Accurate expression of the mass of charged leptons and neutrinos

Liu BingZhuo
Fundamental constants Study room, Chifeng, China
Email: elyou3@163.com

Abstract

Through the long-term extensive research on the experimental data of the fundamental physical constants and the mass of elementary particles such as charged leptons and neutrinos, the present study defines the source of "generation" difference generated from leptons, which thereby allows the accurate expression of the lepton mass to be derived. It is particularly important to point out that the data at the best fitting point $\Delta m_{32}^2 = 1.59\cdot10^{-3}$ eV^2 obtained in *"Study of the wave packet treatment of neutrino oscillation at Daya Bay"* reached an accuracy of 96%.

Keywords

charged lepton; neutrino oscillation; lepton mass; neutrino mass; fine structure constant; conjugated

Subject Areas Math & Physics

带电轻子与中微子的质量的精确表达

刘柄灼
基本常数研究室，中国，赤峰
Email: elyou3@163.com

收稿日期：2017 年 6 月 30 日；发布日期：2017 年 7 月 4 日

摘　要

通过对基本物理常数以及带电轻子和中微子等基本粒子的质量的实验数据进行长期而广泛地研究，本文定义了轻子产生“代”际差别的源，从而导出了轻子质量的精确表达式. 特别需要指出的是在《 Study of the wave packet treatment of neutrino oscillation at Daya Bay 》中所得到的最佳拟合点数据$\Delta m_{32}^2 = 1.59\cdot10^{-3}$ eV^2，已经达到了 96%的精度.

关键词

带电轻子；中微子振荡；轻子质量；中微子质量；精细结构常数；共轭

我们知道，物理学是一门高度定量化的学科，任何实验数据都要得到重视，而各种实验数据背后的深刻联系，也许正是科学规律本身. 例如牛顿第二定律即是在总结大量的实验数据的

基础上发现的.

众所周知，带电轻子的质量是粒子物理标准模型的自由参数，必须通过实验来获得. 而中微子的质量更是超出了标准模型之外. 还有一些基本的物理常数也是需要实验来测量. 那么，这些常数之间有着怎样的深刻联系呢？目前，标准模型还不能回答. 不过，随着技术的发展与进步，人类获取这些常数的实验精度也在不断地提高. 这使得我们有理由通过量纲分析、数量级估算以及级数修正等方法，可以而且也能够找到这些基本常数之间的深刻联系. 然后，也许就可以“倒逼”一个免自由参数的“标准模型”出来.

1.带电轻子质量的精确表达式

带电轻子质量的最新(2016)实验值[1]分别是:

$m_e = 0.5109989461(31)$ MeV,

$m_\mu = 105.6583745(24)$ MeV,

$m_\tau = 1776.86(12)$ MeV.

假设电子是带电轻子的基态，μ 子、τ 子是共轭激发态. Θ_μ 是 m_τ/m_e 与 m_μ/m_e 的差，Ξ_μ 是带电轻子产生“代”际差别的源，则有:

$$\Theta_\mu = \frac{m_\tau}{m_e} - \frac{m_\mu}{m_e} = \frac{\left(\sqrt{m_\tau} - \sqrt{m_\mu}\right)\left(\sqrt{m_\tau} + \sqrt{m_\mu}\right)}{m_e} = \frac{8\pi}{\sqrt{3}\alpha}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}, \tag{1}$$

$$\Xi_\mu = \frac{\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} - \sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}}{\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} + \sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}} = \frac{\sqrt{m_\tau} - \sqrt{m_\mu}}{\sqrt{m_\tau} + \sqrt{m_\mu}} = \left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\right)^{-1}. \tag{2}$$

其中 $\alpha = 1/137.035999139(31)$[2]是精细结构常数;

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \cdots. \tag{3}$$

计算式(1)、(2)可得:

$$\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{3}\alpha}}\left(\frac{\pi^2}{6} + 1\right), \tag{4}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013 | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 30 June 2017, publ: 4 July 2017

$$\sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{3}\alpha}}\left(\frac{\pi^2}{6}-1\right). \tag{5}$$

