

列车动荷载作用下隧道沉降研究

翟旭阳, 韩高孝

兰州交通大学土木工程学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2023年3月21日; 录用日期: 2023年4月18日; 发布日期: 2023年4月25日

摘要

土地资源日益宝贵, 为了节省地表资源, 地下高铁隧道成为一种趋势, 高速铁路荷载引起的隧道下部土体的沉降问题受到广泛关注。本文利用ABAQUS有限元建模软件模拟现场实际工况, 二次开发DLOAD子程序实现列车动荷载, 分析地表和隧道下监测点的沉降, 探究沉降沿地层的传递规律, 结合长期沉降变形模型预测该线路在未来运营期内所能达到的沉降值。研究表明运营前期, 列车荷载作用下导致周围土压力大于上覆土压力, 隧道轴向两侧上方的地表约40 m至60 m处会产生一定的隆起, 土体在列车荷载加载过程中的沉降值要是稳定值的1.2~2倍左右, 运营初期, 土体沉降量相对较大, 随着运营时间的增加, 土体沉降量逐渐减小。

关键词

循环荷载, DLOAD子程序, 累积应变, 长期沉降

Study on Tunnel Settlement under Train Dynamic Load

Xuyang Zhai, Gaoxiao Han

School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu

Received: Mar. 21st, 2023; accepted: Apr. 18th, 2023; published: Apr. 25th, 2023

Abstract

Land resources are becoming more and more valuable, in order to save surface resources, underground high-speed rail tunnels have become a trend, and the settlement problem of the lower soil of the tunnel caused by the load of high-speed railway has attracted widespread attention. In this paper, ABAQUS finite element modeling software is used to simulate the actual working conditions on site, and the DLOAD subprogram is developed to realize the dynamic load of the train, analyze

the settlement of the monitoring points under the surface and tunnel, explore the transfer law of settlement along the formation, and predict the settlement value of the line during the future operation period based on the long-term settlement deformation model. The results show that in the early stage of operation, the surrounding earth pressure is greater than the overlying earth pressure under the action of train load, and a certain uplift will occur at about 40 m to 60 m above the surface of the tunnel on both sides of the axial direction, and the settlement value of the soil in the train load loading process is about 1.2~2 times the stable value, and the soil settlement is relatively large in the early stage of operation, and the soil settlement gradually decreases with the increase of operation time.

Keywords

Cyclic Loads, DLOAD Subroutine, Cumulative Strain, Long-Term Settlement

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来规划建设越来越重视地上空间开发建设以及地下空间开发利用, 复杂的大型地下综合交通枢纽工程以及与之配套的地下高速铁路逐渐兴起。雄安城际站枢纽是位于雄安新区启动区核心区的全地下车站。以雄安新区地下交通枢纽为背景, 利用 ABAQUS 有限元建模软件, 研究地下线性工程在列车循环荷载作用下的不均匀沉降, 分析其产生原因和沿地层传递规律, 为日后的工程建设和沉降分析及控制研究提供一定的理论依据。

莫婧婷等研究了地铁运行时的振动荷载对隧道上方建筑和隧道周围土体的影响, 隧道下部土体在振动作用下的沉降研究[1]。刘舜利用有限元建模软件构件列车和轨道的三维模型探究列车动荷载作用下的轨道和土体的动力响应特性[2]。王祥秋等[3]以京广线某隧道区段为研究现场, 对隧道不同位置处进行了测试, 对测试结果进行了动力响应分析, 同时采用机车-车辆简化模型确定了列车振动荷载。梁波和蔡英针[4]对引起车辆振动的是轨道几何不平顺这一因素, 用一个激振力函数来模拟列车振动荷载, 同时通过有限元分析, 探讨了路基对不同路基刚度、不同行车速度及道床厚度的动态响应。张学钢等[5]采用数值分析方法建立三维有限元模型, 得出结论表明在列车初次运行期间内, 地面沿轴向的差异沉降较大, 沉降变化是不稳定的。高广运等[6]通过 FLAC 3D 软件建立隧道和周围土体的有限元数值模型, 用人工数定激励力法模拟列车荷载, 计算了第一次加载后土体的变形和应力, 以分层总和法计算了地基的长期沉降。周飞[7]通过研究表明路基弹性模量对路基表面额动应力影响较小, 建议以振动竖向速度、竖向加速度及长期沉降作为高铁设计的控制参数是比较合理的。周捡平[8]等利用有限元软件 ABAQUS, 结合室内动三轴试验建立了轨道结构-碎石道床-软土地基三维动力数值计算模型。杨兵明等[9]运用室内动三轴试验求得了模型中的相关参数, 数值模拟求得了第一次循环后的塑性应变和土体应力, 根据经验公式二者结合得到长期沉降预测值。薛阔等[10]采用有限元软件建立三维数值模型, 通过人工激振力函数确定地铁列车荷载, 研究得到了隧道底部土体动力响应特性, 采用 Li 和 Selig 提出的修正指数模型预测了隧道长期沉降。前人对于地铁隧道的沉降情况研究较多, 但是本文的工程背景为雄安新区地下高铁, 该区域的土体特性主要为粉质黏土, 此方面的研究较少, 因此本文的研究内容具有很强的实际意义。

