

碎石桩复合地基承载力研究综述

张 杰¹, 杨保存^{1,2}

¹塔里木大学水利与建筑工程学院, 新疆 阿拉尔

²塔里木大学南疆岩土工程研究中心, 新疆 阿拉尔

收稿日期: 2021年9月27日; 录用日期: 2021年10月12日; 发布日期: 2021年10月27日

摘 要

工程中应用碎石桩加固地基已有84年历史, 主要应用于加固处理黏性土、粉土、砂土、湿陷性黄土、盐渍土等特殊土地基。工程实践表明, 碎石桩复合地基的破坏主要是承载力不足与沉降变形。本文针对碎石桩复合地基承载力理论与变形计算方法进行总结, 归纳分析了碎石桩复合地基承载力计算方法, 运用有限元软件进行数值模拟分析的方法。

关键词

碎石桩复合地基, 承载力公式, 有限元分析

Review on Bearing Capacity and Deformation of Gravel Pile Composite Foundation

Jie Zhang¹, Baocun Yang^{1,2}

¹College of Water Conservancy and Civil Engineering, Tarim University, Alar Xinjiang

²Southern Xinjiang Geotechnical Engineering Research Center, Tarim University, Alar Xinjiang

Received: Sep. 27th, 2021; accepted: Oct. 12th, 2021; published: Oct. 27th, 2021

Abstract

Gravel pile has been used to reinforce foundation for 84 years. It is mainly used to reinforce clay, silt, sand, collapsible loess, saline soil and other special soil foundations. Engineering practice shows that the failure of gravel pile composite foundation is mainly caused by insufficient bearing capacity and settlement deformation. This paper summarizes the bearing capacity theory and deformation calculation method of gravel pile composite foundation, summarizes and analyzes the bearing

文章引用: 张杰, 杨保存. 碎石桩复合地基承载力研究综述[J]. 土木工程, 2021, 10(10): 1114-1122.

DOI: 10.12677/hjce.2021.1010122

capacity calculation method of gravel pile composite foundation, and uses finite element software to carry out numerical simulation analysis method.

Keywords

Gravel Pile Composite Foundation, Bearing Capacity Formula, Finite Element Analysis

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

碎石桩常用于软弱地基加固处理中提高地基承载力增强地基稳定性。而在我国西北寒旱地区, 由于多数地区存在的季节性冻土和盐渍土的盐胀、冻胀问题, 使得对地基的加固处理造成了一定的困难。碎石桩复合地基在此类区域的工程实践中具有显著的工程适用性, 能有效的解决盐渍土的季节性盐 - 冻胀与融陷变形和腐蚀性盐对地基土中水泥基胶凝加固材料的腐蚀破坏问题, 具有施工便利、成本低等特点。同时, 数值模拟分析技术在岩土地基基础工程中的辅助应用, 为碎石桩复合地基承载力与稳定性研究提供了高效的模拟分析技术支持, 现场荷载试验与数值模拟分析技术的结合已经成为碎石桩复合地基研究的主要方法, 得到了广泛应用。本文针对当前碎石桩复合地基承载力研究中的计算理论和方法进行研究, 探讨复合地基承载力计算方法, 对碎石桩复合地基承载力计算理论相关研究成果进行综述分析。

2. 碎石桩复合地基的承载力理论与数值模拟研究现状

2.1. 碎石桩地基承载力理论研究

研究学者对碎石桩复合地基承载力理论从不同视角进行了深入研究。将计算天然地基沉降的沉降模量用于复合地基沉降模量的计算, 一般按分层总和法和公式法计算复合地基最终沉降量[1]。在考虑桩与桩周土协调变形条件, 得出分析刚性基础下部桩侧摩阻力分布、桩与桩周土之间沉降变形规律可通过荷载传递法、弹性力学解与 Mindlin 解进行分析, 可由桩顶部位移变形协调条件建立求解方程[2] [3] [4]。碎石桩在承受竖向荷载发生压缩变形时, 桩土相互作用使桩周土产生形变, 至整体剪切破坏。采用旁压试验确定桩周土对桩体的约束力, 从而算出复合地基的承载力值[5]。有学者认为碎石桩复合地基承载力的提升, 主要依靠桩间土的强度增长, 因此碎石桩复合地基承载力可以表示为桩间土抗剪强度的函数, 碎石桩复合地基承载力是动态变量, 会不断随桩间土强度增长而增大[6]。

