

Combined Prediction Based on Chaotic Linear Regression and Elman Neural Network

Wanlin Zhu, Liyun Su*

School of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing
Email: *cloudhopping@163.com

Received: Dec. 23rd, 2019; accepted: Jan. 2nd, 2020; published: Jan. 9th, 2020

Abstract

Aiming at the problem that the single model has insufficient ability to predict chaotic time series, this paper combines a chaotic linear regression model and an Elman neural network model to design a combined prediction model and applies it to Lorenz chaotic time series. First, a chaotic linear regression model is established, then an Elman neural network model is established, and finally, a combined prediction model of a chaotic linear regression model based on a weighted arithmetic average operator and an Elman neural network is established. The validity of the combined model in actual prediction is tested by Lorenz chaotic time series. Simulation experiments show that the combined prediction model is significantly better than these two single-item prediction models in terms of prediction accuracy, which verifies that the proposed combination model has good prediction performance.

Keywords

Chaotic Time Series, Chaotic Linear Regression Model, Elman Neural Network Model, Combined Prediction Model

基于混沌线性回归与Elman神经网络的组合预测

朱万林, 苏理云*

重庆理工大学理学院, 重庆
Email: *cloudhopping@163.com

*通讯作者。

收稿日期: 2019年12月23日; 录用日期: 2020年1月2日; 发布日期: 2020年1月9日

摘要

针对单一模型对混沌时间序列预测能力不足的问题, 本文将混沌线性回归模型和Elman神经网络模型相结合, 设计一种组合预测模型, 并将其应用于Lorenz混沌时间序列。首先建立混沌线性回归模型, 然后建立Elman神经网络模型, 最后建立基于加权算术平均算子的混沌线性回归模型和Elman神经网络的组合预测模型。通过Lorenz混沌时间序列检验了组合模型在实际预测中的有效性。仿真实验表明, 组合预测模型在预测精度方面明显优于这两个单项预测模型, 验证了本文提出的组合模型具有良好的预测效能。

关键词

混沌时间序列, 混沌线性回归模型, Elman神经网络模型, 组合预测模型

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

混沌时间序列预测在气象预测[1]、水利预测[2]、通信[3]等方面应用广泛。近年来, 国内外学者提出了许多混沌预测模型, 如: 混沌线性回归模型、神经网络、支持向量机和局部多项式模型等。易锦燕[4] (2015)将混沌时间序列线性回归模型应用于供应链的绩效预测。贺坤[5] (2018)提出了一种基于集合经验模态分解(EEMD)和遗传算法(GA)优化的神经网络(BP)的预测模型。崔万照[6] (2004)建立了混沌时间序列的支持向量机预测模型。周永道[7] (2007)把混沌时间序列构造为一组序列对, 然后用多元局部多项式方法来预测其序列。这些学者的研究都有一定的参考性, 但单个预测模型都有自身的特点和应用局限性, 所以反应数据信息存在一定差异, 使用单个模型进行预测都难免丢失部分数据信息。

由于单个预测模型自身的缺点及局限性, 采用单个预测模型相结合的组合预测模型[8] [9] [10], 越来越成为研究发展的需要。在组合预测方面, 谢朋朋[11] (2015)研究基于线性回归预测模型和灰色模型 GM (1,1)的变权组合预测模型。俞凯加[12] (2015)利用 ARIMA 时间序列模型和 BP 神经网络模型的组合预测模型获得大坝变形的预测。刘伟军[13] (2015)提出混沌 SVM 与 BP 神经网络组合预测模型用于工程造价指数预测。本文结合混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型, 通过加权算术平均算子进行组合, 构建一种新型预测模型, 用于 Lorenz 混沌时间序列[14]预测研究。本文的组合预测模型, 不仅有线性模型, 还有非线性模型, 将线性模型和非线性模型进行组合, 使得该组合预测模型能够有效的预测混沌时间序列, 预测精度高, 且预测精度明显优于单个混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型。

