

电场、磁场、电磁场中光子的性质和传播形式

陈军利

西北工业大学电子信息学院，西安

收稿日期：2023年7月16日；发布日期：2023年7月18日

摘要

目前典型的光子产生机制是原子核外电子在不同的能级之间跃迁产生的，可以认为光子是一种带有电子特性(负电荷)的微粒子。量子力学认为传递电磁作用的媒介子为光子，本文通过对比认为：光子的直线传播形成电场，光子的环形传播形成磁场，光子的圆柱螺旋线传播形成电磁场。电场和磁场是光子不同运动形式的表现。电场、磁场、电磁场对处于场中的带电粒子有力的作用，带电粒子带负电时，这个力的方向与光子的运行方向相反，带电粒子失去电子带正电时，这个力的方向与光子的运行方向相同，带电粒子受力的大小与带电粒子与场中光子相遇处，带电粒子电量和场中对应点光子电量的乘积成正比。

关键词

电场，磁场，电磁场，光子

Properties and Propagation Forms of Photons in Electric Field, Magnetic Field and Electromagnetic Field

Junli Chen

School of Electronic Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an

Received: Jul. 16th, 2023, published: Jul. 18th, 2023

Abstract

The current typical photon generation mechanism is the transition of electrons outside the nucleus between different energy levels. It can be considered that photon is a kind of particle with electronic characteristics (negative charge). Quantum mechanics thinks that the mediator that transmits electromagnetic effects is photon, and this paper considers by comparison: the linear propagation of photon forms an electric field, the circular propagation of photon forms a magnetic field, and the cylindrical helical propagation of photon forms an electromagnetic field. Electric and

magnetic fields are manifestations of different motion forms of photons. The electric field, magnetic field, and electromagnetic field have a forceful effect on the charged particles in the field. When the charged particle is negatively charged, the direction of this force is opposite to that of the photon. When the charged particle loses electrons and becomes positively charged, the direction of this force is the same as that of the photon. In the same direction, the magnitude of the force on the charged particle is proportional to the product of the electric charge of the charged particle and the electric charge of the photon at the corresponding point in the field at the place where the charged particle meets the photon in the field.

Keywords

Electric Field, Magnetic Field, Electromagnetic Field, Photon

1. 基本粒子和量子场论

量子场论[1]是研究基本粒子的结构、相互作用和运动转化规律的理论。按照量子场论的观点，每一类型的粒子都由相应的量子场描述，粒子之间的相互作用就是这些量子场之间的耦合，而这种相互作用是由规范场量子传递的。

基本粒子[2]分为夸克、轻子和传播子三大类。在量子场论的理论框架下，这些基本粒子可以作为点粒子来处理。基本粒子是组成各种各样物体的基础，基本粒子要比原子、分子小得多。质子、中子的大小，只有原子的十万分之一。而轻子和夸克的尺寸更小，还不到质子、中子的万分之一。光子、胶子是无质量的，电子质量很小。基本粒子和规范场理论十分成功地描述了粒子及其相互作用。所有的基本粒子都是共振态。

玻色子[3]是一类在粒子之间起媒介作用、传递相互作用的传播子[4] [5] [6] [7] [8]。自然界一共存在四种相互作用，因此也可以把规范玻色子分成四类。引力子传递引力相互作用；光子传递电磁相互作用；W及Z玻色子传递弱相互作用；胶子传递强相互作用。

光子[9]传递电磁相互作用，也就是说电磁相互作用是通过交换光子而实现的。

2. 光子

基本粒子和量子力学理论认为：光子是传递电磁相互作用的媒介子，是一种规范玻色子。光子是电磁辐射的载体，光子的静止质量为零，在真空中的传播速度是光速。与其他量子一样，光子具有波粒二象性，光子能够表现出经典波的折射、干涉、衍射等性质；而光子的粒子性可由光电效应证明。光子只能传递量子化的能量，是点阵粒子。带电粒子通过发射或吸收光子而发生相互作用。