很显然:

$$\frac{m_\tau}{m_\mu}=\frac{\left(\frac{\pi^2}{6}+1\right)^2}{\left(\frac{\pi^2}{6}-1\right)^2}=16.818957\cdots. \tag{6}$$

与实验值的比值为: 0.999885. 而式(4)、(5)正是二次方程

$$m_i-\frac{\pi^2}{6}\sqrt{\frac{8\pi m_e}{\sqrt{3}\alpha}}\sqrt{m_i}+\frac{2\pi}{\sqrt{3}\alpha}\left[\left(\frac{\pi^2}{6}\right)^2-1\right]m_e=0,\quad (i=\mu,\tau). \tag{7}$$

的两个根. 代入 Koide 公式[3]可得到:

$$\frac{m_e+m_\mu+m_\tau}{\left(\sqrt{m_e}+\sqrt{m_\mu}+\sqrt{m_\tau}\right)^2}=\frac{1+\frac{m_\mu}{m_e}+\frac{m_\tau}{m_e}}{\left(1+\sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}+\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}}\right)^2}=\frac{\frac{4\pi}{\sqrt{3}\alpha}\left[\left(\frac{\pi^2}{6}\right)^2+1\right]+1}{\left(\sqrt{\frac{2\pi^5}{9\sqrt{3}\alpha}}+1\right)^2}=\frac{2}{2.99997589469}. \tag{8}$$

而如果按 Koide 公式:

$$\frac{m_e+m_\mu+m_\tau}{\left(\sqrt{m_e}+\sqrt{m_\mu}+\sqrt{m_\tau}\right)^2}=\frac{2}{3}, \tag{9}$$

则:

$$\sqrt{\alpha}=\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}\left(\frac{4\pi^2}{3\sqrt{2}}-\sqrt{\pi^4-12}\right)=\frac{1}{\sqrt{136.952483\cdots}}. \tag{10}$$

显然, 与精细结构常数 α 的实验值偏离太多. 计算式(4)、(5)可得:

$$\frac{m_\tau}{m_e}=3477.63191135,$$

$$\frac{m_\mu}{m_e}=206.768581089.$$

与实验值的比值分别为: 0.999884 和 0.9999985565.

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013 | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 30 June 2017, publ: 4 July 2017

2.中微子质量的精确表达式

目前，中微子振荡的实验值有太阳中微子实验测得的[1]:

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5}\ \text{eV}^2 \tag{11}$$

和大气中微子实验测得的[1]:

$$\Delta m_{32}^2 = m_3^2 - m_2^2 = (2.44 \pm 0.06) \times 10^{-3}\ \text{eV}^2\ \ \text{(normal mass hierarchy)} \tag{12-a}$$

$$\Delta m_{23}^2 = m_2^2 - m_3^2 = (2.51 \pm 0.06) \times 10^{-3}\ \text{eV}^2\ \ \text{(inverted mass hierarchy)} \tag{12-b}$$

而大气中微子实验不能确定 m_2 和 m_3 哪个更重，因此被称为质量顺序(等级)问题.

我们知道，中微子振荡的质量本征态 m_1、m_2、m_3 与中微子的味道本征态 ν_e、ν_μ、ν_τ 并不是一一对应的，而是相互之间“你中有我、我中有你”. 但是，本文认为中微子振荡的质量本征态 m_1、m_2、m_3 已经给出了 ν_e、ν_μ、ν_τ 三种中微子可能的质量范围(量级). 在公式(1)、(2)的启示下，应该可以找到中微子的质量表达式.

因而本文试着假设，如果质量顺序为正序，则ν_e 对应 m_1；如果质量顺序为反序，则ν_e 对应 m_3. 通过对基本的物理常数进行长期大量的研究与计算，笔者事先已经得到电子中微子ν_e的质量(另文给出): $m_{\nu_e} = 0.00249988$ eV. 把此数值分别按正序与反序代入式(11)、(12)可算得:

正序:

$m_2 = 0.00903$ eV,

$m_3 = 0.0502$ eV;

反序:

$m_2 = 0.0502$ eV,

$m_1 = 0.0494$ eV.

