

A New Method for Phase Transition Identification of Duffing Oscillator Based on Instantaneous Frequency*

Song Zhang¹, Guosheng Rui¹, Bin Xu¹, Lei Zong², Wen Cui³

¹Provincial Key Laboratory of Signal and Information Processing, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai

²Naval equipment military Representative Office, Qingdao

³The 96656th Unit of PLA, Beijing

Email: zs11503@126.com; ruigs@vip.sina.com; lili_0530@163.com

Received: Jul. 27th, 2011; revised: Aug. 5th, 2011; accepted: Aug. 9th, 2011.

Abstract: Phase transition identification is the key technology of weak signals detection using Duffing oscillator. Considering the complexity and huge computation of existing algorithms, the instantaneous frequencies of the chaotic and large scale period states of Duffing oscillator system output were analyzed using empirical mode decomposition. A novel method for phase transition identification based on instantaneous frequency of the first intrinsic mode function of Duffing oscillator system output was proposed. Based this phase transition identification algorithm, a new method of weak signals detection using Duffing oscillator was proposed. Simulation results indicate this method's validity.

Keywords: Phase Transition; Instantaneous Frequency; EMD; Weak Signal Detection; Duffing Oscillator

基于瞬时频率的 Duffing 振子相变判别新方法*

张嵩¹, 芮国胜¹, 徐彬¹, 宗磊², 崔文³

¹海军航空工程学院, 山东省信息与信号处理重点实验室, 烟台

²海军驻青岛地区配套设备代表室, 青岛

³解放军 96656 部队, 北京

Email: zs11503@126.com; ruigs@vip.sina.com; lili_0530@163.com

收稿日期: 2011 年 7 月 27 日; 修回日期: 2011 年 8 月 5 日; 录用日期: 2011 年 8 月 9 日

摘要: 利用 Duffing 振子检测微弱信号的关键在于对振子相变的正确判别, 针对现有 Duffing 振子相变判别方法存在计算量大、不易量化处理的问题, 本文利用经验模态分解方法, 研究了混沌临界状态以及大尺度周期状态下 Duffing 振子系统输出信号瞬时频率特性, 提出了以系统输出第一层内蕴模态函数瞬时频率极差为度量的相变判别方法。基于此相变判别方法, 提出了一种新的基于瞬时频率的 Duffing 振子微弱信号检测方法。通过仿真计算, 实现了信噪比(SNR)为-52 dB 的微弱正弦信号的 Duffing 振子检测。

关键词: 相变; 瞬时频率; 经验模态分解; 弱信号检测; Duffing 振子

1. 引言

随着人类社会的不断发展和科技的不断进步, 各种无线系统的应用使得空间电磁环境越来越复杂。通信系统, 特别是某些频段上的无线通信系统会遭受到强烈的背景噪声干扰, 某些情况下会造成通信系统性能的急剧下降。传统的通信信号检测方法如相干检测

法其检测效果理想与否很大程度上取决于滤波器性能的好坏, 而且随着噪声的增大, 测量结果的精度恶化很快。因此, 为保证通信可靠的进行, 有必要进一步研究信噪比检测门限低, 检测精度高的通信信号检测方法。

近年来, 人们对利用 Duffing 振子检测淹没在噪声中微弱正弦信号的检测原理与方法进行了大量研

*基金项目: 泰山学者建设专项基金。

究^[1-3]。混沌振子用于微弱信号检测的物理机制来源于对混沌的控制。其原理就是处在临界状态的 Duffing 振子, 当加入与系统内置策动力同频同相的待测信号后, 即使待测信号淹没在强噪声背景下, Duffing 振子也能迅速从混沌状态进入大尺度周期状态。这种系统状态的变换通常通过人为地观察相图或者时域波形来判断^[1-3]。对系统相变的判定对错决定着信号检测的性能好坏。