光子简称光子[10]，1905年由爱因斯坦提出，1926年由美国物理化学家吉尔伯特·路易斯正式命名。爱因斯坦指出：光子的能量 ε 是和光的振动频率 ω 成正比的，并且可用下列等式表示

$$\varepsilon = h\omega \quad (1)$$

这里 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，是普朗克常数。爱因斯坦提出的光子如图1所示。

可以看出，爱因斯坦提出的光子和基本粒子中的光子是有区别的，基本粒子中的光子应该是图2中的微光子[11]，微光子以波的形式传播，它的一个周期形成一个单光子，单光子能量为普朗克常数 h ，传统的光子(爱因斯坦提出的光子)为单位时间1s的多个周期(频率)组成，其能量为 hf 。以下提到的光子均为微光子。

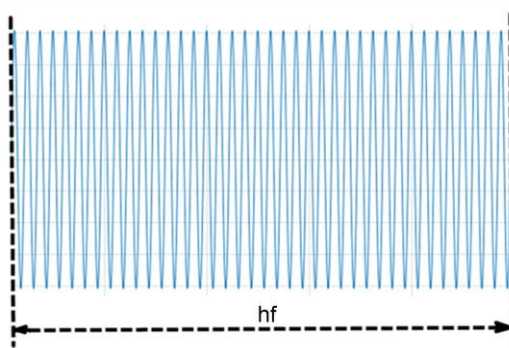


Figure 1. Photon in the traditional sense

图 1. 传统意义上的光子

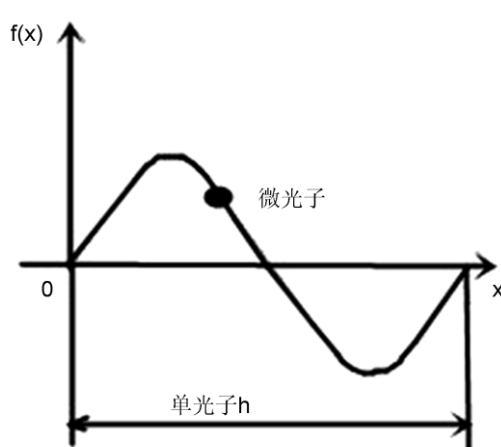


Figure 2. Microphoton

图 2. 微光子

3. 光子的产生吸收

3.1. 光的分类

光子的传输形成电磁波[12]，电磁波分为无线电波、红外线、可见光、紫外线、X射线、 γ 射线几种。

1) 无线电波一般是由导体内的自由电子被激发，在能量降低时发出。

2) 红外线、可见光、紫外线是由原子的价电子被激发到高能级后，向低能级跃迁时产生的。

3) X射线由原子的内层电子激发-跃迁产生。

4) γ 射线来自于原子核内部，在原子核内涉及到放射性衰变、核裂变、聚变等过程中，有电子的产生和消亡时，常有 γ 光子伴随产生。同时，在高等粒子的碰撞、衰变、正反粒子湮灭时也常常产生 γ 光子。

3.2. 典型的光子产生机理[13]

原子都是由原子核和核外电子构成，核外电子可以处在不同的能级，电子在自己的固定轨道上绕核旋转，如图 3。根据能量最低原理，电子总是首先填充能量较低的轨道，处于稳定的基态；当电子获得额外能量，它能够挣脱核的束缚，向高能轨道跃迁，处于不稳定的激发态。此时该电子可通过向外辐

射光子的形式降低自身能量回到基态，而光子的能量正好等于两个轨道能量之差。光的频率取决于电子跃迁的能级差。光子是光线中携带能量的粒子。在上述的时间反演过程中光子能够被吸收，此时分子、原子或原子核从低能级向高能级跃迁。