2. 高铁列车荷载计算

为研究隧道下卧土体在高铁荷载作用下的沉降规律, 准确的模拟高铁列车荷载是施加动应力的关键。目前常用的确定列车振动荷载的方法主要有现场测试分析法、人工激振力函数法、经验公式分析法及有限元模拟法。国内学者潘昌实、谢正光和张玉娥等人在英国铁路技术中心多年以来大量的论文和试验数据及现场实测数据基础上, 结合在北京地铁区间隧道中所进行的现场试验, 进行了频谱分析, 得到了模拟列车荷载的数定表达式, 提出了一种的人工激振力函数, 本文高铁列车荷载的确定采用激振力函数法。用以模拟列车竖向荷载的人工激振力函数由列车车轮静载和一系列正弦函数叠加而成的动荷载组成, 其表达式为:

$$P(t) = k_1 k_2 [P_0 + P_1 \sin(\omega_1 t) + P_2 \sin(\omega_2 t) + P_3 \sin(\omega_3 t)] \quad (1)$$

式中, k_1 、 k_2 ——修正系数;

P_0 ——单个车轮静载, kN;

P_1 、 P_2 、 P_3 ——分别为表 1 中三种不同控制条件某一典型振动荷载值, kN。

令列车簧下质量为 M_0 , 则相应的振动荷载幅值为:

$$P_i = M_0 \alpha_i \omega_i^2 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

α_i 为对应于低、中、高频三种情况下的某一典型矢高, mm;

ω_i 为某一车速下低、中、高频三种情况下的不平顺振动波长的圆频率, Hz;

$$\omega_i = \frac{2\pi v}{L_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

v 列车的行驶速度, km/h;

L_i 分别为低、中、高频情况下的典型波长, m (表 1)。

Table 1. Calculation of values of each parameter at different speeds

表 1. 不同车速下各参数取值计算

控制条件	簧下质量 kg	速度 km/h	波长 m	矢高 mm	圆频率	动荷载 kN
I	650	180	10	3.5	31.42	2.25
		270			47.12	5.05
		350			61.07	8.48
II	650	180	2	0.4	157.08	6.42
		270			235.62	14.43
		350			305.41	24.25
III	650	180	0.5	0.08	628.32	20.53
		270			942.48	46.19
		350			1221.73	77.62

将参数代入公式计算, 可以得到 180 km/h (公式(4))、270 km/h (公式(5))和 350 km/h (公式(6))时速下列车荷载表达式和列车荷载的时程曲线。

$$P(t) = 81 + 2.25 \sin(31.42t) + 6.42 \sin(157.08t) + 20.53 \sin(628.32t) \quad (4)$$

$$P(t) = 81 + 5.05 \sin(47.12t) + 14.43 \sin(235.62t) + 46.19 \sin(942.48t) \quad (5)$$

$$P(t) = 81 + 8.48 \sin(61.07t) + 24.25 \sin(305.41t) + 77.62 \sin(1221.73t) \quad (6)$$

由时程曲线图(图 1)可知, 180 km/h 速度下激振力幅值最大为 105 kN, 最小为 53 kN; 270 km/h 速度下激振力幅值最大为 140 kN, 最小为 25 kN; 350 km/h 速度下激振力幅值最大为 175 kN, 最小为 -23 kN。不同速度下振幅差别较大, 呈现的规律为, 速度越大振幅越大, 因此需要重点研究速度和隧道下部土体沉降的关系。

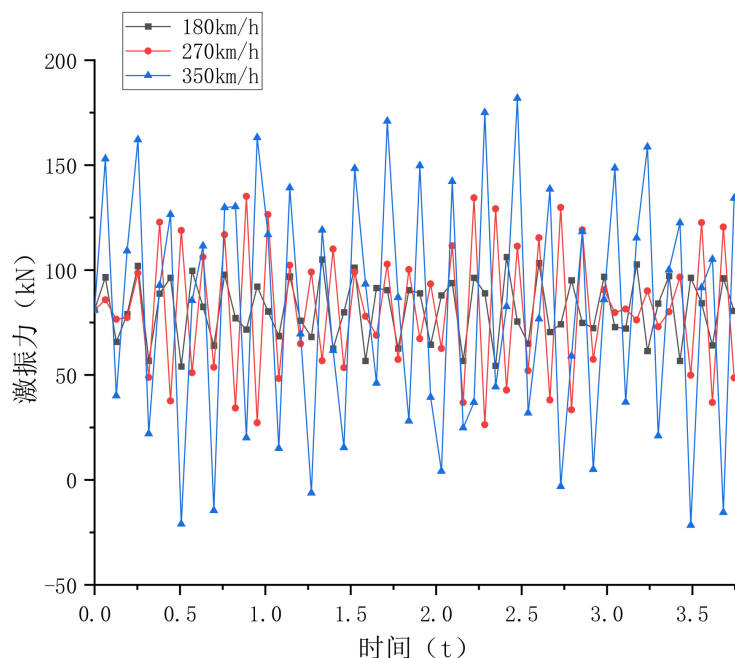


Figure 1. The time history curve of vertical excitation force at three speeds
图 1. 三种速度下竖向激振力时程曲线