通过对相图的目测进行 Duffing 振子的相变判别只是一种定性的相变测度, 无法定量分析。鉴于观察 Duffing 振子相图或者时域波形判断相变的弊端, 文献[4]引入了功率谱熵的概念, 通过 Duffing 振子不同状态下, 系统输出信号功率谱熵的不同作为测度来判断状态的改变。但是该方法仍然是一种定性的测度, 只是从观察相图的变化转变为观察功率谱熵图的变化, 没有给出定量的测度。文献[5]根据系统处于混沌和大尺度周期时其庞加莱截面上的点分别处于奇怪吸引子的有界发散状态和一周期点收敛状态的区别来区分混沌与大尺度周期状态。该方法仍没有脱离“观察图”的相变判断方法。就相图变化的定量测度方面的研究, 主要集中在混沌时间序列复杂度指标的定义和计算上^[6,7]。其主要思想是利用混沌系统不同状态下的输出信号有着不同的复杂度和相关性, 通过复杂度的定量计算来区分系统相图的变化, 而常用的诸如 Lyapunov 指数、近似熵等复杂度指数均存在计算复杂的缺点。文献[8]提出了一种利用系统解与周期策动力的相位变化规律判别 Duffing 振子相变的新方法, 对从振子相轨迹运动的相位角度考虑 Duffing 振子不同状态复杂度是一种很好的尝试, 利用该方法, 成功检测出背景噪声为-20 dB 时的信号。本文研究内容受文献[8]的启发, 从研究振子不同状态下相轨迹的瞬时频率特性的不同出发, 判别 Duffing 振子的相变发生与否。

瞬时频率是研究瞬态和非平稳现象的一个重要的物理量, 1998 年 N. E. Huang 提出 EMD 方法^[9], 就是建立在瞬时频率的基础上, 其基本思想是首先将信号分解成几个基本的 IMF, 再利用 Hilbert 变换对各个 IMF 分量进行时频分析。EMD 方法最重要的意义是使得信号的瞬时频率有意义。

本文利用 EMD 方法将 Duffing 不同状态下输出信号分解成几个基本内蕴模态函数(intrinsic mode func-

tion, IMF), 求出其各个 IMF 的瞬时频率。根据临界状态和大尺度周期状态下系统输出的瞬时频率特性的不同, 提出基于系统输出第一层 IMF 分量瞬时频率极差的相变判别方法, 该方法物理意义明了, 易于量化计算, 通过仿真验证该方法在低信噪比条件下具有良好的抗噪性。

2. Duffing 振子微弱信号检测原理

G. Duffing 在 1918 年通过对具有非线性恢复力项的受迫振动系统的研究, 提出一个标准化的动力学方程即著名的 Duffing 方程: $\ddot{x} + \delta\dot{x} + f(x) = g(t)$, 式中, $f(x)$ 是一个含三次项的非线性函数, $g(t)$ 是一个周期函数。Duffing 方程是非线性系统中研究比较充分的数学模型, 一般有多种形式, Holmes 型的 Duffing 方程的标准形式如下:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

其中, $\gamma \cos(\omega t)$ 为周期策动力, δ 为阻尼比, $-x + x^3$ 为非线性恢复力。由于系统状态对周期策动力的强度 γ 有很强的敏感性, γ 取值不同, 系统的解在相空间呈现不同状态, 表现出丰富的非线性动力学特性, 包括周期运动、分岔、混沌等复杂形态。通过相图可以直观地研究 Duffing 系统的各种运动状态。如图 1 所示, 混沌态相图对应着一定区域内随机分布的永不封闭的轨迹, 大尺度周期态相图对应着封闭曲线。

利用 Duffing 振子检测微弱信号就是利用 Duffing 系统对周期策动力强度的强烈敏感性及对噪声的“免疫力”^[1-3], 根据系统相变(从混沌状态到大尺度周期态的转变)来检测信号的存在与否或者诸如幅度、频率等某些物理特征。其系统模型为:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} - x + x^3 = \gamma \cos(\omega t) + a \cos(\omega t) + \eta(t) \quad (2)$$

式中, $a \cos(\omega t)$ 是待测正弦信号, $\eta(t)$ 是加性随机噪声。

3. 非平稳信号的 EMD 分解

3.1. 瞬时频率的定义

信号瞬时频率的概念由 Carson 和 Fry 开始提出之后, 历经 VanderPol、Gabor、Ville 等人的补充和修正, 逐渐形成了共识, 即: 瞬时频率的解析信号相位求导定义极具合理性^[10]。信号瞬时频率的求解过程如下。