2.2. 有限元软件分析碎石桩复合地基承载力研究现状

2.2.1. 有限元碎石桩复合地基数值模拟

因碎石桩体与桩周土体共同受力变形的关系在室内与现场试验难以实时监测, 基于成熟的数值模拟分析技术, 学者们对碎石桩复合地基承载力与压缩变形进行真切的模拟实验。采用数值模型对碎石桩复合地基变形及承载特性进行研究是一种不错的手段[7] [8] [9]。在考虑材料连续性方面, 以颗粒或块体为单元的离散元法, 各单元间无变形协调的约束, 能较真切地模拟碎石和土体大变形及位移非连续变化的过程。而连续介质法难准确描述碎石的细观接触关系和变形协调不连续性导致的桩间土复杂的相互作用[10] [11]。为使研究更接近真实工况, 采用连续 - 不连续介质耦合数值分析模型, 模拟碎石桩在室内模型

试验荷载作用下的变形破坏全过程。并采用刚性三维多面体模拟碎石桩, 而软土采用有限元网格进行模拟[12]。在考虑模型选择方面, 有研究者采用轴对称线弹性有限元的方法分析刚性基础下碎石桩复合地基应力分布规律[13]。有的选取双折线模型作为研究弹塑性本构模, 多复合模量采取参变量变化原理求取在弹性与塑性状态下的解, 再用 ANSYS 软件对解析解结果进行仿真验证[14]。在考虑孔隙水情况下, 通过将黄土的孔隙水压增长模式进行了碎石桩黄土地基的地震液化的有限元分析和对加固可液化的碎石桩地基进行了三维完全耦合有效应力数值分析, 研究了碎石桩地基的抗液化机理与影响因素[15] [16]。在有限元软件中, 利用不同工况、理论概念与模型进行数值模拟, 其结果和室内(外)试验结果吻合度较高, 由此可见利用原位静载测试和有限元数值模拟更是一种理论与实践相互验证的方法[17]。

2.2.2. 碎石桩复合地基有限元分析中本构模型选择研究现状

线弹性或理想弹塑性模型常用来模拟碎石桩复合地基, 其中摩尔-库伦弹塑性模型在反映碎石的本构关系中较为常见。有限元、有限差分软件(ANSYS、ABAQUS、MIDAS)都几乎包含摩尔-库伦模型, 理想弹塑性模型具有方便建模、计算的优势, 且不需再次进行单独二次开发。Shahu 和 Reddy 用简化的试验模型研究碎石桩群桩的承载力与沉降变形问题, 并用有限元方法模拟试验, 同样也采用摩尔-库伦为理想弹塑性模型模拟碎石桩, 分析了碎石刚度、桩数、桩长径比等主要因素对沉降的影响[18] [19]。

在非线性本构模型计算中, Duncan-Chang 模型作为非线性弹性模型, 可反映碎石桩的非线性、压硬性和卸载再加载过程中有效的反映弹塑性, 且 Duncan-Chang 模型的数学表达形式通俗易懂, 通过实验易得相关参数, 也常用于碎石桩复合地基数值计算中。沈珠江提出的“南水模型”是一种双屈服面模型, 也可以反应弹塑性应力应变的关系, 其所需参数也较易得, 表达式也合理地考虑了应力引起的各向异性。各学者在有限元软件中利用自带的二次开发接口, 运用 Fortran 语言编写出了一套统一强度理论的弹塑性本构模型的程序。在 ABAQUS 中成功的开发了双剪统一弹塑性本构模型与 ANSYS 中开发了三剪统一弹塑性本构模型, 通过不同中间应力系 b 代表不同屈服准则, 可以应用于碎石桩复合地基工程中[20] [21] [22]。

综上所述, 数值模拟分析中从材料的连续与离散性、排水情况和本构模型等方面, 研究了桩的承载力与长径比、内摩擦角、贯穿深度与桩土模量比的关系, 从而较准确地模拟岩土材料的屈服、塑性流动、软化以及大变形特性, 对地基液化可能发生影响因素进行了分析, 且能反映每时刻的桩体应力应变的变化状态。