同样，假设电子中微子是基态，μ 中微子、τ 中微子是共轭激发态. Θ_ν 是 m_{ν_τ}/m_{ν_e} 与 m_{ν_μ}/m_{ν_e} 的差，Ξ_ν 是中微子产生“代”际差别的源. 通过与带电轻子质量的精确表达式(1)、(2)进行类比，其中正序可以很容易地得到(反序却得不到):

$$\Theta_\nu = \frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}} - \frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}} = \frac{\left(\sqrt{m_{\nu_\tau}} - \sqrt{m_{\nu_\mu}}\right)\left(\sqrt{m_{\nu_\tau}} + \sqrt{m_{\nu_\mu}}\right)}{m_{\nu_e}} = \frac{8\pi}{108\alpha}\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}, \tag{13}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013 | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 30 June 2017, publ: 4 July 2017

$$\Xi_{\nu}=\frac{\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}}-\sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}}{\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}}+\sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}}=\frac{\sqrt{m_{\nu_\tau}}-\sqrt{m_{\nu_\mu}}}{\sqrt{m_{\nu_\tau}}+\sqrt{m_{\nu_\mu}}}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}. \tag{14}$$

其中

$$\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{1}{4}\zeta(2)=\frac{\pi^2}{24}=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{6^2}+\cdots+\frac{1}{(2n)^2}+\cdots. \tag{15}$$

计算式(13)、(14)可得:

$$\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}}=\sqrt{\frac{2\pi}{108\alpha}}\left(1+\frac{\pi^2}{24}\right), \tag{16}$$

$$\sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}=\sqrt{\frac{2\pi}{108\alpha}}\left(1-\frac{\pi^2}{24}\right). \tag{17}$$

很显然:

$$\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\mu}}=\frac{\left(1+\frac{\pi^2}{24}\right)^2}{\left(1-\frac{\pi^2}{24}\right)^2}=5.74528539\cdots. \tag{18}$$

而式(16)、(17)正是二次方程

$$m_j-\sqrt{\frac{8\pi m_{\nu_e}}{108\alpha}}\sqrt{m_j}+\frac{2\pi}{108\alpha}\left[1-\left(\frac{\pi^2}{24}\right)^2\right]m_{\nu_e}=0,\quad (j=\nu_\mu,\nu_\tau). \tag{19}$$

的两个根. 类比 Koide 公式可得到:

$$\frac{m_{\nu_e}+m_{\nu_\mu}+m_{\nu_\tau}}{\left(\sqrt{m_{\nu_e}}+\sqrt{m_{\nu_\mu}}+\sqrt{m_{\nu_\tau}}\right)^2}=\frac{1+\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}+\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}}{\left(1+\sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}+\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}}\right)^2}=\frac{\frac{\pi}{27\alpha}\left[1+\left(\frac{\pi^2}{24}\right)^2\right]+1}{\left(\sqrt{\frac{2\pi}{27\alpha}}+1\right)^2}=\frac{4}{8.99814551561}. \tag{20}$$

而如果:

$$\frac{m_{\nu_e}+m_{\nu_\mu}+m_{\nu_\tau}}{\left(\sqrt{m_{\nu_e}}+\sqrt{m_{\nu_\mu}}+\sqrt{m_{\nu_\tau}}\right)^2}=\frac{4}{9}, \tag{21}$$

则:

$$\sqrt{\alpha}=\sqrt{\frac{\pi}{25}}\left(\sqrt{\frac{32}{27}}-\sqrt{1-\frac{5\pi^4}{3\cdot 24^2}}\right)=\frac{1}{\sqrt{136.752603\cdots}}. \tag{22}$$