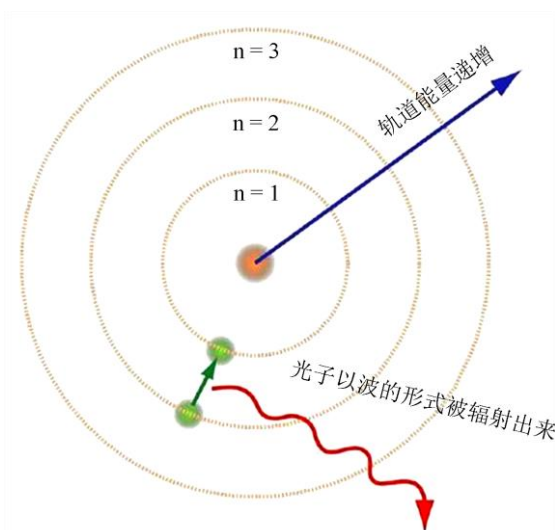


Figure 3. Photon generation
图 3. 光子的产生

3.3. 太阳光产生机理[14]

太阳辐射光子是因为在太阳内部发生了核反应，太阳内部的核聚变反应第一步是两个氘核聚变为氦核，并释放一个中微子和正电子，正电子遇到周围的电子，会湮灭为两个光子。同样，在氘核与氦核聚变的反应中，以及在氦核与其他元素参与的反应中，或多或少都会释放光子。但是，核聚变只在恒星中心的一小块区域内进行，这些光子一经产生，又会立刻被周围的原子吸收，而吸收光子的原子处于激发态，由于恒星内部活动剧烈，所以处于激发态的原子，又会立刻随机从一个方向释放光子。于是，恒星内部的光子就是这样，走一步被吸收，然后又被释放，一个光子在恒星中心产生，大约需要 1000 万年游走到恒星表面。另外，恒星中心的核聚变释放大量能量，这些能量的很大一部分会转变为内能。其中的内能会持续加热太阳表面物质，使太阳表面处于高温状态，根据黑体辐射规律，高温物体会释放各个波段的波长，太阳表面的温度为 5800 K，可以计算出辐射量最大的波长： $\lambda = 500 \text{ nm}$ ；这正是太阳光光谱中，能量密度最高的波长，处于可见光范围内。

3.4. 小结

微光子是电子发出的，应该具有电子类似的性质，是带负电荷的微粒子。

4. 静电场

4.1. 静电场[15] [16]的回顾

19 世纪 30 年代，英国科学家法拉第提出了“电荷的周围存在着由它产生的电场”这一观点，电场的基本性质是对放入其中的电荷有力的作用。这种力称为电场力。电荷间的作用总是通过电场进行的。法拉第还引入了电场线的概念。静电场是由静止电荷激发的电场。该静止电荷被称为场源电荷，简称为

源电荷。静电场的电场线起始于正电荷或无穷远，终止于无穷远或负电荷。静电场的电场线方向和场源电荷有着密切的关系。当场源电荷为正电荷时，该电场的电场线呈发散状；当场源电荷为负电荷时，该电场的电场线呈收敛状。根据库仑定律，两个点电荷之间的作用力跟它们的电荷量的乘积成正比，和它们距离的平方成反比，作用力的方向在它们的连线上，即

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2)$$

其中 q_1 、 q_2 为两电荷的电荷量(不计正负性)、 k 为静电力常量，约为 $9.0 \times 10^9 \text{ (N}\cdot\text{m}^2)/(\text{C}^2)$ ， r 为两电荷中心点连线的距离。

4.2. 静电场中的传播子

图 4 为微光子在静电场中的传播示意图，图中蓝色箭头代表微光子的传播方向。库伦定律可以理解为：场源电荷发出的微光子到达 r 处的数量和带电粒子在 r 处带电粒子的带电量乘积， k 为单个微光子与单个点电荷作用的常量。微光子带负电荷，当电场中的带电粒子带负电时，微光子和带电粒子互相排斥，作用力背向 q_1 ，当电场中的带电粒子失去电子带正电时，微光子和带电粒子互相吸引，作用力朝向 q_1 。