3. 碎石桩复合地基承载力计算方法总结

3.1. 碎石极限承载力传统算法

碎石桩极限承载力计算主要考虑桩侧土体提供的极限围压力。用桩间土可以供给的侧向极限围压力来计算碎石桩单桩极限承载力, 其表达式如下:

$$p_u = \sigma_{ru} k_p \quad (1)$$

公式中: σ_{ru} ——桩侧土提供的最大侧限力, kPa。

k_p ——桩体材料的被动土压力系数。

计算桩侧土提供的最大侧向力有几种常用的计算方法如下:

3.1.1. Hughes 和 Withers (1974) [23]碎石桩承载力计算公式

Hughes 与 Withers 通过应用极限压力平衡理论进行分析, 碎石单桩的最大承载力用其计算公式表示为:

$$p_u = (p_1 + u_1 + 4c_u) \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_p}{2} \right) \quad (2)$$

公式中: p_1 ——初始径向有效应力。

u_1 ——超孔隙水压力。

c_u ——桩间土不排水抗剪强度。

φ_p ——桩体材料内摩擦角, 碎石桩一般 φ_p 取 38° 。

根据观测资料分析认为 $p_1 + u_1 = 2c_u = 2$, 故(2)式可变为:

$$p_u = 6c_u \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_p}{2} \right) \quad (3)$$

3.1.2. Wong H.Y. (1975) [25]碎石桩承载力计算公式

Wong H.Y.采用被动土压力的算法计算作用在桩体侧的压力, 计算桩体承载力公式为:

$$p_u = (k_{ps} \sigma_s + 2c_u \sqrt{k_{ps}}) \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_p}{2} \right) \quad (4)$$

式中: σ_s ——土体竖向上的荷载

φ_p ——桩身材料的内摩擦角

k_{ps} ——土体的被动土压力系数

c_u ——土体不排水的抗剪强度

3.1.3. Brauns (1978) [24]的碎石桩承载力计算公式

基于力的极限平衡, 可得桩周土的极限应力为:

$$p_u = \left(\sigma_s + \frac{2c_u}{\sin 2\delta} \right) \left(\frac{\tan \delta_p}{\tan \delta} + 1 \right) \tan^2 \delta_p \quad (5)$$

当 $\sigma_s = 0$ 时, 式子(5)可以改为:

$$p_u = \frac{2c_u}{\sin 2\delta} \left(\frac{\tan \delta_p}{\tan \delta} + 1 \right) \tan^2 \delta_p \quad (6)$$

碎石内摩擦角 $\delta_p = 38^\circ$ 时带入(5)可得 $p_u = 20.8c_u$ 。

3.1.4. 弹塑性分析方法

随着桩顶压力增大碎石桩侧向鼓胀, 使周围土出现塑性区, 桩周土体达到极限平衡状态, 在此假设下推导出桩周土体对碎石桩的极限约束力[26]:

$$p_u = 2c_s \cos \varphi_s / (1 - \sin \varphi_s) + \gamma h (1 + \sin \varphi_s) / (1 - \sin \varphi_s) \quad (7)$$

c_s ——土的粘聚力;

φ_s ——土的内摩擦角;

γ ——为土的重力密度, kN/m^3 ;

h ——为计算位置深度 A。

3.1.5. 被动土压力碎石桩方法

考虑桩周土的自重应力对桩周土极限应力的影响, 得到碎石桩极限承载力表达式为:

$$p_u = \left[(\gamma h + q)k_{ps} + 2c_u \sqrt{k_{ps}} \right] k_{p1} \quad (8)$$

式中: c_u ——不排水情况的抗剪强度;

k_{p1} ——碎石桩被动土压力系数;

q ——桩间土的荷载;

h ——桩的膨胀深度;

γ ——土体的重度;

k_{ps} ——桩周土体的被动土压力系数。

上述计算方法对比分析, 传统的计算方法建立在土体极限平衡理论的基础上, Wongs H.Y 计算方法与被动土压力法对比, 前者考虑了土的自重影响, 并以土体自重最大的鼓胀最深的 z 处侧应力值, 作为土自重的平均侧围压, 有不合理之处; Brauns 的计算方法按轴对称极限平衡为条件, 在不考虑桩周土的自重影响因素的情形下, 设想桩间土、桩侧摩擦力和破坏棱体的径向应力均为 0, 由破碎棱体的张力系平衡推导出碎石桩的极限承载力计算公式。按 Hughes 的计算方法是采用了极限平衡理论和原型观测分析, 而得出的半经验半理论公式, 且未在桩间土上考虑有无荷载作用。弹塑性分析法是设想桩周土体为理想弹塑性体材料, 由弹塑性理论得到无限土体内半径 r_p 的圆柱孔被匀称分布内压力 P 扩张的解。延圆柱深度均匀扩张是其破主要破坏形式, 使其桩周土达到极限塑性环筒区内。这跟碎石桩材料上部分鼓出破坏的形态有区别, 以迭代的方法以求其塑性平均体积应变值, 计算比较繁杂, 工程中计算使用较为不便。