3. 数值模拟

3.1. DLOAD 子程序二次开发

用户子程序是 ABAQUS 软件的为二次开发平台, 为用户提供了可以模拟复杂结构荷载、复杂边界和场变量的自主研究的本构及单元模型的快捷工具, 使 ABAQUS 能够适应用户特定的分析需求。DLOAD 子程序是 ABAQUS 中用于定义随时间和空间位置或其他变量变化的复杂荷载的子程序, 主要用来定义非均匀分布的载荷, 载荷的大小可以是位置、时间、单元或积分点号的函数, 采用 Fortran 语言编写。如果荷载只是随时间变化, 可以考虑定义幅值来实现而非定义子程序。DLOAD 子程序可以施加线荷载, 面荷载和体荷载。

3.2. 实际工程概况

雄安城际站为 4 台 6 线全地下车站, 站区长度为 2.05 公里。雄安城际站车站总建筑面积约 16 万平方米。雄安城际站场地范围主要土层为黏性土、粉性土、砂性土。

进行了列车循环荷载下的沉降数值模拟分析。数值模拟中实现了列车在 180 km/h、270 km/h 和设计时速 350 km/h 三种速度下的土体隧道响应分析。模型选取的典型监测点如图所示, 选取位置为隧道纵向

中间垂直于隧道轴线方向的横断面, 针对模型监测点的沉降结果进行了对比, 重点分析该线路土体在 270 km/h 时速列车移动荷载下可能出现的沉降问题。

重点监测隧道下的点如图 2 所示, A 位于隧道正下方 0 m 处, 间隔 4.5 m 为 B, 以此类推等距设置监测点, I 点位于隧道下 36 m。

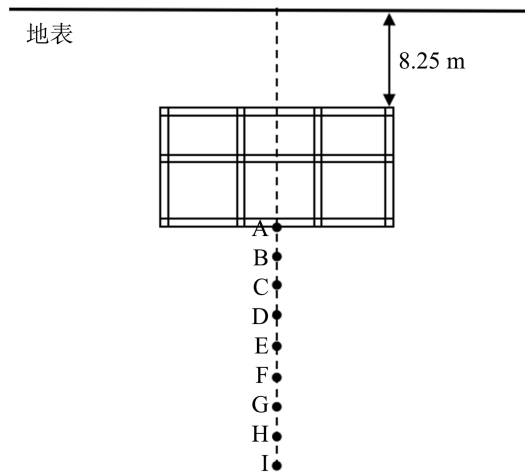


Figure 2. Schematic diagram of the key points of the model

图 2. 模型关键点示意图

本项目高铁运营是在地下土体内部进行的, 列车荷载在隧道内的轨道上移动, 不可避免地将对土体有一定程度上的扰动, 使得隧道下部及周围土体的应力状态以及应变状态发生改变, 进而发生沉降或者不均匀沉降。过量的沉降可能会对周围建筑物或构筑物以及隧道本身的安全有很大的影响, 并造成严重的经济损失和社会影响。地表沉降是较为明显、易得的沉降控制指标, 因此较多工程采用地面沉降作为监测和控制的指标。图 3~5 为不同速度条件下列车循环移动五次时地表横向沉降曲线图。