电场线反映了微光子的传播路径，只是微光子的传播方向与电场线方向相反。

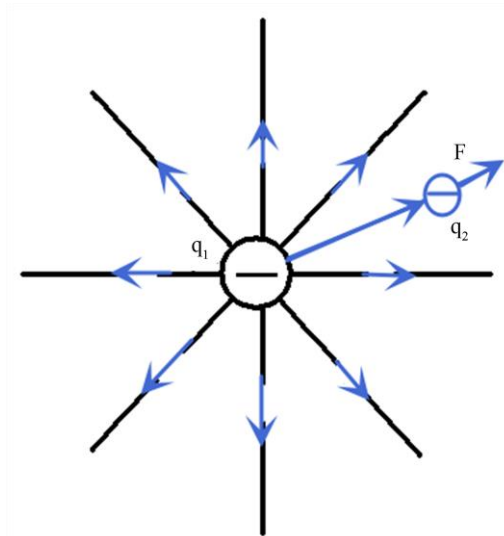


Figure 4. Charged particles in an electrostatic field
图 4. 静电场中的带电粒子

5. 感生电场(涡旋电场)

5.1. 感生电场[17] [18]的回顾

19 世纪 60 年代，英国物理学家麦克斯韦在他的电磁场理论中指出：变化的磁场能在周围空间激发电场，我们把这种电场叫感生电场，也叫感应电场或涡旋电场。感应电场的电场线是闭合的，没有起点、终点。电场线某点切线方向就是该点电场强度方向。方向：正电荷受电场力的方向与 E 相同，负电荷受电场力的方向与 E 相反。

电场力 F 是电荷在电场中受到电场的作用力。这个力的本质就是洛伦兹力[19] [20] F 。

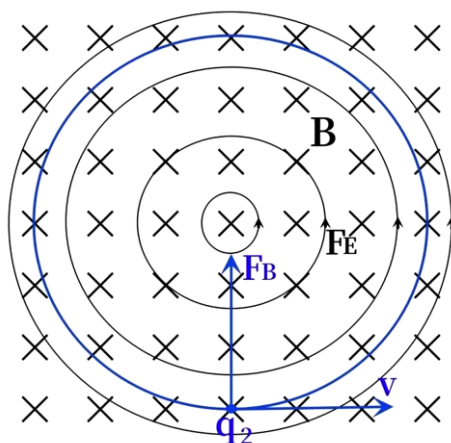


Figure 5. Lorentz force

图 5. 洛伦兹力

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3)$$

$$F = qvB \sin \theta \quad (4)$$

洛伦兹力的特点:

1) 感生电场的电场线是与磁场方向垂直的环形闭合线。洛伦兹力方向总与运动方向垂直。根据电场线方向能确定电荷的受力方向和加速度方向，不能确定电荷的速度方向、运动的轨迹。方向：正电荷沿电场线的切线方向，负电荷沿电场线的切线方向的反方向。电场线特点：涡旋电场的电场线没有起点、终点，是闭合的。

2) 当电荷在电场中静止时不受力的作用。

3) 当电荷运动速度 v 与磁感应强度 B 方向平行时，或者反平行时，电荷受力为 0。

4) 速度 v 与磁场强度 B 的夹角为 θ ，计算：电场力的计算公式是 $F = qE$ ，其中 q 为点电荷的带电量， E 为场强或由 $W = Fd$ 。

5) 洛伦兹力不改变运动电荷的速率和动能，只能改变电荷的运动方向使之偏转。

如果此时空间存在闭合导体，闭合导体回路中自由电子受涡旋电场力作用，定向移动形成感应电流；不闭合导体中的自由电子受涡旋电场力作用，向导体两端积聚，使该段导体成为开路的电源产生了感应电动势。安培力是通电导线在磁场中受到的作用力。安培力的实质是形成电流的定向移动的电荷所受洛伦兹力的合力。安培力是洛伦兹力的宏观表现。

5.2. 磁场和感生电场中的传播子

在感生电场中，由于某种原因，电子发出的带电荷的微光子，形成圆形闭合回路，处在微光子形成的电场的带电粒子，受力方向沿微光子圆形闭合回路的贴线方向。垂直于微光子运行方向形成传统的磁场，实际上可以认为磁场是环形电场的另一种表现形式。其表现结果是带电粒子在磁场中的受力和在电场中的受力结果是一样的。受力大小：

$$F = kq_1q_2 \quad (5)$$

式中 q_1 为微光子数量，与该处的电场强度成比例， q_2 为处于电场中的带电粒子带的电荷。这时洛伦兹力反应的是带电粒子的向心力，微光子产生的力反应的是带电粒子运行的离心力，在带电粒子按圆周运行