3.2. 碎石桩复合地基极限承载力现阶段算法

3.2.1. 三点法推导的碎石桩复合地基极限强度计算公式

碎石桩复合地基的破坏曲线图根据 M、H、W 三点法绘制而成, 破坏曲线图推出再非平面应变情况下的碎石桩单桩复合地基的承载力理论计算式, 破坏曲线示意图 1, 破坏土体分区如图 2 [27], 其公式如下:

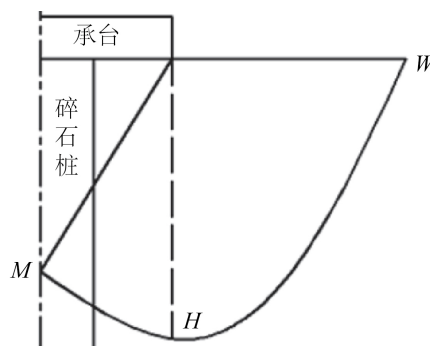


Figure 1. Failure curve diagram of composite foundation

图 1. 复合地基破坏曲线示意图

$$\sigma_{ru} = \frac{\sqrt{2}}{D} \left(\frac{c_s \tan \delta + \gamma_s h/2}{\sin \delta \cos \delta - \sin \delta \tan \delta \tan \varphi_s} + \frac{c_s}{\tan \delta} \right) \quad (9)$$

$$p_u = 2K\sigma_{ru} - \frac{1}{3}\gamma_m(2h-d) \quad (10)$$

式中: σ_{ru} ——推移区与破坏区间的相互作用力

D ——承台等效宽度
 δ ——H 点与 W 点的连线与水平面夹角
 γ_m ——为复合土体的重度

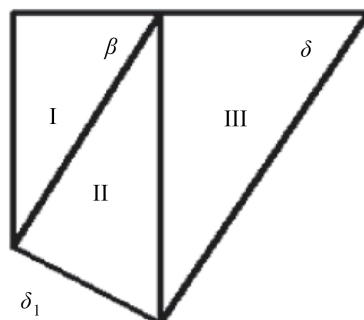


Figure 2. Partition of destroyed soil
 图 2. 破坏土体的分区

3.2.2. 双剪统一强度理论碎石桩单桩复合地基极限承载力计算公式

基于统一强度理论考虑厚壁圆筒同时承受内外压的塑性极限荷载，并根据俞茂宏所提供的统一强度理论考察中间主应力，对碎石桩复合地基桩周土的塑性特征变形影响进行了分析。推出了碎石桩单桩复合地基极限强度计算公式，其公式如下[28]：

$$\varepsilon_{\varepsilon p} = \frac{2c_s(1+b) \times r^2 \cos \varphi_s}{(1+\sin \varphi_s)(b\beta_1 r^2 + \beta_2 + \beta_3 r^2) - (1+b)(1-\sin \varphi_s)(\beta_3 r^2 - \beta_2)} \quad (11)$$

$$\sigma_{zp} = \frac{(2\mu_p k_\varepsilon + 1 - \mu_p) E_p}{1 - \mu_p - 2\mu_p^2} \varepsilon_{\varepsilon p} \quad (12)$$

$$p_u = \frac{1 - m + mn}{n} \sigma_{zp} \quad (13)$$

式子中： μ_p ——碎石泊松比
 E_p ——碎石桩变形模量
 φ_s ——土的内摩擦角
 m ——换置率
 r ——桩周土塑性影响半径
 n ——桩土应力比

可取 $b = 0$ 可得出摩尔 - 库伦的极限解；而 $b = 1$ 可得到双剪强度理论极限解；当 $b = 0$ ， a 接近于 1 时，上式满足 Tresca 理论。