2. 理论模型设计

2.1. 混沌线性回归模型

建立混沌线性回归模型的步骤如下: 第一步对混沌时间序列进行相空间重构[15], 第二步根据重构的相空间建立线性回归模型。

2.1.1. 相空间重构

对于混沌时间序列 $\{y(t), t=1, 2, \dots, \Gamma\}$, 其在重构相空间中的某一相点可以表示为: $Y(t) = (y(t), y(t-\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau))$, 其中, $t = n_1, n_1+1, \dots, \Gamma$, $n_1 = 1 + (m-1)\tau$ 。Takens 定理指出, 对于重构后的相空间轨迹中的每一点, 存在光滑映射 $f: R^m \rightarrow R$, 使得: $y(t+1) = f(Y(t))$, 其中 $t = n_1, n_1+1, \dots, \Gamma-1$ 。若能求出 f 或者找到 f 的近似映射 \hat{f} , 便可对下一个数据点 $y(t+1)$ 进行预测。本文采用互信息函数法[16]求解延迟时间 τ , 采用 Cao [17]的方法求解嵌入维数 m 。

2.1.2. 线性回归模型

重构相空间之后建立混沌时间序列 $y(t)$ 的线性回归模型来近似映射 f :

$$y(t+1) \approx f(Y(t)) \quad (1)$$

$$f(Y(t)) = Y\beta + \varepsilon \quad (2)$$

其中:

$$y(t+1) = \begin{bmatrix} y(n_1+1) \\ y(n_2+1) \\ \vdots \\ y(\Gamma) \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & y(n_1) & y(n_1-\tau) & \cdots & y(n_1-(m-1)\tau) \\ 1 & y(n_2) & y(n_2-\tau) & \cdots & y(n_2-(m-1)\tau) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & y(\Gamma-1) & y(\Gamma-1-\tau) & \cdots & y(\Gamma-1-(m-1)\tau) \end{bmatrix}, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2).$$

由最小二乘理论推导出:

$$\hat{\beta} = (Y^T Y)^{-1} (Y^T y(t+1)) \quad (3)$$

利用混沌时间序列的混沌特性, 对混沌时间序列相空间重构, 再结合线性回归模型建立混沌线性回归模型。该模型对混沌时间序列具有较高的预测精度。

2.2. Elman 神经网络模型

Elman 神经网络是一种典型的动态递归神经网络, 它是在 BP 网络结构基础上, 在隐含层增加一个承接层, 作为一步延时算子, 从而使系统具有适应时变性的能力。因此, 考虑混沌时间序列的动态特点, 尝试使用 Elman 神经网络对混沌时间序列进行预测。

2.2.1. Elman 神经网络结构

Elman 神经网络分为四层: 输入层、隐藏层、承接层和输出层, 如图 1 所示。输入层、隐藏层、输出层的连接类似前馈网络, 其连接权可以学习修正。承接层从隐藏层接收反馈信息, 每一个隐藏层节点都要一个与之对应的承接层节点连接。承接层的作用是通过连接记忆将上一个时刻的隐藏层的输出, 连同当前时刻的网络输入一起作为隐藏层的输入。这种反馈方式使网络对历史状态的数据具有敏感性, 增加了网络本身处理动态信息的能力, 从而达到动态建模的目的[18][19]。这种反馈方式可以很好的体现混沌时间序列的动态过程。

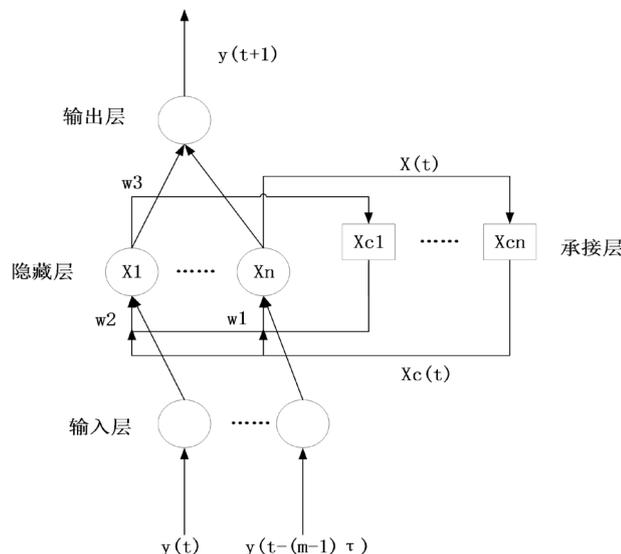


Figure 1. Elman neural network structure diagram
图 1. Elman 神经网络结构图

2.2.2. Elman 神经网络学习过程

Elman 神经网络的输入矢量为 $Y(t)$, 输出矢量为 $y(t+1)$, 隐藏层输出矢量为 $X(t)$, 承接层输出矢量为 $Xc(t)$, 则 Elman 神经网络输入输出关系为:

$$X(t) = f(w1 \cdot Xc(t) + w2 \cdot Y(t-1)) \quad (4)$$

$$Xc(t) = X(t-1) \quad (5)$$

$$y(t+1) = g(w3 \cdot X(t)) \quad (6)$$

其中 $w1, w2, w3$, 分别表示承接层到隐藏层、输入层到隐藏层、隐藏层到输出层的连接权值; $f(\bullet)$ 和 $g(\bullet)$ 分别为隐藏层和输出层神经元的传递函数。Elman 神经网络采用 BP 算法进行权值修正, 学习损失函数采用误差平方和函数:

$$E(w) = \sum_{t=n1}^{\Gamma-1} (y_{t+1}(w) - \hat{y}_{t+1}(w))^2 \quad (7)$$

其中 $\hat{y}_{t+1}(w)$ 为混沌时间序列的预测值。Elman 神经网络模型体现了混沌时间序列的动态过程, 因此该模型对混沌时间序列具有较高的预测精度。

2.3. 组合预测模型

组合预测模型的普遍形式为单个预测模型的加权平均, 因此组合预测模型的重点在于加权系数的确定。对于混沌时间序列预测问题, 采集到的历史数据为 $y(t+1)$ 向量。采用混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型进行预测, 得到 2 个预测模型 $\{\phi_1, \phi_2\}$, 其在 t 时刻的预测值分别为 $\{\phi_1(t), \phi_2(t)\}$ 。设权重向量 $W = (W_1, W_2)$ 为组合预测模型的组合加权重, 且满足 $W_1 + W_2 = 1$ 。本文的组合预测模型为:

$$\psi_t = W_1 \phi_1(t) + W_2 \phi_2(t) \quad (8)$$

用均方误差作为目标函数[20][21], 能够有效避免正负抵消的情况, 求出的权重能够提高组合模型的预测效果。权重向量的分量取值范围为 0 到 1, 且分量求和等于 1, 所以本文可假设 $W_1 = \lambda, W_2 = 1 - \lambda$ 。根据实际情况, 可考虑 λ 为 0 到 1 步长为 0.1 之间的数。然后遍历 λ , 选取使得目标函数达到最小的数作

为最终的 λ 。该组合预测模型同时包含了线性模型和非线性模型的特点, 因此该模型对混沌时间序列具有很好的预测精度。

3. 仿真实验结果及分析

3.1. Lorenz 系统下实验条件说明

本文主要验证组合预测模型在预测精度方面的性能, 进行三个仿真实验。以 Lorenz 系统生成的序列作为实验的混沌时间序列。预测精度采用均方误差(MSE)、平均绝对误差(MAD)和均方根误差(RMSE) 3 个指标[22] [23]来衡量。均方误差衡量真实值与预测值的差异程度, 平均绝对误差是所有单个观测值与预测值的偏差的绝对值的平均, 均方根误差是均方误差的算术平方根。 $y(t)$ 为真实值, $\hat{y}(t)$ 为组合预测模型的预测值, n 表示数量。3 个指标计算公式如下:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y(t) - \hat{y}(t))^2 \quad (9)$$

$$\text{MAD} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y(t) - \hat{y}(t)| \quad (10)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y(t) - \hat{y}(t))^2} \quad (11)$$

Lorenz 系统生成混沌时间序列, Lorenz 系统迭代方程如下:

$$\begin{cases} \hat{\eta} = \sigma(y - \eta) \\ \hat{y} = -\eta z + r\eta - y \\ \hat{z} = \eta y - bz \end{cases} \quad (12)$$

其中 η, y, z 为时间函数, 该系统在 Lorenz 先生给出的典型参数下的显式(Runge-Kutta)数值解具有混沌效应, 典型参数 $\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$ 。假定初始条件 $\eta = 1, y = 1, z = 1$, 采样时间 $t = 0.01$ 秒, 产生 10,000 个数据点, 取其中的第一分量 η 作为混沌时间序列 $y(t)$, 选取 4000 个连续序列作为采样数据。采用复自相关法和 Cao 的方法确定出 $y(t)$ 的延迟时间 $\tau = 7$, 嵌入维数 $m = 6$ 。

3.2. 混沌线性回归模型效果评估

采用 Lorenz 系统生成混沌时间序列作为历史数据。为了在预测精度上对比验证本文提出的组合预测模型性能, 用混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型的预测结果作对比。

