论对太阳自转产生的影响。本文在这方面做了定量研究和计算。

1. 太阳在主序阶段膨胀和收缩时半径的改变有关 Opik 理论

太阳在主序阶段因体积有时膨胀或收缩半径随时间也会改变。根据太内部骚动模型, 只要内部能量(核能)突然改变, 模型的物理性质, 如光度, 半径也随之改变。太阳的这种非平衡态的骚动模型已由 Opik 详细研究过^[2-3]。他假定太阳内部对流核内能量 E 产生的公式是可变的,

$$\text{即} \quad E = C(1 + \lambda)\rho_c T_c^S. \quad (1)$$

式中 ρ_c 和 T_c 分别表示太阳中心处的密度和温度, S 表示温度指数, λ 表示从 0 到有限值突然改变的骚动参数。 $\lambda > 0$ 表示模型膨胀; $\lambda < 0$ 表示模型收缩。平衡态时(元骚动) $E_0 = C\rho_c T_c^S$ 。可见 E_0 是平衡态无骚动时生成的能量。 $E > E_0$ (膨胀); $E < E_0$ (收缩)

$$\rho_c \propto \frac{1}{R^3}, \quad T \propto \frac{1}{R}. \quad (2)$$

将此代人(1)式后可写成

$$E = E_0(1 + \lambda)\left(\frac{R_0}{R}\right)^{S+3}. \quad (3)$$

Opik 得到 E 和 E_0 两者之差和在模型内部产生的总引力能 H 的关系

$$H = -2(E - E_0). \quad (4)$$

而势能 Ω 的公式是

$$\Omega = \frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}. \quad (5)$$

而引力能 H 和势能 Ω 之间的关系是

$$H = \left(\frac{\gamma - \frac{4}{5}}{\gamma - 1}\right) \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{dt} \quad (\text{对于太阳 } \gamma = \frac{5}{3}) \quad (6)$$

根据(4)式和(6)式

$$H = -2(E - E_0) = \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{dt}. \quad (7)$$

由(5)式可知

$$\Omega = \Omega_0 \left(\frac{R_0}{R}\right). \quad (8)$$

因此
$$\frac{R_0}{R^2} \frac{dR}{dt} = \frac{1}{\Omega_0} \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{4}{\Omega_0} (E - E_0)$$

将 (3) 式代入上式得

$$\frac{R_0}{R^2} \frac{dR}{dt} = \frac{4E_0}{\Omega_0} \left\{ (1 + \lambda) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{S+3} - 1 \right\}. \quad (9)$$

这是太阳在骚动模型时半径随时间变化的微分方程式。Opik 解此方程，他设

$$x = \frac{R}{R_0} - 1. \quad (10)$$

并假定保留对 x 和 λ 的一阶部分，得到 x 的微分方程

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4E_0}{\Omega_0} [\lambda - (S+3)x]. \quad (11)$$

利用初始条件 $t=0$ 时 $x = 0$ 积分此方程得到解

$$x = \frac{\lambda}{(S+3)} (1 - e^{-t/t_0}). \quad (12)$$

式中

$$t_0 = \Omega_0 / 4E_0 (S+3).$$

t_0 代表骚动的弛豫时间。

Opik 取太阳光度 $L_0 = \dot{E} = 3.8 \times 10^{33}$ erg/s, 势能 $\Omega = 4 \times 10^{48}$, $S = 15$ 得到 $t_0 = 4.4 \times 10^5$ 年. 光度衰变的公式是^[21]

$$L - E_0 = -\lambda E_0 e^{-t/t_0}.$$

当 E_0 是平衡态 (无骚动) 时的能量, $E_0 = L_0$ (平衡态时的光度)^[21]

上式给出骚动时的光度公式是

$$L = L_0 (1 - \lambda e^{-t/t_0}). \quad (13)$$

3 太阳半径的改变对太阳自转变化的影响

作者在文【1】中利用太阳角动量守恒公式 $\frac{dJ}{dt} = \frac{2}{3} \omega R^2 \frac{dM}{dt}$ ($J = KMR^2\Omega$) 给出太阳自转角速度随时间变化的微分方程式

$$\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{1}{3K} - 1 \right) \frac{1}{M} \frac{dM}{dt} - \frac{2}{R} \frac{dR}{dt}.$$

积分此方程后给出

$$\ln \frac{\omega}{\omega_0} = \ln \left(\frac{M}{M_0} \right)^{N-1} - \ln \left(\frac{R}{R_0} \right)^2.$$

$$\text{即 } \omega = \omega_0 \left(\frac{M}{M_0} \right)^{N-1} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-2}$$

式中 $N = \frac{2}{3K}$

作者在【1】中按太阳多层球指数 $n = 1.5$, $\gamma = \frac{5}{3}$ 有

$$\frac{1}{K} = \frac{3}{2}(n + \frac{5}{2}) = 6, \quad \frac{2}{3K} = 4, \quad \text{即 } N - 1 = 3$$

所以

$$\omega / \omega_0 = \left(\frac{M}{M_0}\right)^3 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^3 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2. \quad (14)$$

$$\delta\omega / \omega_0 = \left[\left(\frac{M}{M_0}\right)^3 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} - 1\right]. \quad (15)$$