对于任意的一个时间序列 $X(t)$, 我们总是可以得

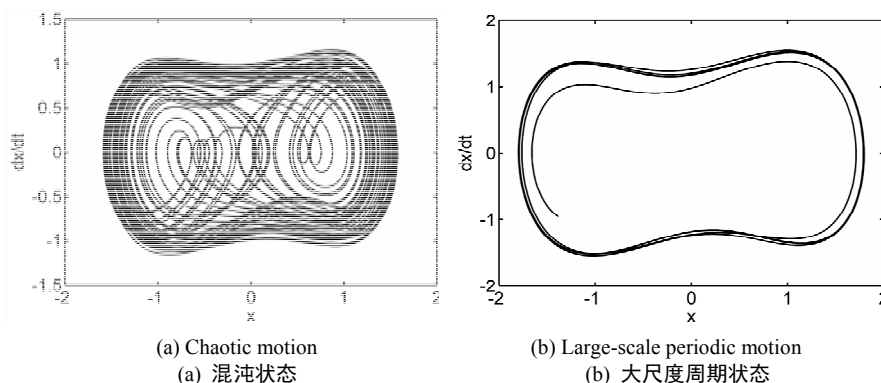


Figure 1. Phase space of Duffing oscillator in differential motions
图 1. Duffing 振子不同状态下的相图

到它的 Hilbert 变换 $Y(t)$

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{X(t')}{t-t'} dt' \quad (3)$$

其中, P 代表柯西主值。所有属于 L^p 空间的函数都存在 Hilbert 变换。在这个定义下, $X(t)$ 的 Hilbert 变换 $Y(t)$ 构成复数的虚部, 这样就得到一个解析信号 $Z(t)$:

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (4)$$

其中, $i = \sqrt{-1}$,

$$a(t) = [X^2(t) + Y^2(t)]^{1/2}$$

$$\theta(t) = \arctan \frac{Y(t)}{X(t)}$$

理论上, 有无数种定义复数虚部的方法, 但是只有 Hilbert 变换定义的虚部才称为解析函数。本质上式(3)定义的 Hilbert 变换可以视为 $X(t)$ 与 $1/t$ 的卷积, 所以它强调了 $X(t)$ 的局域特性。在式(4)中, 极坐标表达形式进一步展现了信号的局域性质: 通过三角函数最佳的幅度变化和相位变化表现。对解析信号的相位 $\theta(t)$ 求导得到信号 $X(t)$ 的瞬时频率为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (5)$$

需要指出的是对任一信号做简单的 Hilbert 变换可能会出现无法解释的、缺乏实际物理意义的频率成分。因而非平稳多分量信号的瞬时频率的获得需要满足相当严格的条件, 并不是任意一个解析信号都可以通过传统定义得到有意义的瞬时频率。

3.2. EMD 算法

1998 年, 华裔美国学者 E. N. Huang 教授在一次

国际学术会议上首次提出一种适于非平稳信号分析的新方法的设想——基于经验的模式分解方法^[10] (EMD)。E. N. Huang 认为, 对于瞬态与非平稳现象, 频率与能量一般都是时间的函数, 因此需要给出瞬时频率和瞬时能量的定义。目前信号瞬时能量的概念已被广泛接受, 但在可以使数据解析化的 Hilbert 变换出现之前, 瞬时频率的概念和意义却一直存有争议。人们根据 Hilbert 变换提供的、能够完全表达原始数据幅度和相位的函数, 给出了瞬时频率的统一定义。从定义可以看出瞬时频率是时间的单值函数, 即在任意时刻只存在一个振荡模式。所以在使用瞬时频率这一概念时, 对应的数据受到了一定的限制。这主要因为任何一个时刻, 数据中可能包含多个振荡模式, 此时 Hilbert 变换不能给出该信号完全的频率内容, 所得到的结果只是多个振荡模式的平均效果, 从而瞬时频率的意义变得模糊。为了从复杂信号中得到有意义的瞬时频率, E. N. Huang 根据瞬时频率物理意义上的必要条件, 提出把含有多个振荡模式的数据分解成满足一定条件的多个单一振荡模式分量的线性叠加, 每个单一振荡模式分量又叫做一个 IMF 分量, 并提出了一种基于经验的模式分解方法^[10]。每一个单一模式分量都满足 Hilbert 变换的必要条件, 使得用 Hilbert 变换求解信号的瞬时频率成为可能。

信号 $X(t)$ 的 EMD 分解基本思路如下^[11]:

1) 取信号的局部最大值和局部最小值定义的上下包络的平均值 $m_1(t)$, 则

$$X(t) - m_1(t) = h_1(t) \quad (6)$$

理想情况下, $h_1(t)$ 应是一个 IMF 分量。实际上, 对

于非平稳信号, 其包络均值有可能不同于真实的局部均值。结果, 一些非对称波形仍可能存在, 为了去除叠加波, 并使波形更加对称、该过程需要被重复 k 次, 直到得到 $h_k(t)$ 的平均包络值趋于零为止。在处理这一过程中, 有时因为过多的重复该处理过程会导致 IMF 分量变成纯粹的幅度不变的频率调制信号, 为了避免这一情况, 必须确定一个过程停止的准则, 通常采用限制两个连续的处理结果的标准差来实现, 标准差如式(7)所示, SD 的值通常在 0.2~0.3 之间选择。当 SD 满足准则后, 取第一个 IMF 分量 $c_1(t) = h_k(t)$ 。

$$SD = \sum_{i=0}^T \frac{|h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{h_{k-1}^2(t)} \quad (7)$$