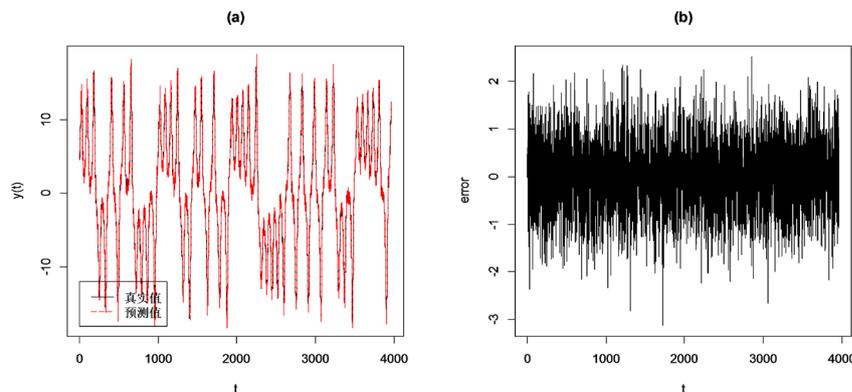


Figure 2. Chaotic linear regression model prediction results. (a) Prediction curve; (b) Error curve
图 2. 混沌线性回归模型预测结果。(a) 预测曲线; (b) 误差曲线

图 2(a)代表 3964 个观测数据在混沌线性回归模型下的预测曲线, 从图中可以看出, 红色虚线的预测曲线很好的拟合了黑色的实际曲线, 均方误差 MSE 为 0.5680。图 2(b)观测数据的预测误差曲线, 从图中可以看出, 各点的预测误差集中在零点附近波动, 说明混沌线性回归模型的预测误差较小。

3.3. Elman 神经网络模型效果评估

Elman 神经网络采用的是 BP 算法[24] [25]进去权值修正, 所以需要先对混沌时间序列归一化处理, 然后对预测的数据反归一化作为最终的预测值。本来 Elman 网络的输入层数为 6, 隐藏层数为 3, 承接层数为 3, 输出层数为 1。

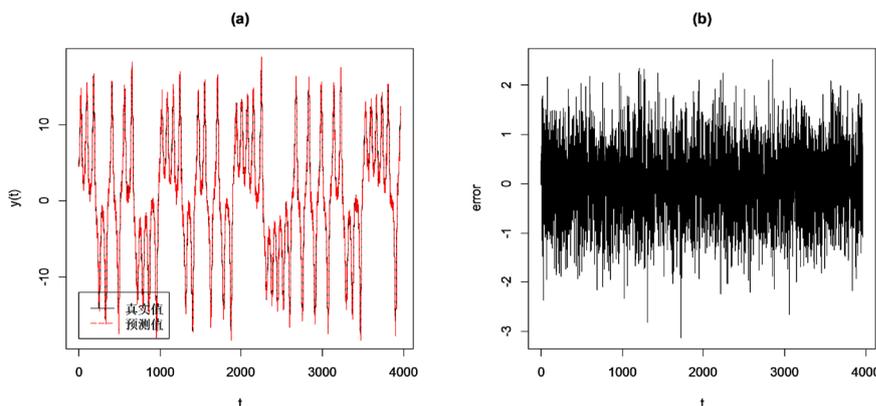


Figure 3. Elman neural network model prediction results. (a) Prediction curve; (b) Error curve
图 3. Elman 神经网络模型预测结果。(a) 预测曲线; (b) 误差曲线

图 3(a)代表 3964 个观测数据在 Elman 神经网络模型下的预测曲线, 从图中可以看出, 红色虚线的预测曲线很好的拟合了黑色的实际曲线, 均方误差 MSE 为 0.7731。图 3(b)观测数据的预测误差曲线, 从图中可以看出, 各点的预测误差集中在零点附近波动, 说明 Elman 神经网络模型的预测误差较小。

3.4. 组合预测模型效果评估

对比混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型的预测结果可知, 两种方法对混沌时间序列的预测存在一定差异。为了有效整合这两种预测方法的优点, 将两种方法通过加权算术平均算子进行组合, 得到新的组合预测模型。计算得到混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型的权值为 0.53 和 0.47。