首先给出 R/R_0 的式子。

将 (10) 式代入 (12) 式 给出

$$\frac{R}{R_0} - 1 = \left(\frac{\lambda}{S+3}\right)(1 - e^{-t/t_0}).$$

$$\text{故 } R/R_0 = 1 + \left(\frac{\lambda}{S+3}\right)(1 - e^{-t/t_0}). \quad (16)$$

$$\delta R/R_0 = \left(\frac{\lambda}{S+3}\right) \frac{1}{R_0} (1 - e^{-t/t_0}). \quad (17)$$

再求 $\frac{M}{M_0}$ 的式子, 利用能量转换辐射光度 L 公式

$$c^2 \frac{dM}{dt} = -L \quad (18)$$

c 为光速。

将 (11) 式代人 (18) 式

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{L_0}{c^2} (1 - \lambda e^{-t/t_0}).$$

$$\text{积分此式 } \int_{M_0}^M dM = -\frac{L_0}{c^2} \left[\int_0^t dt - \int_0^t \lambda e^{-t/t_0} dt \right].$$

$$M - M_0 = -\frac{L_0}{c^2} [t + \lambda t_0 (e^{-t/t_0} - 1)]$$

$$\text{因此 } \frac{M}{M_0} = 1 - \frac{L_0}{c^2 M_0} [t + \lambda t_0 (e^{-t/t_0} - 1)] \quad (19)$$

$$\delta M / M_0 = -\frac{L_0}{c^2 M_0} \left[t + \lambda t_0 (e^{-t/t_0} - 1) \right]. \quad (20)$$

文【2】取 $\lambda=0.5$ ，指数 $S=15$ ， $c^2 = 8.9875 \times 10^{20}(\text{cm/t})^2$ 。对于太阳 $L_0=3.826 \times 10^{33}(\text{erg/s})$ ， $M_0=1.989 \times 10^{33}\text{g}$ ， $R_0=6.9599 \times 10^{10}\text{cm}$ [5]， $t_0=4.4 \times 10^5$ 年。

将以上数据代人（16）-（17）式和（18）-（19）式得到 M/M_0 ， $\delta M/M_0$ 和 R/R_0 ， $\delta R/R_0$ ，然后分别代人（14）-（15）式得到 ω/ω_0 和 $\delta\omega/\omega_0$ 的数值，如表1所列。

表1 太阳在主序阶段内部能量骚动使体积膨胀在5个演化阶段对自转角速减慢的数值

$t \times 10^5$	M / M_0	$\delta M / M_0 \times 10^9$	R / R_0	$\delta R / R_0$	ω / ω_0	$\delta\omega / \omega_0$
0	1	0	1	0	1	0
1	0.999999997	-1	1.0056	+0.0056	0.9889	-0.111
2	0.999999993	-7	1.0104	+0.0104	0.9795	-0.0205
3	0.999999988	-12	1.0137	+0.0137	0.9732	-0.0268
4	0.999999985	-15	1.0166	+0.166	0.9676	-0.0324
5	0.999999964	-54	1.0188	+0.0188	0.9634	-0.0365

表中 $M_0=1.989 \times 10^{33}\text{g}$ ， $R_0=6.9599 \times 10^{10}\text{cm}$ ， $\omega = 2.865 \times 10^{-5}\text{rad/s}$ 。

2.讨论

- （1）文中时间起点是从能量平衡态过度到骚动模型开始时为时间起点。零的脚标表示能量平衡态（无骚动）的物理量。
- （2）从表中的数值可以看到，质量随时间逐渐减少，但此文中的质量损失同前文【1】在性质上并不一样。前文【1】中的质量损失是在太阳内部产能平衡态时的质量损失，而本文中的质量损失是在产能骚动后的质量损失。
- （3）从表的数值可知，太阳的半径在能量骚动后随时间逐渐增大，即体积逐渐膨胀。
- （4）从表中的数值可以推论，太阳在能量骚动后自转角速度逐渐变慢。这种变慢是在骚动模型中出现的，而前文【1】是在能量平衡态给出的。
- （5）本文研究的太阳因内部能量突然改变造成的自转角速的减慢是太阳自转演化史的一部分。对于过去的自转演变史，也是有快速减慢，如文【6】推算在30亿年前自转角速为现在的4倍。文【7】用太阳中微子模型给出的过去太阳的半径由 $R=0.95R_0$ 增大到现在的数值 $R=R_0$ ，这表示自转也是由快减慢的趋势。

参考文献

- 【1】李林森，天文与天体物理，2015，3，19。
- 【2】E.J.Opik, Mon,Not,Roy Astron, Soc,1950, 110(1), 49
- 【3】E.J.Opik, Irish Astron.J, 1967. 12, 253
- 【4】蒋窃光，徐振韬，紫金山天文台台刊，1985，4（3），8
- 【5】C.W Allen, Astrophysical Quantities. The Athlone University of London,1973,171,180
- 【6】费森柯夫，马赛维奇，天文学报，1953，1（1），87（陈彪译）

- 【7】 P. Pochoda & H. Reeves, Planet Space Sci, 1964, 12, 119