2) 从原始信号中分离出分量 $c_1(t)$, 得到

$$X(t) - c_1(t) = r_1(t) \quad (8)$$

把 $r_1(t)$ 当作新的数据按数据以上相同的过程处理, 得到如下的结果:

$$\left. \begin{aligned} r_1 - c_2 &= r_2 \\ r_2 - c_3 &= r_3 \\ &\vdots \\ r_{n-1} - c_n &= r_n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(8)和式(9)相加, 得到

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (10)$$

即完成了将信号 $X(t)$ 分解成 n 个 IMF c_1, c_2, \dots, c_n 和一个剩余分量 r_n 。

然后通过 2.1 节所述的求瞬时频率的定义, 求解由 EMD 分解出的各个 IMF 分量的瞬时频率, 这些分量的瞬时频率物理意义明确, 打破了 Fourier 变换的限制, 得到了信号时间和频率的联合描述方法。

4. Duffing 振子输出的瞬时频率

利用 Euler-Maruyama 算法对式(9)进行数值积分, 系统参数阻尼比 δ 为 0.5, $\omega = 1$ rad/s, 初始状态 $(0, 0)$, 积分步长为 $\Delta t = 0.0025$ s, 积分时间 250 s。经数值试验可知 $\gamma = 0.822$ 是系统从混沌态到大尺度周期态的临界点。由大量仿真结果可知系统将在 150 s 左右后进入稳定状态^[1], 为了研究系统稳态输出的瞬时频率, 略去最开始的 150 s 的系统输出数据, 然后对进入稳态后的数据进行 EMD 分解, 求出各个 IMF 的瞬时频率。

图 2(a)所示为混沌状态下, 系统输出 X 的三层 EMD 分解 c_1 , c_2 和 r_2 以及 X 。图 2(b)是大尺度周期态下系统输出 X 的三层 EMD 分解。由图 1(b)可以看出, 大尺度周期态的系统输出的第二层 IMF c_2 及余量 r_2 已约等于零, 可见大尺度周期态下, 系统输出本身即是一个基本模态分量, 也验证了系统输出的信号的周期性。而从由图 2(a)可以看出, 在混沌状态下, 系统输出信号可以分解成几个单一的基本模态, 说明了系统混沌态下输出包含多个振荡模式, 也验证了混沌信号的复杂性。

图 3(a)、(b)分别是临界状态($\gamma = 0.822$)(混沌态到周期态的临界)和大尺度周期态($\gamma = 0.8221$)下, 系统输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率细节。从图 3(a)可知, 临界状态下第一层 IMF 瞬时频率变化剧烈而无规则, 没有明显规律性, 其最大值可到约 0.27 Hz 左右, 极差约为 0.226 Hz。

从图 3(b)可以看出大尺度周期态时, 系统输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率均值等于周期策动力频率 (1 rad/s \approx 0.159 Hz), 瞬时频率极差约为 0.1 Hz, 围绕着周期策动力频率轻微周期波动, 这一现象称为波内频率调制^[12]。

从数值结果分析看出临界状态和大尺度周期态下输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率特征明显不同: 临界状态下系统输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率极差比大尺度周期态下瞬时频率的极差大。本文提出“用临界状态和大尺度周期态下输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率的极差作为系统相变的判别依据”, 根据试验结果分析, 可设置极差门限 0.15 Hz, 若系统输出信号 X 的第一层 IMF 瞬时频率极差大于 0.15 Hz, 则认为系统仍处于混沌状态, 若极差小于 0.15 Hz, 则判定系统进入周期态。

5. 仿真实验

本节设置试验, 采用上节的相变判别方法, 利用 Duffing 振子检测某一频率的正弦信号的有无。该实验可以推广到任意频率的正弦信号检测上, 只要设置内置驱动力与待测感兴趣的信号频率相同即可。