同样, 与精细结构常数 α 的实验值偏离太多, 而且与式(10)也不相等. 因此, Koide 公式(9)与式(21)如果不是巧合, 就只可能是某种对称性被破缺. 计算式(16)、(17)可得:

$$\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}=15.8777349621,$$

$$\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}=2.763611182 93.$$

把 $m_{\nu_e}=0.00249988\ \text{eV}$ 代入, 可得:

$$m_{\nu_\mu}=0.00690870\,\text{eV},$$
$$m_{\nu_\tau}=0.0396925\,\text{eV},$$

且

$$m_{\nu_\mu}{}^2-m_{\nu_e}{}^2=4.14808\times10^{-5}\ \text{eV}^2, \tag{23}$$
$$m_{\nu_\tau}{}^2-m_{\nu_\mu}{}^2=1.52776\times10^{-3}\ \text{eV}^2. \tag{24}$$

可见, 与太阳中微子实验以及大气中微子实验的正质量顺序, 在数量级上都拟合得非常好. 同时, 也在[4]的范围之内. 更是与[5]中的最佳拟合点数据 $\Delta m_{32}^2=1.59\cdot10^{-3}$ eV^2 达到 96%符合.

但是, 这里有一个问题, 式(4)、(5)是带电轻子已经确定味道的质量表达式, 而式(16)、(17)则是假设了中微子振荡的质量本征态与中微子的味道本征态产生对应后, 类比式(1)、(2)、(4)、(5)而得到的. 这其中涉及到两个假设. 在笔者看来, 前者只是借鉴了中微子可能的质量范围(量级), 而类比式(1)、(2)、(4)、(5)才是核心. 所以, 本文认为式(16)、(17)确系中微子质量的精确表达式. 同时, 也可以据此确定中微子振荡的质量顺序应该为正序, 且不存在惰性中微子等其他类型的中微子.

到此, 本文给出了轻子质量的精确表达式(4)、(5)、(16)、(17). 而对于电子和电子中微子的质量的精确表达式, 涉及到其他的一些基本物理常数, 将在另文给出. 另外, 从公式(1)、(2)和公式(13)、(14)的展开式中, 似乎可以看出中微子是否是马约拉纳费米子以及看到 CP 破坏

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013 | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 30 June 2017, publ: 4 July 2017

的影子.

致谢

感谢那些测量基本常数的所有科学家以及工作人员!

参考文献

[1] C. Patrignani *et al*. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 40, 100001 (2016): Leptons; Neutrino Mixing, http://pdg.lbl.gov/2016/tables/rpp2016-sum-leptons.pdf

[2] Physical Constants, http://pdg.lbl.gov/2016/reviews/rpp2016-rev-phys-constants.pdf

[3] Y. Koide, SU(5)-Compatible Yukawaon Model, Eq. (3.9). IJMP A, 27 (2012) 1250028. ar-Xiv: 1106.0971 [hep-ph], DOI: 10.1142/S0217751X12500285.

[4] M. C. Gonzalez-Garcia and Y. Nir, Neutrino Masses and Mixing: Evidence and Implications, Eq. (166); Eq. (224); Eq. (225). Rev. Mod.Phys. 75:345-402, 2003. arXiv: hep-ph/0202058 , DOI: 10.1103/RevModPhys.75.345.

$$2.4\times10^{-5} < \Delta m_{21}^2/\mathrm{eV}^2 < 2.4\times10^{-4}\text{ , (LMA)},$$

$$1.4\times10^{-3} < \Delta m_{32}^2/\mathrm{eV}^2 < 6.0\times10^{-3}\text{ ;}$$

$$1.4\times10^{-3}\ \mathrm{eV}^2 < \Delta m_{\mathrm{atm}}^2 < 6\times10^{-3}\ \mathrm{eV}^2\text{ ,}$$

$$2.4\times10^{-5}\ \mathrm{eV}^2 < \Delta m_{\odot}^2 < 2.4\times10^{-4}\ \mathrm{eV}^2\text{ , (LMA).}$$

[5] F. P. An, A. B. Balantekin, H. R. Band, *et al*. (217 additional authors not listed). Study of the wave packet treatment of neutrino oscillation at Daya Bay, Eq. (23). Preprint submitted to Physics Letters B, August 8, 2016. arXiv: 1608.01661 [hep-ex].

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013 | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 30 June 2017, publ: 4 July 2017