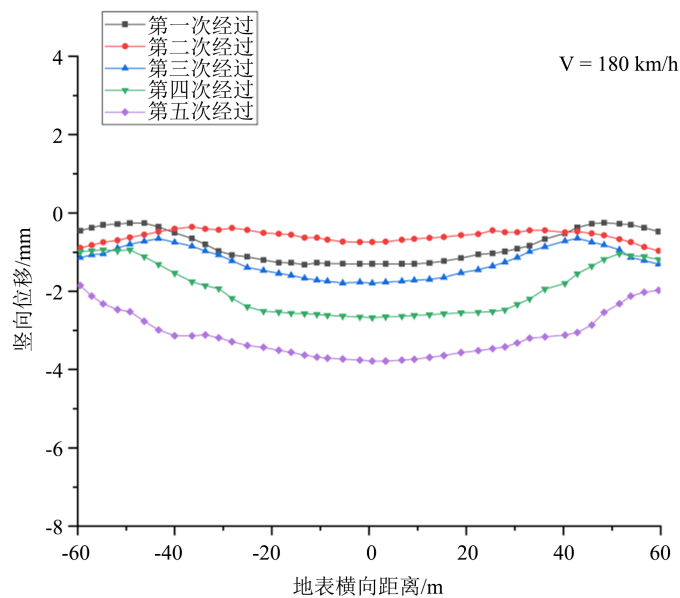


Figure 3. Lateral subsidence diagram of the ground at 180 km/h

图 3. 180 km/h 时速下地表横向沉降图

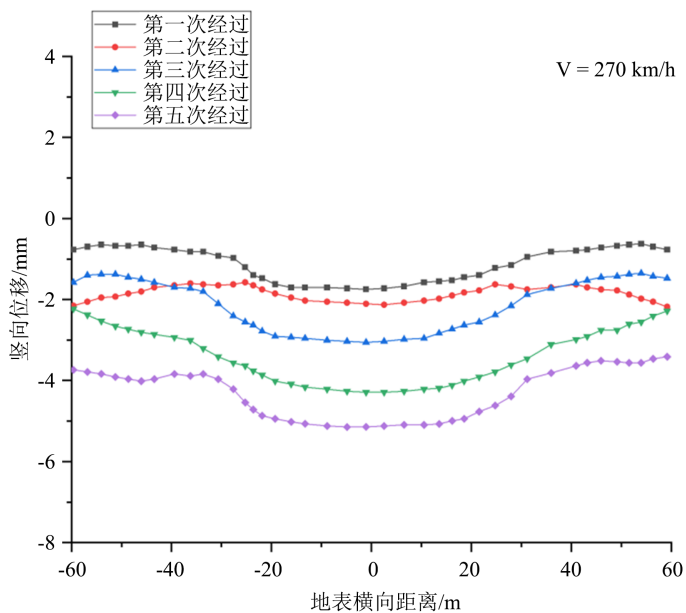


Figure 4. Lateral subsidence map of the ground at a speed of 270 km/h
 图 4. 270 km/h 时速下地表横向沉降图

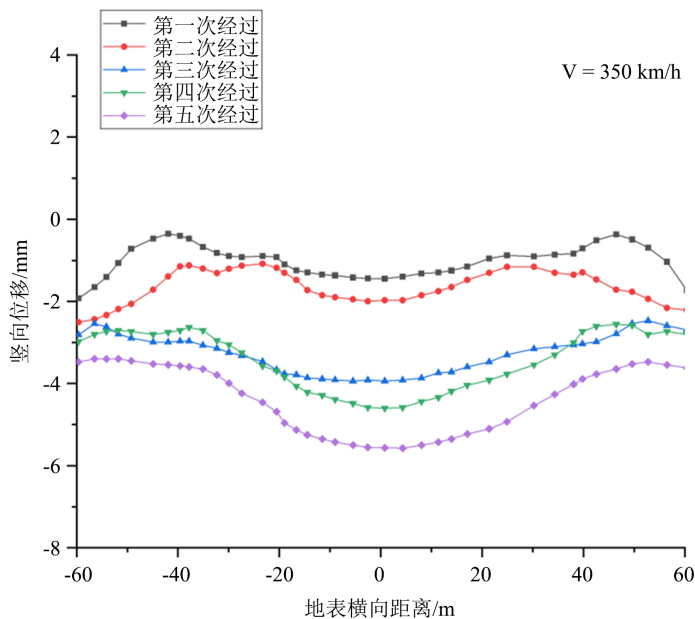


Figure 5. Lateral subsidence map of the ground at 350 km/h
 图 5. 350 km/h 时速下地表横向沉降图

从图 3~5 中可以看出, 三种速度条件下列车第一次经过时, 隧道轴向正上方的地表均会产生一定的沉降, 而隧道轴向两侧上方的地表约 40 m 至 60 m 处会产生一定的隆起, 分析原因为列车荷载作用时导致周围土压力大于上覆土压力, 土体隆起沉降值总体不大, 约为 1~2 mm, 且沉降分布不均匀。随着列车运行次数的增加, 地表沉降均有所扩大, 地表土体没有隆起的情况, 隧道轴线正上方地表处沉降最大, 随距轴线周围的距离越大沉降越小, 当列车运营达到一定程度后, 整体呈现竖向特征, 横断面上沉降形成沉降槽的形状, 地表沉降槽的形状已形成, 其宽度大致与隧道宽度相符。

对比三种不同速度条件下的沉降值,发现速度越大沉降量越大,地表沉降槽越明显,最大沉降发生在隧道轴线中心正上方地表,远离隧道轴线,沉降量逐渐减小。当列车不断经过时,沉降快速增加,沉降槽形状越来越明显。350 km/h 速度下沉降相较于 180 km/h 和 270 km/h 的沉降曲线,隧道正上方区域,沉降曲线由缓和无明显极值变为曲度较大曲线。

3.3. 隧道底部土体沉降分析

图 6~10 为列车移动荷载经过不同循环次数后隧道底部土体的竖向等效塑性应变随时间发展曲线,监测点布置如图 2 所示。由图可以看出,总体上塑性应变随着列车荷载的循环次数的增加而不断增大,这反映了软土塑性应变的累计效应。

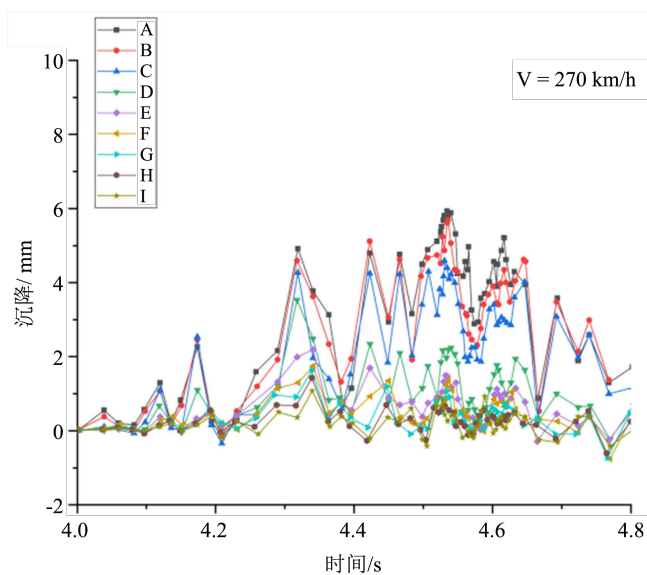


Figure 6. The soil at the bottom of the tunnel settles at various points after the train passes for the first time