3.2.3. 刘杰[29]提出的碎石桩承载力计算式

利用 Mohr-Coulomb 屈服准则推导出土体在极限平衡时，碎石桩极限承载力计算公式。如下：

$$\sigma_{zp} = \frac{2E_p(2\mu_p K_x + 1 - \mu_p)(m-1)(1-\mu_s - 2\mu_s^2)c_s \cdot \cos \varphi_s}{E_s(1-\mu_p - 2\mu_p^2)[m-1 - mK_x + 2m\mu_s K_x - 2\mu_s(m-1) - (2m\mu_s K_x + mK_x + m-1)\sin \varphi_s]} \quad (14)$$

碎石桩复合地基最大承载力计算式为：

$$p_u = \frac{1-m+mn}{n} \sigma_{zp} \quad (15)$$

3.2.4. 三剪统一强度准则应用于碎石桩复合地基承载力计算公式

对桩身和桩周土分别采用实心圆柱体模型和柱形孔扩张模型, 利用三剪统一强度准则对碎石桩复合地基的承载力特性作了分析。推算出碎石桩复合地基桩土应力比、碎石桩应力及复合地基极限承载力计算公式[30]

$$n = \frac{\sigma_p}{\hat{\sigma}_{zs}} = \frac{(2\nu_p K_p + 1 - \nu_p) E_p}{(1 - \nu_p - 2\nu_p^2) \beta_1} \quad (16)$$

当 $\beta_1 \geq \beta_2 + \beta_3$ 时, $\varepsilon_{\varepsilon p}$ 的计算式如下:

$$\varepsilon_{\varepsilon p} = \frac{2(1+b)(\beta_1 - \beta_2 + \beta_3) c_s \cos \varphi_s}{\left\{ (\beta_1 - \beta_2 + \beta_3)^2 + b(\beta_1 - \beta_2 - \beta_3)^2 + 4b\beta_3^2 - \left[\beta_1^2 - (\beta_2 - \beta_3)^2 + b \left[\beta_1^2 - (\beta_2 + \beta_3)^2 \right] + 4b\beta_2\beta_3 \right] \sin \varphi_s \right\}} \quad (17)$$

当 $\beta_1 \leq \beta_2 + \beta_3$ 时, $\varepsilon_{\varepsilon p}$ 的计算式如下:

$$\varepsilon_{\varepsilon p} = \frac{4(1+b)\beta_3 c_s \cos \varphi_s}{\left\{ 4\beta_3^2 + b(\beta_2 + \beta_3 - \beta_1)^2 + b(\beta_1 - \beta_2 + \beta_3)^2 - \left[4\beta_2\beta_3 + b \left[(\beta_2 + \beta_3)^2 - \beta_1^2 \right] + b \left[\beta_1^2 - (\beta_2 - \beta_3)^2 \right] \right] \sin \varphi_s \right\}} \quad (18)$$

$$\sigma_{zp} = \frac{(2\mu_p k_\varepsilon + 1 - \mu_p) E_p}{1 - \mu_p - 2\mu_p^2} \varepsilon_{\varepsilon p} \quad (19)$$

碎石桩复合地基最大承载力计算式为:

$$p_u = \frac{1-m+mn}{n} \sigma_{zp} \quad (20)$$

σ_{zp} —— 碎石桩总的竖向极限应力

$\varepsilon_{\varepsilon p}$ —— 加固区竖向应变

n —— 桩土应力比

r —— 为计算半径

与传统方法相比, 基于双剪、三剪统一强度理论的碎石桩承载力计算方法, 充分考虑了中间主应力系数 b 、硬化参数和抗拉强度对承载力的影响, 同样假设任何桩周土全是饱和且不能压缩的、静水压力不会影响桩周土体达到屈服, 假设桩体膨胀挤土问题看作平面应变问题, 应符合小应变变形的理论。在碎石桩挤土整个过程中保持侧向应力不改变。而三点法碎石桩承载力计算公式考虑了基础承台对其产生的影响、群桩效应以及环境影响等因素, 得出非平面应变条件下碎石桩复合地基承载力计算式, 也存在着土体分区未考虑切向接触力, 且也未考虑地下水的影响因素。现阶段的研究也逐渐接近真实工况, 但也反应出计算式过于复杂, 参数过多, 不利于工程应用。应用双剪、三剪统一强度理论的碎石桩承载力计算方法计算结果和传统计算结果与实测值相比, 前者吻合度更高。