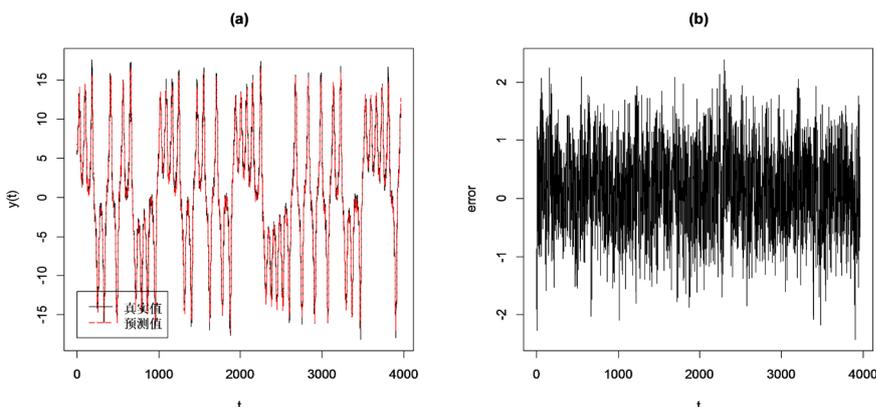


Figure 4. Combined prediction model prediction results. (a) Prediction curve; (b) Error curve
图 4. 组合预测模型预测结果。(a) 预测曲线; (b) 误差曲线

图 4(a)代表 3964 个观测数据在组合预测模型下的预测曲线, 从图中可以看出, 红色虚线的预测曲线很好的拟合了黑色的实际曲线, 均方误差 MSE 为 0.4644。图 4(b)观测数据的预测误差曲线, 从图中可以看出, 各点的预测误差集中在零点附近波动, 说明组合预测模型的预测误差较小。

3.5. 单个模型与组合预测模型效果对比

为了在预测精度和稳定性上对比验证组合预测模型的性能, 在相同的实验条件下, 分别采用混沌线性回归模型、Elman 神经网络模型和组合预测模型对 Lorenz 时间序列进行单步预测, 统计得到均方误差 MSE, 平均绝对误差 MAD, 均方根误差 RMSE。表 1 给出了不同模型对 Lorenz 混沌时间序列的预测结果。

Table 1. Comparison of different prediction models

表 1. 不同预测模型比较

指标模型	MSE	MAD	RMSE
混沌线性回归模型	0.5680	0.6035	0.75367
Elman 神经网络模型	0.7731	0.6919	0.8792
组合预测模型	0.4644	0.5405	0.6815

从表 1 可以看出, 组合预测模型的 MSE、MAD、RMSE 均明显小于单个模型, 在预测精度和稳定性方面, 组合预测模型具有明显的优势。虽然组合预测模型运行的时间相比于单个模型长, 但都来可接受范围。总体看来, 在混沌时间序列预测中, 组合预测模型在预测精度和稳定性上更具有优势。

4. 结论

单个预测模型由于自身条件的限制, 对混沌时间序列进行预测时, 由于不能完全利用数据信息而影响预测效果。通过一定方式对单个模型进行组合, 得到新的组合预测模型能够提高预测精度。本文设计了一种由混沌线性回归模型和 Elman 神经网络模型相结合的组合预测模型, 并通过 Lorenz 混沌时间序列验证了这种预测方法的有效性。这种组合预测模型在预测精度和稳定性上优于这两个单个模型, 以 MSE、MAD、RMSE 这 3 个指标说明了, 本文提出的组合预测模型在 Lorenz 混沌时间序列的有效性。因此可将本文方法推广运用到混沌保密通信、海杂波处理、生物医学等领域。

基金项目

重庆市自然科学基金(cstc2018jcyjAX0464), 重庆市研究生教育教学改革研究重大项目(yjg191017), 重庆市高等教育教学改革研究一般项目(193180), 重庆理工大学高等教育教学改革研究重点项目(2018ZD05), 重庆理工大学研究生教育教学改革研究重点项目(2017yjg102), 重庆市专业学位研究生教学案例库建设项目(201967, 应用统计专业学位研究生教学案例建设)。