图 6. 列车第一次经过后隧道底部土体各点沉降

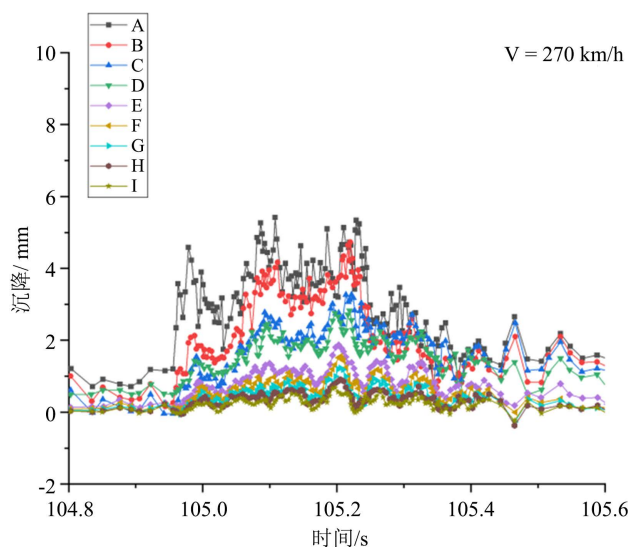


Figure 7. After the train passes through for the second time, the soil at the bottom of the tunnel settles at various points

图 7. 列车第二次经过后隧道底部土体各点沉降

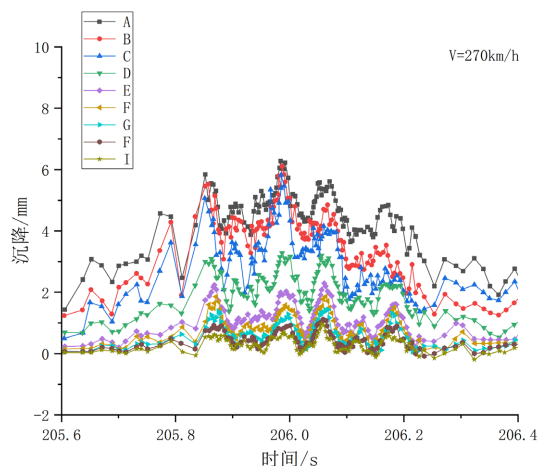


Figure 8. The soil at the bottom of the tunnel settles at various points after the train passes for the third time
图 8. 列车第三次经过后隧道底部土体各点沉降

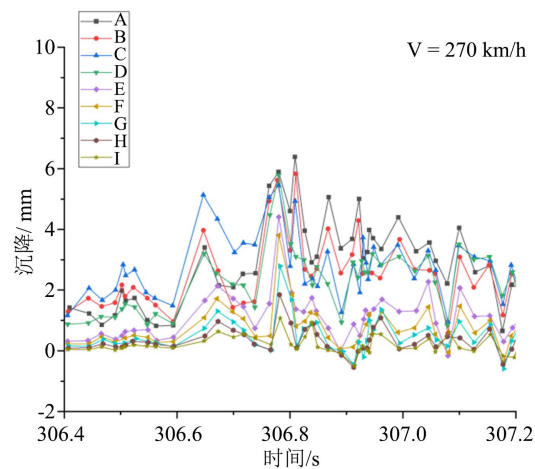


Figure 9. The soil at the bottom of the tunnel settles at various points after the train passes for the fourth time
图 9. 列车第四次经过后隧道底部土体各点沉降

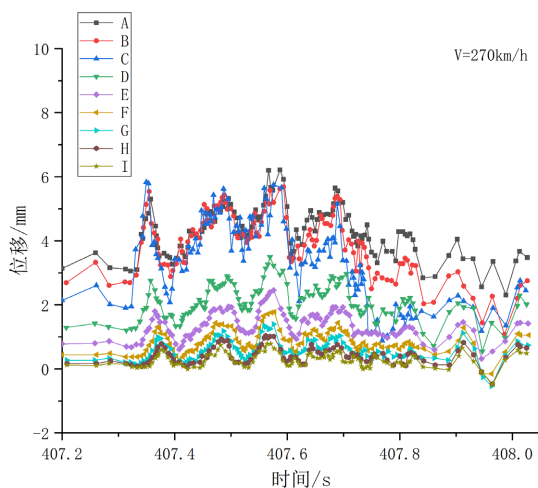


Figure 10. The soil at the bottom of the tunnel settles at various points after the train passes for the fifth time
图 10. 列车第五次经过后隧道底部土体各点沉降