3.2.5. 工程实例

某工程天然地基的承载力 60 kPa, 采用碎石桩加固。桩体直径 0.8 m, 桩长 7 m, 桩间距 1.5 m。试验测得 $\mu_p = 0.4$, $E_p = 21800$ kPa, $\varphi_p = 44^\circ$, $\gamma_p = 19.8$ N/m, $E_s = 2.41$ MPa, $\mu_s = 0.25$, $\varphi_s = 10^\circ$, $C_s = 10$ kPa, $m = 0.258$, $\gamma_s = 17.5$ N/m。承载板为 1.5 m × 1.5 m, 测得单桩复合地基极限承载力平均值

为 194.2 kPa [31]。

通过表 1 可以看出, 本工程案例采用(10)、(13)、(14)和(19)公式计算结果与实测结果误差较小, (8)和(5)公式计算结果相差较大, 其他种方法计算结果偏小。因此, 在工程项目中推荐(10)、(13)、(14)和(19)等计算公式进行碎石桩复合地基承载力计算。

Table 1. The calculated values of Zhang Weixiu [32] and the calculated results and measured values of other formulas
表 1. 张维秀[32]计算值和其他公式计算结果与实测值(kPa)

方法	公式(2)	公式(4)	公式(5)	公式(7)	公式(8)	公式(10)	公式(13)	公式(14)	公式(19)
计算 P_u	174.67	145.91	229.48	145.99	267.94	197.37	203.56	186.78	198.4
实测 P_u	194.2								

4. 展望

碎石桩复合地基承载力机理研究分析还需要不断深入, 传统碎石桩地基承载力计算公式运用存在局限性, 运用于不同环境计算所得的结果也存在差异, 需要针对不同工况选择合适的公式。现阶段根据双剪、三剪强度理论衍生出的各种用于计算碎石桩地基, 将一些应用于碎石桩地基的准则、理论通过中间应力系数实现灵活转换, 更精准的计算出碎石桩复合地基极限承载力。但如何确定中间应力系数 b , 还需大量实验和数值模拟研究确定。

西北严寒地区进行现场静载和其他桩承载力检测实验时未考虑冬季水、盐、温多场耦合作用对碎石桩复合地基承载力削弱。现有的碎石桩复合地基计算公式中, 虽考虑了不排水抗剪强度, 但未考虑温度降低地基上层发生冻胀及盐胀, 导致复合地基应力状态改变。因此, 碎石桩复合地基现场实验时应选择合适的时机, 避免盐胀、冻胀的影响。如需在严寒地区, 水、盐、温多场耦合作用条件下进行实验, 实测值将会与现有的碎石桩承载力计算公式产生差距, 如何在碎石桩复合地基承载力计算公式中考虑温度和含盐量影响的参数, 还需进一步研究。

针对有限元分析软件中缺少双剪、三剪统一弹塑性本构模型, 诸多学者在各有限元分析软件中对双剪、三剪统一弹塑性模型进行二次开发, 其数值计算取得的结果与实测、理论值吻合度较高。也存在需要使用者自行进行本构模型二次开发, 因开发难度大, 导致不能普遍的应用于实际工程数值模拟计算当中。就需要在此基础上对本构模型深化研究, 丰富完善有限元本构模型库。

参考文献

- [1] 盛崇文. 碎石桩复合地基的沉降计算[J]. 土木工程学报, 1986, 19(1): 72-80.
- [2] 徐洋, 卢廷浩, 董海洲, 钟小春. 考虑沉桩及群桩间相互影响的复合模量计算方法[J]. 岩土力学, 2001, 22(4): 486-489.
- [3] 徐洋, 谢康和, 胡茂刚. 考虑变形协调的刚性基础复合地基沉降计算[J]. 浙江大学学报(工学版), 2003, 37(5): 551-555.
- [4] 王凤池, 朱浮声, 王晓初. 复合地基复合模量的理论修正[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(5): 491-494.
- [5] 王长科. 散体材料桩复合地基承载力计算[J]. 军工勘察, 1994(2): 12-16.
- [6] 肖星球. 碎石桩复合地基承载力探讨[J]. 铁道工程学报, 2010, 27(6): 51-54.
- [7] 蒋敏敏, 肖昭然, 蔡正银. 高速公路碎石桩复合地基加固数值模拟[J]. 公路, 2012, 31(1): 8-12.
- [8] 陈建峰, 韩杰. 夯扩碎石桩单桩载荷试验数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(9): 1366-1370.
- [9] 刘洋, 闫鸿翔, 汪成林. 复合振冲碎石桩加固机理及施工过程数值模拟[J]. 工程科学学报, 2015, 37(3): 390-393.
- [10] 蒋明镜, 肖俞, 陈双林, 胡海军, 吴晓峰. 砂土中单桩竖向抗压承载机制的离散元分析[J]. 岩土力学, 2010,

31(S2): 366-372.