参考文献

- [1] Malik, A.S., Boyko, O., Atkar, N. and Young, W.F. (2001) A Comparative Study of MR Imaging Profile of Titanium Pedicle Screws. *Acta Radiologica*, **42**, 291-293. <https://doi.org/10.1080/028418501127346846>
- [2] Illman, W.A., Liu, X. and Craig, A. (2007) Steady-State Hydraulic Tomography in a Laboratory Aquifer with Deterministic Heterogeneity: Multi-Method and Multiscale Validation of Hydraulic Conductivity Tomograms. *Journal of Hydrology*, **341**, 222-234. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.05.011>
- [3] Chou, H.G., Chuang, C.F., Wang, W.J. and Lin, J.-C. (2013) A Fuzzy-Model-Based Chaotic Synchronization and Its Implementation on a Secure Communication System. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, **8**, 2177-2185. <https://doi.org/10.1109/TIFS.2013.2286268>

- [4] 易锦燕, 黄雪丽. 基于混沌时间序列线性回归预测模型的供应链绩效评价[J]. 统计与决策, 2015(22): 44-46.
- [5] 贺坤, 李星野. 基于经验模态分解和遗传算法改进的神经网络模型的风速时间序列预测[J]. 电子测量技术, 2018, 41(8): 146-149.
- [6] 崔万照, 朱长纯, 保文星, 等. 混沌时间序列的支持向量机预测[J]. 物理学报, 2004, 53(10): 3303-3310.
- [7] 周永道, 马洪, 吕王勇, 王会琦. 基于多元局部多项式方法的混沌时间序列预测[J]. 物理学报, 2007, 56(12): 6809-6814.
- [8] 谢开贵, 李春燕, 周家启. 基于神经网络的负荷组合预测模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(7): 85-89.
- [9] 余健明, 燕飞, 杨文宇, 等. 中长期电力负荷的变权灰色组合预测模型[J]. 电网技术, 2005, 29(17): 26-29.
- [10] 谢开贵, 李春燕, 俞集辉. 基于遗传算法的短期负荷组合预测模型[J]. 电网技术, 2001, 25(8): 20-23.
- [11] 谢朋朋, 黄腾, 刘阳. 变权组合预测模型在大坝沉降监测中的应用[J]. 测绘工程, 2015(4): 74-76.
- [12] 俞凯加, 储冬冬, 李星. ARIMA-BP 组合分析模型在某心墙堆石坝沉降量预测中的应用[J]. 水电能源科学, 2015, 33(6): 72-75.
- [13] 刘伟军, 胡友良. 基于混沌 SVM 与 BP 神经网络预测材料价格指数[J]. 公路与汽运, 2015(4): 268-272.
- [14] 关新平, 彭海朋, 李丽香, 等. Lorenz 混沌系统的参数辨识与控制[J]. 物理学报, 2001, 50(1): 26-29.
- [15] 张淑清, 贾健, 高敏, 等. 混沌时间序列重构相空间参数选取研究[J]. 物理学报, 2010, 59(3): 1576-1582.
- [16] 何鹏, 周德云, 黄吉传. 利用互信息确定延迟时间的新算法[J]. 计算机工程与应用, 2013(24): 12-14+58.
- [17] Cao, L. (1997) Practical Method for Determining the Minimum Embedding Dimension of a Scalar Time Series. *Physica D*, **110**, 43-50. [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(97\)00118-8](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00118-8)
- [18] 王俊松. 基于 Elman 神经网络的网络流量建模及预测[J]. 计算机工程, 2009, 35(9): 190-191.
- [19] 刘荣, 方鸽飞. 改进 Elman 神经网络的综合气象短期负荷预测[J]. 电力系统保护与控制, 2012(22): 119-123.
- [20] 王海荣, 王玉辉, 黄永明, 等. 大规模 MIMO 蜂窝网络系统中的导频污染减轻方法[J]. 通信学报, 2014(1): 24-33.
- [21] 龚永罡, 汤世平. 面向大数据的 SVM 参数寻优方法[J]. 计算机仿真, 2010, 27(9): 204-207.
- [22] 梅英, 谭冠政, 刘振焘, 等. 基于大脑情感学习模型和自适应遗传算法的混沌时间序列预测[J]. 物理学报, 2018, 67(8): 23-35.
- [23] 苏理云, 孙唤唤, 王杰, 等. 混沌噪声背景下微弱脉冲信号的检测及恢复[J]. 物理学报, 2017, 66(9): 23-32.
- [24] 张铃, 张钺. 神经网络中 BP 算法的分析[J]. 模式识别与人工智能, 1994, 7(3): 19-23.
- [25] 庞素琳, 王燕鸣, 黎荣舟. 基于 BP 算法的信用风险评价模型研究[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33(8): 48-55.