由图 6~10 可以看出, 隧道底部土层的沉降呈现波动性变化, 出现这种现象的原因为列车荷载式一种振动荷载, 作用过程中在土层传递形成振动, 在列车振动荷载下, 土体的变形首先为弹性应变, 稳定后的应变为塑性应变。对比各个监测点, 可以发现 A 点沉降最大, 其为隧道正下方 0 m 的点, 且随着深度的增加, 沉降逐渐减少。分析图像可知, 当列车还未达到监测点时, 土体就已经发生变形, 沉降量较小在 0~1.5 mm 之间, 主要原因为列车振动引起土体变形; 列车经过监测点时, 沉降快速增加, 此时沉降值达到最大; 列车完全经过监测点后, 沉降值降低, 弹性变形消失, 累计沉降值不再增加, 沉降趋于稳定。

列车第五次经过沉降如图 10 所示, 明显可以看出, 前 4 次列车荷载的作用之后, A (隧道下 0 m)、B (隧道下 4.5 m)、C (隧道下 9 m) 三个监测点的沉降值较大, 在 4 mm~6 mm 区间范围内变化, 列车完全经过监测点后, 沉降值稳定在 4 mm 作用, 说明土体在列车荷载加载过程中的沉降值是稳定值的 1.2~2 倍左右。在隧道结构设计当中, 要充分考虑土体由于振动荷载而引发的超稳定沉降放大现象。隧道正下方 15 m 作用深度范围内土体沉降在 1~4 mm 之间, 超过 30 m 深度范围土体累积沉降几乎为 0, 深度越深影响越小, 直到可以忽略不计(图 11)。

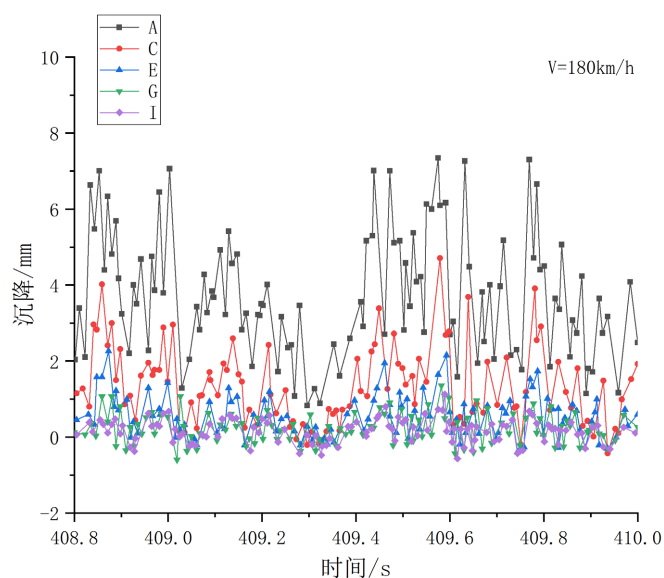


Figure 11. After passing the fifth time at a speed of 180 km/h, the soil at the bottom of the tunnel settles at various points
图 11. 180 km/h 时速下列车第五次经过后隧道底部土体各点沉降

由图 10~12 可知, 在不同速度条件下, 随着深度的增加, 土体的竖向累积沉降量都是逐渐减小。这是因为列车荷载的激振力作用范围随着深度的增加, 逐渐减小, 对深层土的作用效果有限。相同的监测点在不同速度下沉降也有所差别, 速度越大, 同一点的沉降也越大。由第二章的激振力曲线可知, 速度越大, 荷载幅值越大, 作用在隧道上的力越大, 因此沉降也越大。

4. 长期沉降

4.1. 长期沉降计算步骤

由累积应变模型可知, 首先确定土体的累积变形, 最后利用分层总和法得到累积沉降, 通过有限元建模软件得到偏应力。首先确定土体参数, 划分合适的网格, 仅考虑重力的地应力平衡, 提取应力分量, 根据公式计算各单元的初始静偏应力。然后施加一次动载荷, 即求得动力作用下的应力分量, 根据公式计算单元的动偏应力。其余参数由经验取值范围确定。

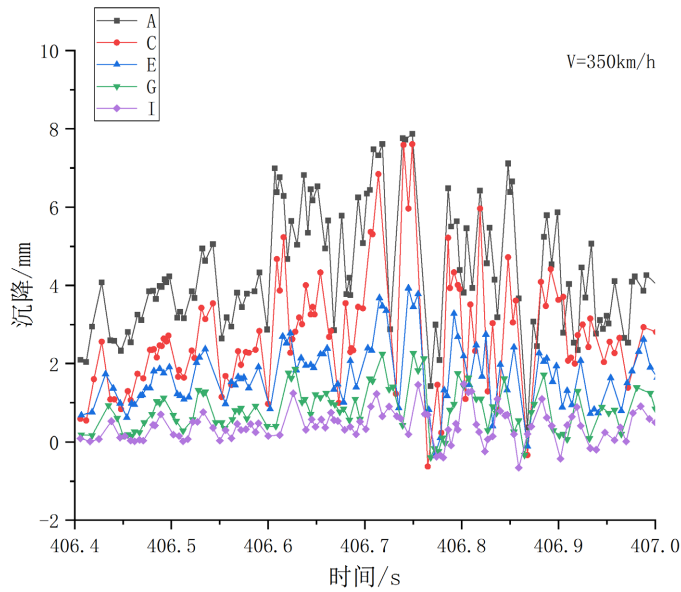


Figure 12. At a speed of 350 km/h, the soil at the bottom of the tunnel settled at various points after passing for the fifth time
图 12. 350 km/h 时速列车第五次经过后隧道底部土体各点沉降