- [11] 谭鑫, 赵明华, 金字轩, 冯龙健. 碎石桩单桩受荷模型试验的离散单元法数值模拟[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2019, 46(3): 106-113.
- [12] 谭鑫, 胡政博, 冯龙健, 赵明华. 软土中碎石桩模型试验的三维离散-连续介质耦合数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(2): 347-355.
- [13] 韩杰, 叶书麟. 碎石桩复合地基的有限元分析[J]. 岩土工程学报, 1992(增刊), 13-19.
- [14] 郑俊杰, 区剑华, 袁内镇, 方秦汉. 多元复合地基压缩模量参变量变分原理解析解[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 317-321.
- [15] 何开明, 王兰民, 曾国熙. 饱和黄土地基的液化数值分析[J]. 工业建筑, 2001, 31(7): 29-31, 7.
- [16] 张艳美, 张鸿儒, 张旭东. 碎石桩复合地基的研究进展与分析[J]. 工程地质学报, 2005, 13(1): 100-106.
- [17] Yamamoto, K. and Otani, J. (1997) Bearing Capacity Analysis of Reinforced Foundation Ground. *Proceedings of the 9th International Conference on Computer Methods and Radiance in Geomechanics*, Wuhan, 2339-2344.
- [18] Shahu, J.T. and Reddy, Y.R. (2011) Clayey Soil Reinforced with Stone Column Group: Model Tests and Analyses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **137**, 1265-1274. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000552](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000552)
- [19] Shahu, J.T. and Reddy, Y.R. (2014) Estimating Long-Term Settlement of Floating Stone Column Groups. *Canadian Geotechnical Journal*, **51**, 770-781. <https://doi.org/10.1139/cgj-2012-0477>
- [20] 唐榕蔚. 统一强度理论的 ABAQUS 二次开发及其应用[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2012.
- [21] 张文完. 基于三剪统一强度理论的 ANSYS 二次开发及其应用[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 南昌大学, 2010.
- [22] 严祖文. 基于二次开发的桩土相互作用的三维非线性有限元分析天津[D]: [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 2007.
- [23] Hughes, J.M.O. and Withers, N.J. (1974) Reinforcing of Soft Cohesive Soils with Stone Columns. *Ground Engineering*, **7**, 42-49. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(74\)90643-3](https://doi.org/10.1016/0148-9062(74)90643-3)
- [24] Wong, H.Y. (1973) Field Instrumentation of Vibro Flotation Foundation. *Symposium of Field Instrumentation in Geotechnical Engineering*, London, 30 May-1 June 1973, 475-487. <https://doi.org/10.1016/B978-0-408-70514-1.50039-1>
- [25] Brauns, J. (1978) Die Anfangstrag last von Schottersaulen in Bin. digen Untergrund. *Die Bautechnik*, **8**, 263-367.
- [26] Vesic, A.S. (1972) Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **98**, 265-290. <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001740>
- [27] 王昂. 三点法确定碎石桩复合地基破坏曲线[J]. 四川建筑科学研究, 2019, 45(3): 93-96.
- [28] 刘杰. 基于双剪统一强度理论的碎石桩复合地基承载及变形性状研究[J]. 株洲工学院学报, 2006, 20(4): 78-82, 89.
- [29] 刘杰, 张可能. 碎石桩复合地基若干问题的理论分析[J]. 铁道工程学报, 2003(2): 27-32.
- [30] 胡小荣, 樊晓梅. 三剪统一强度准则在碎石桩复合地基承载特性分析中的应用[J]. 南昌大学学报: 工科版, 2012, 34(1): 22-27.
- [31] 刘杰, 张可能. 碎石桩复合地基桩土应力比及承载力计算[J]. 工程勘察, 2002(6): 9-11.
- [32] 张维秀, 张元琦. 碎石桩复合地基承载力计算探讨[J]. 化工设计, 2016, 26(6): 40-42.