时，向心力 = 离心力。另外速度 v 与磁场强度 B 的夹角为 θ ， $\sin\theta$ 就是速度在垂直磁场强度 B 方向的分量，微光子运行在垂直磁场强度 B 的平面，因此可以算出微光子带的电量 q_1 为：

$$F = kq_1q_2 = qvB\sin\theta \quad (6)$$

$$q_1 = \frac{vB}{k} \quad (7)$$

速度 v 与磁场强度 B 的夹角为 θ 。

带电粒子与微光子的作用特点，在微光子运动方向上有作用力。垂直方向上没有作用力。

6. 磁场中的磁介质

6.1. 磁介质[21]的回顾

磁场是指传递实物间磁力作用的场。图 6 中，磁体周围存在磁场，磁体间的相互作用就是以磁场作为媒介的，所以两磁体不用在物理层面接触就能发生作用。磁介质使实物物质处于一种特殊状态，从而改变原来磁场的分布。这种在磁场作用下，其内部状态发生变化，并反过来影响磁场存在或分布的物质，称为磁介质。磁介质在磁场作用下内部状态的变化叫做磁化。磁场强度与磁通密度间的关系决定于所在之处磁介质的性质。经典物理将磁铁的成因解释为磁畴。

磁介质分顺磁质，抗磁，铁磁等。

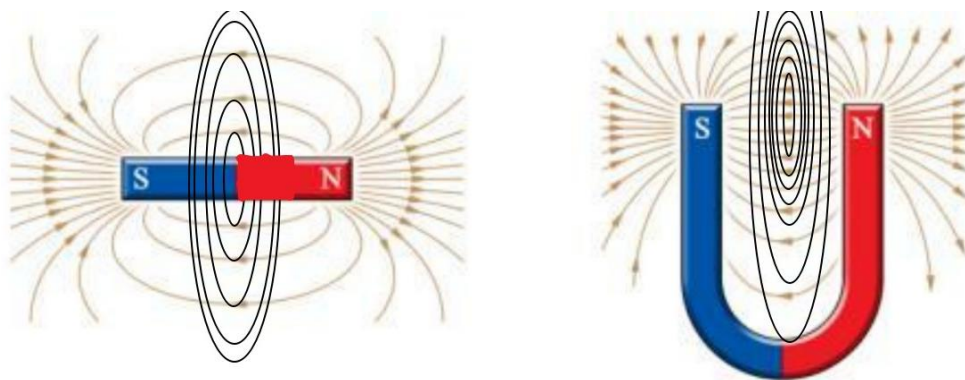


Figure 6. Magnets and microphotons
图 6. 磁铁和微光子

6.2. 磁介质形成磁场中的传播子

由于磁体的磁性来源于电流，电流是电荷的运动，因而可以说，磁场是相对于观测点电荷运动的电场产生的，它是观测点处电荷所受力发生变化的表现。用现代物理的观点来考察，物质中能够形成电荷的终极成分只有电子(带单位负电荷)和质子(带单位正电荷)，因此负电荷就是带有过剩电子的带电物体，正电荷就是带有过剩质子的带电物体。运动电荷产生磁场的真正场源是运动电子或运动质子。一个静止的电子具有单位负电荷，因此对外产生单位负电场。当外力对静止电子加速并使之运动时，该外力不但要为电子的整体运动提供动能，还要为运动电荷所产生的磁场提供磁能。可见，磁场是外力通过能量转换的方式在运动电子内注入能量的结果。电流产生磁场或带负电的点电荷产生磁场都是大量运动电子产生磁场的宏观表现。同样道理，由一个运动的带正电的点电荷所产生的磁场，是其中过剩的质子从外力所获取的磁能物质的宏观体现。磁感线分布传递运动电荷或电流之间相互作用的物理场，由运动电荷或