具体累积沉降的计算步骤如下:

1) 偏应力计算

利用累积塑性变形模型进行计算, 首先要确定地基的初始静偏应力和列车动载引起的动偏应力值。根据弹塑性力学的定义, 偏应力的计算公式为:

$$q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ji}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\tau_{xy} + \tau_{yz} + \tau_{zx})^2\right]} \quad (7)$$

计算静偏应力, 考虑不排水条件下的土体和衬砌的自重, 求得 s_{11} 、 s_{22} 、 s_{33} 、 s_{12} 、 s_{13} 、 s_{23} , 分别对应单元 6 个应力分量 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} , 代入公式(4.24)计算该单元初始静偏应力 q_s 。

计算动偏应力时, 施加列车动荷载, 将列车荷载作用在模型隧道中心处。高铁列车荷载公式由第二章计算可知为:

$$P(t) = 81 + 5.05 \sin(47.12t) + 14.43 \sin(235.62t) + 46.19 \sin(942.48t) \quad (8)$$

列车完全通过模型后进行计算, 取动偏应力时程曲线中最大值作为该单元的动偏应力值。

2) 计算土体静强度

土体静强度 q_f 仅与土的原始状态有关

$$q_f = 2\tau_f \quad (9)$$

式中: τ_f ——为土的不排水抗剪强度;

τ_f 可由过有效固结应力理论来确定, 可根据 Mohr-Coulomb 强度指标计算不同深度下的不排水抗剪强度。这意味着 τ_f 可以使用固结不排水总应力强度指标 c_{cu} 和 φ_{cu} 来计算。

$$\tau_f = \frac{c_{cu} \cos \varphi_{cu}}{1 - \sin \varphi_{cu}} + \frac{1 + K_0}{2} \cdot \frac{P_c}{1 - \sin \varphi_{cu}} \quad (10)$$

式中:

c_{cu} 、 φ_{cu} ——分别为土体粘聚力和内摩擦角;

K_0 ——为静止土压力系数;

P_c ——为有效固结压力。

3) 确定土的平均有效固结压力 P_c

认为工程现场土层处于 K_0 固结状态。垂直应力由层状土的自重应力决定, 水平应力由土的侧限系数 K_0 决定, 见式(2)~(13)

$$P_c = \frac{1+K_0}{2} \sigma_{cz} = \frac{1+K_0}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i \quad (11)$$

式中: K_0 ——为土体侧限系数;

σ_{cz} ——为土体的自重应力;

n ——为计算应力点上部土层数;

γ_i ——为上部第 i 层的容重;

h_i ——为上部第 i 层的厚度。

4) 列车振动荷载引起的各层土体累积塑性变形

利用已经得到的动应力和静偏应力, 可以计算出应力比, 然后计算出每层土的累积塑性应变。

$$\beta = \frac{q_d}{q_f} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{xd} - \sigma_{yd})^2 + (\sigma_{xd} - \sigma_{zd})^2 + (\sigma_{zd} - \sigma_{yd})^2 + 6\tau_{xy}^2 \right]}}{2 \left[\frac{C_{cu} \cos \varphi_{cu}}{1 - \sin \varphi_{cu}} + \frac{1+K_0}{2} \cdot \frac{P_c}{1 - \sin \varphi_{cu}} \right]} \quad (12)$$

5) 计算列车荷载作用下的长期沉降值

根据上一节中计算出的各层路基土体应力状态, 得到每层土的累积塑性应变, 再利用分层总和法计算路基的总沉降值, 表达式为

$$S_d = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^p h_i \quad (13)$$

式中: ε_i^p ——为 i 层的累积塑性变形;

n ——为模拟单元的土层数;

h_i ——为土层厚度。

4.2. 运营年限与沉降的关系

国内高铁普遍运行时间规律和列车 8 节车厢编组为一列的标准, 线路每天运营 16 小时, 两列车间隔 30 分钟, 则每天运行 32 列车次。一趟列车全部通过隧道下部某一点时, 大约引起振动 16 次, 则地基该点每天振动约 512 次, 每月振动约 1.53 万次, 每年振动约 18.43 万次, 十年振动约 184.32 万次。根据上述沉降预测模型进行计算, 为高铁隧道长期稳定运行提供一定的查考价值。图 13 为根据预测模型计算的运营 20 年土体沉降演化曲线。

由图 13 可以看出, 不同速度下运营 20 年的沉降预测值分别为 36.567 mm、37.399 mm 和 38.468 mm。从图中曲线可以看出, 相同的运营期时间间隔, 第一年最沉降大, 第二十年沉降最小, 随着时间的增加, 沉降预测值的增量逐渐减小, 沉降增长速率随着运营期的增长而逐渐减小。相同的运营年限, 速度越快, 沉降量越大。通过阅读大量文献可知预测的沉降曲线符合下部土体在列车循环荷载作用下的沉降规律。

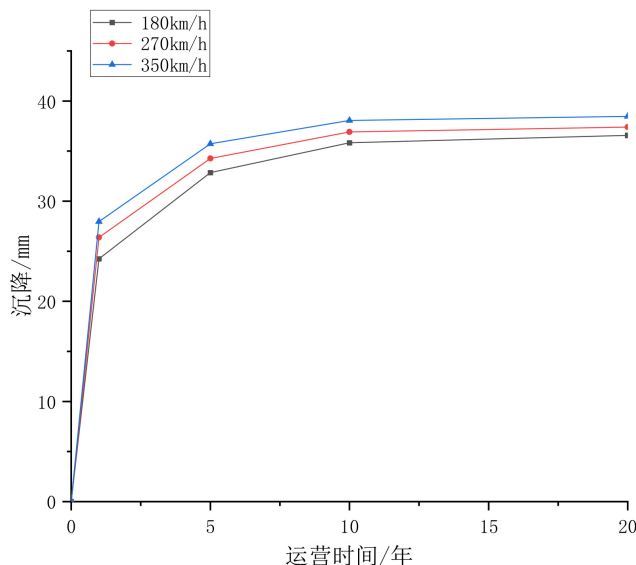


Figure 13. Relationship between submersible soil settlement and operating time under tunnel under different driving speeds
图 13. 不同行车速度作用下隧道下卧土体沉降与运营时间的关系

5. 结论

1) 采用激振力函数法确定三种不同时速下列车荷载公式, 分别得到其时程曲线。不同速度下振幅差别较大, 速度越大振幅越大。

2) 运营前期, 列车荷载作用下导致周围土压力大于上覆土压力, 隧道轴向两侧上方的地表约 40 m 至 60 m 处会产生轻微隆起。隧道轴线正上方地表处沉降最大, 距离轴线越远沉降越小, 当列车运营达到一定程度后, 横断面上沉降形成宽度大致等于隧道宽度的沉降槽, 速度越大沉降量越大。

3) 在不同速度条件下, 随着深度的增加, 列车荷载的激振力作用效果降低, 土体的竖向累积沉降量逐渐减小。速度越快, 激振力荷载幅值越大, 作用在隧道上的力越大, 相同监测点的沉降也越大。

4) 土体在列车荷载加载过程中的沉降值要是稳定值的 1.2~2 倍左右, 在隧道结构设计当中, 要充分考虑土体由于振动荷载而引发的超稳定沉降放大现象。

5) 前期运营年限为 1 年时, 车辆速度由 180 km/h 增大到 270 km/h 和 350 km/h 隧道下部 0 m 的累积沉降分别增长了 2.147 mm 和 3.716 mm, 前期速度对于累积沉降的作用明显。后期运营年限达到 20 年时, 车辆速度由 180 km/h 增大到 270 km/h 和 350 km/h 隧道下部 0 m 的累积沉降分别增长了 0.832 mm 和 1.901 mm, 后期速度对于累积沉降的作用有限。

6) 随着高铁运营时间的增长, 列车荷载循环作用次数的增加, 运营初期, 土体沉降量相对较大, 随着运营时间的增加, 土体沉降量逐渐减小。

参考文献

- [1] 莫婧婷. 黄土地区地铁隧道运营沉降与控制研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安建筑科技大学, 2020. <https://doi.org/10.27393/d.cnki.gxazu.2020.000410>
- [2] 刘舜. 高速铁路基床翻浆冒泥发生机理及其导致的轮轨动力响应研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东大学, 2021. <https://doi.org/10.27272/d.cnki.gshdu.2021.003686>
- [3] 王祥秋, 杨林德, 高文华. 铁路隧道提速列车振动测试与荷载模拟[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 99-102+107+138.
- [4] 梁波, 蔡英. 不平顺条件下高速铁路路基的动力分析[J]. 铁道学报, 1999, 21(2): 84-88.

-
- [5] 张学钢, 黄阿岗, 郭旺军. 列车荷载长期作用下隧道地基固结变形的数值分析[J]. 铁道工程学报, 2011(4): 22-26.
- [6] 高广运, 徐大为, 张先林, 等. 地铁循环荷载作用下上海软土路基的长期沉降计算[J]. 桂林理工大学学报, 2012, 32(3): 370-374.
- [7] 周飞. 高速铁路路基动力响应有限元仿真分析[J]. 路基工程, 2010(增刊): 112-115.
- [8] 周捡平, 陈页开, 匡月青, 许俊豪. 地铁列车移动荷载作用下饱和软黏土地基动力响应及长期累积变形[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(22): 137-143.
- [9] 杨兵明, 刘保国. 地铁列车循环荷载下软土地区盾构隧道长期沉降分析[J]. 中国铁道科学, 2016, 37(3): 61-67.
- [10] 薛阔, 王立娜, 翟翹飞, 陈洲. 地铁列车荷载引起隧道基底长期沉降研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2018, 40(5): 47-51. <https://doi.org/10.13393/j.cnki.issn.1672-948x.2018.05.010>