电流产生，同时对产生场中其它运动电荷或电流发生力的作用。电场是由电荷产生的。电场与磁场有密切的关系；对于永久磁铁，可以认为垂直于磁力线方向，存在一个微光子形成的闭合回路，许多微光子形成的闭合回路形成的电场等效于磁力线形成的磁场，带电粒子在场中的受力垂直于磁力线，沿电力线的贴线方向，这些带电荷的微粒子形成的闭合回路是有方向的，不同的磁铁周围形成不同的电场，当一个电场中的微粒子处在另一个微粒子形成的电场中时，微粒子的极性相同，互相排斥，极性相反，互相吸引，表现在宏观上为两个磁极相同的磁铁互相排斥，两个磁极相反的磁铁互相吸引。

7. 外加电场和磁场、全洛伦兹公式

7.1. 外加电场和磁场、全洛伦兹公式的回顾

若带电粒子射入既有外加电场、又有外加磁场的场中，带电粒子会受到沿电场方向的电场力，又受到垂直于磁场的洛伦兹力，随着带电粒子进入角度的不同产生不同形式的运动[22]-[27]。这时带电粒子受力为：

$$F = q(E + v \times B) \quad (8)$$

运动方程为：

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q\mathbf{E} + q \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B} \quad (9)$$

此时带电粒子的典型运动曲线为摆线，如图 7 (沿 E 方向的直线运动和垂直于 B 的圆周运动)。

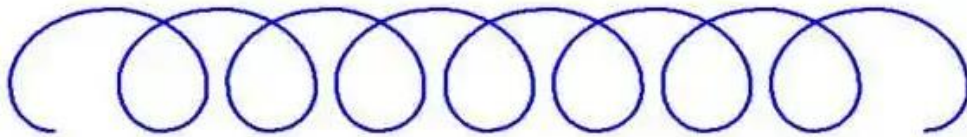


Figure 7. Typical motion curve (cycloid) of charged particles
图 7. 带电粒子的典型运动曲线(摆线)

7.2. 电场和磁场中的传播子

在有电场同时又有磁场的场中，带负电荷的传播子 - 微光子沿(摆线)圆柱螺旋线运行。圆柱螺旋线的半径就是微光子运行的振幅，微光子沿场强方向的直线运行形成电场，微光子沿圆柱螺旋线的圆环运行形成形成磁场。圆柱螺旋线的螺距就是波的波长。螺距 = 波长 λ ，半径 = 振幅 A ，频率 $f =$ 光速 c /波长 λ 。带电粒子在既有电场又有磁场的场中受力方向沿圆柱螺旋线方向(图 8 中的 F 方向)。设微光子和带电粒子相遇点的微光子的带电量为 q_1 ，带电粒子带电 q_2 ，则带电粒子受到的作用力：

$$F = kq_1q_2 \quad (10)$$

8. 电磁波的传输

电磁波[28] [29]是由同相振荡且互相垂直的电场与磁场在空间中衍生发射的振荡粒子波，是以波动的形式传播的电磁场。图 9 中，电磁波从微光子传输角度看，它是微光子按圆柱螺旋线方式运行的。此时，圆柱坐标中 (ρ, θ, z) ρ 是为电磁波的最大振幅，对于球面辐射的电磁波，它反映了微光子的数量，这个数量随电磁波的传输距离的平方衰减。 θ 是电磁波的相位，随时间不断按 2π 周期重复， z 为电磁波的传播距离，是光速和时间的乘积，也为多个波长的重复。设微光子的初始位置为 $(\rho_0, \theta_0, 0)$ ，图 9 中 M 是电磁

波微光子传输螺旋线上的任意一点，一般的传播距离远远大于振幅，所以它的坐标为：

$$Z_M = ct \tag{11}$$

$$\rho_M \approx \frac{\rho_0}{Z_M^2} = \frac{\rho_0}{c^2 t^2} \tag{12}$$

$$\theta_M = \theta\omega + \theta_0 = 2\pi ft + \theta_0 \tag{13}$$

设 q_2 为电磁场中 M 点一个带电粒子，设波源发出的光子数到达 M 点的光子数为 q_1 ，带电粒子在电磁场中 M 点的所受力作用力为：

$$F = kq_1q_2 \tag{14}$$

图 10 为微光子在电磁波传输中的运行轨迹示意图。带电粒子的受力方向在电磁场中的微光子前进方向上，当带电粒子带负电时，带电粒子受力方向与电磁场中微光子前进方向相反；当带电粒子带正电时，带电粒子受力方向与电磁场中微光子前进方向相同。

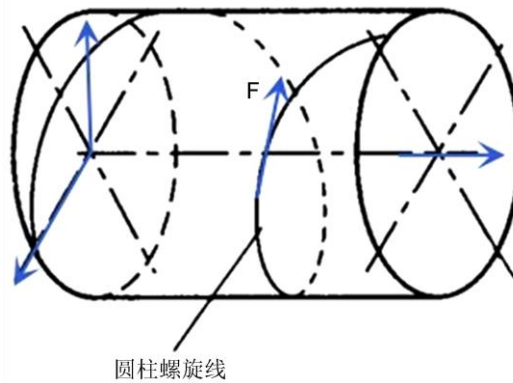


Figure 8. Charged particles in electric and magnetic fields
图 8. 电场和磁场中的带电粒子

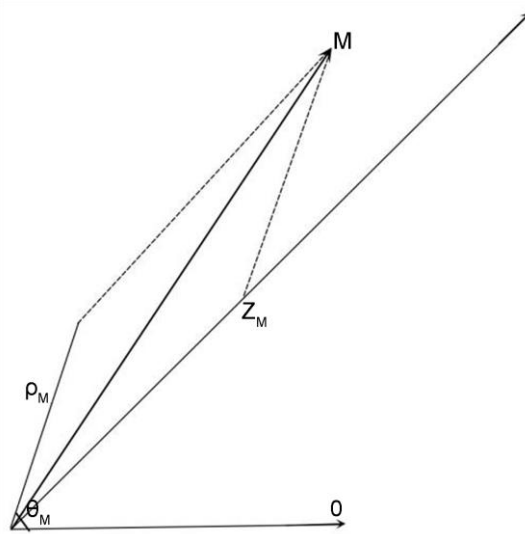


Figure 9. Microphotons in Cylindrical Coordinates
图 9. 圆柱坐标系中的微光子

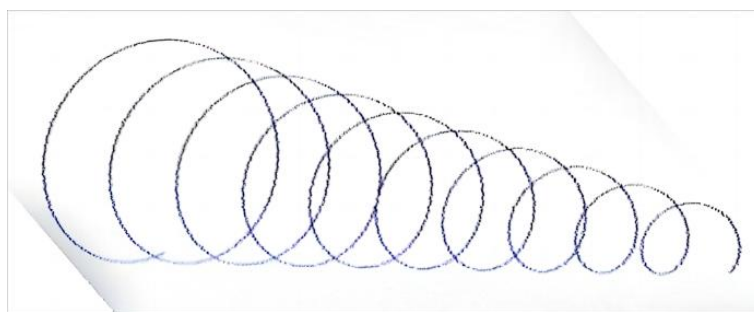


Figure 10. Microphoton trajectories in electromagnetic wave transmission
图 10. 电磁波传输中的微光子运行轨迹

9. 讨论

是否存在正离子(空穴)产生的电场和磁场, 需要进一步讨论。

10. 结论

微光子是电子发出的带负电荷的微粒子, 是基本粒子中的规范玻色子, 当微光子直线运行时形成电场, 当微光子环形运行时沿微光子运行面的垂直方向形成磁场, 当微光子沿圆柱螺旋线运行时, 形成电磁场。带电粒子在电场、磁场、电磁场中沿微光子运行方向运动, 会受到微光子的作用力, 带电粒子带负电时带电粒子的受力方向与微光子运行方向相反, 带电粒子带正电(空穴)时带电粒子的受力方向与微光子运行方向相同, 作用力的大小与相遇点微光子电量与场中带电粒子电量的乘积成正比, 这个力与带电粒子平行的分量会影响带电粒子的运行速度, 这个力与带电粒子垂直的分量会影响带电粒子的运行方向。

参考文献

- [1] 量子场论-百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E9%87%8F%E5%AD%90%E5%9C%BA%E8%AE%BA/1152898?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [2] 基本粒子-百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E5%9F%BA%E6%9C%AC%E7%B2%92%E5%AD%90/79521?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [3] 玻色子- 百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E7%8E%BB%E8%89%B2%E5%AD%90/129906?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [4] 传播子, <https://wuli.wiki/online/PpqtQM.html>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [5] 传播子 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/577839414>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [6] 传播子 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/580650447>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [7] 传播子 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/267500468>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [8] 电磁场中变频率谐振子的不变量和传播子以及波函数 <https://www.doc88.com/p-0334348632592.html>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [9] 光子-百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E5%85%89%E5%AD%90/242675?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [10] Einstein A. Über einem die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt[J]. Annalen der physik, 1905, 4.
- [11] 陈军利, 对双缝干涉实验和延迟选择实验中单光子的探讨, 现代物理, 2022 年 9 月 12 卷 5 期 129-135
- [12] 光是怎么产生的? <https://edu.iask.sina.com.cn/bdix/CW3RzJ8f6g.html>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。

- [13] 光源产生的光子从何而来? <https://baijiahao.baidu.com/s?id=1610511718777911294&wfr=spider&for=pc>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [14] 太阳中心的核聚变反应, 是如何产生光这种能量的? <http://www.zh61.com.cn/shulihua/atom/764.html>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [15] 静电场, 王莉、崔占涛、朱浩, 大学物理教程(下册), 清华大学出版社 2016 年 1 月第 1 版 1-4
- [16] 静电场- 百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E9%9D%99%E7%94%B5%E5%9C%BA/9498122?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [17] 王峥, 舒方杰. 感生电场中的电势和电势差[J]. 兰州文理学院学报(自然科学版), 2012, 26(3)38-39.
- [18] 感生电场- 百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E6%B6%A1%E6%97%8B%E7%94%B5%E5%9C%BA/5406820?fromtitle=%E6%84%9F%E7%94%9F%E7%94%B5%E5%9C%BA&fromid=5675538&fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [19] 陈雅. 关于洛伦兹力的三点讨论[J]. 物理教师: 高中版, 2010(2)2.
- [20] 洛伦兹力- 百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E6%B4%9B%E4%BC%A6%E5%85%B9%E5%8A%9B/235461?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [21] 磁介质- 百度百科 <https://baike.baidu.com/item/%E7%A3%81%E4%BB%8B%E8%B4%A8/2386196?fr=aladdin>, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [22] 朱志平. 带电粒子在电磁场中的运动[J]. 渭南师范学院学报, 2018, 33(4)10.
- [23] 方文川, 黄书鹏. 带电粒子在匀强电磁场中运动分类浅析[J]. 物理之友, 2015(3)5.
- [24] 王德华, 徐志燕, 冯攸永. 带电粒子在成任意夹角的电场和磁场中的闭合轨道及其分叉现象研究[J]. 鲁东大学学报: 自然科学版, 2009(4)5.
- [25] 魏国柱, 石晓玲, 杜安. 带电粒子在相互垂直的匀强电场和磁场中的运动轨迹[J]. 大学物理, 2008, 27(6)4.
- [26] 孟祥佳, 王德华, 冯攸永, 等. 带电粒子在垂直电场和磁场中的闭合轨道及其分叉现象研究[J]. 鲁东大学学报: 自然科学版, 2008(4)5.
- [27] 陈升科. 带电粒子在正交匀强电磁场中运动的轨迹和摆线[J]. 中学物理教学参考, 2001(12)3.
- [28] 电磁波- 百度百科 https://baike.baidu.com/link?url=AkDGko4xI7DoynyvVwWx4ywIHcomn8CA_99gj5xPqvw98Zu1p2UrZ3YV1mrRbfVvg3JOWdLMjQ3DLr5zCyjBaZ6eQVL96D0X-tO7MIP_iYf8sZfA_ZZ02A2kU6ZfWHDX, 应用日期 2023 年 5 月 26 日。
- [29] 郭硕鸿, 电动力学第三版, 高等教育出版社, 2008 年 6 月第三版 110-116 页。