设置式(2)中内置驱动力的幅度为临界值 $\gamma = 0.822$, 高斯白噪声 $\eta(t)$ 的单边功率谱密度 D 为 0.0001, 数值积分参数同第 3.2 节。Duffing 振子系统相图及输出 X 的第一层 IMF 瞬时频率如图 4 所示。此

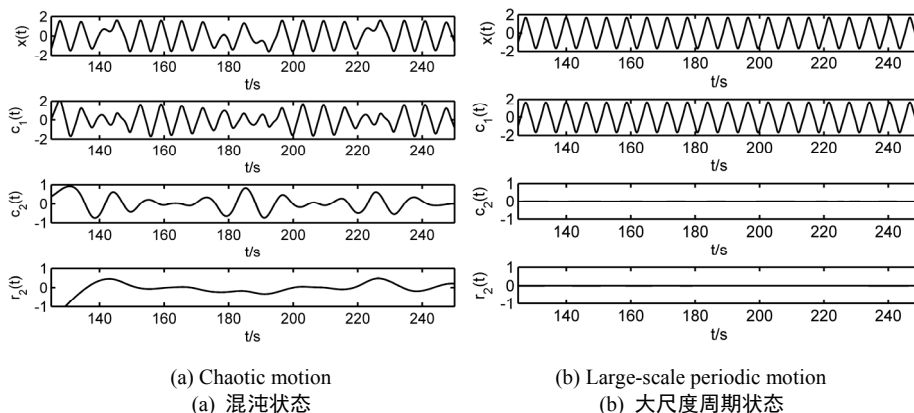


Figure 2. IMF of Duffing oscillator in differential motions
图 2. Duffing 振子不同状态下各 IMF 分量

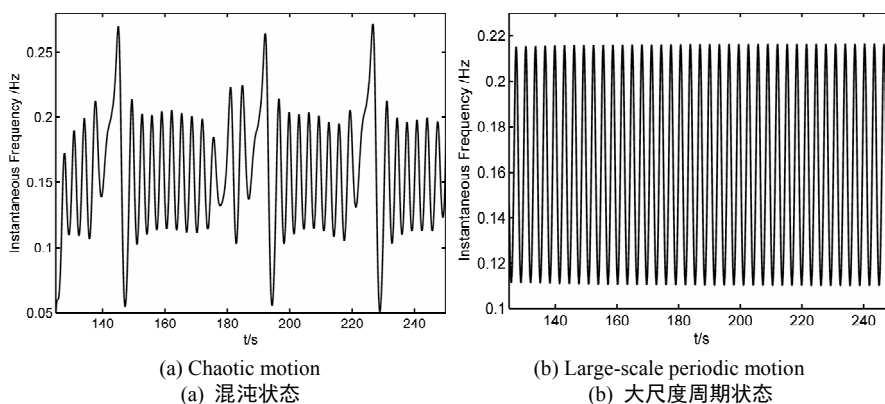


Figure 3. Instantaneous frequencies of IMF1 of X in differential motions
图 3. 不同状态下 X 的第一层 IMF 的瞬时频率

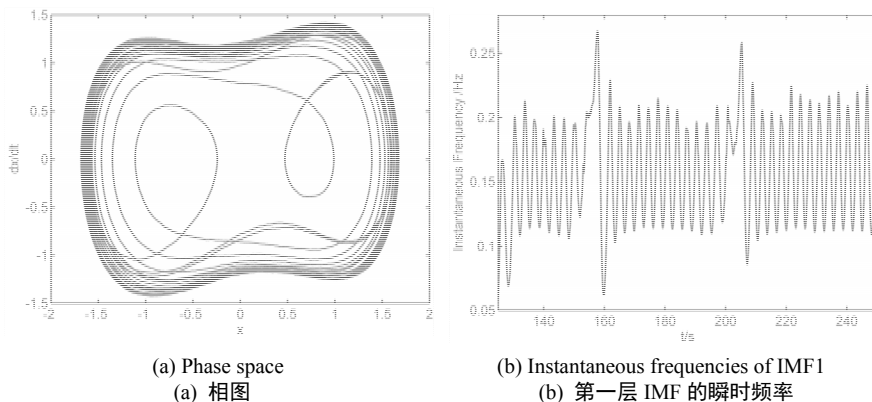


Figure 4. Duffing oscillator with noise inputted
图 4. 输入噪声后的 Duffing 振子

状态下，第一层 IMF 瞬时频率的极差为 0.20 Hz。

系统加入强度为 0.001 的待测信号 $a \cos(\omega t)$ ，系统输出相图及 X 的第一层 IMF 的瞬时频率如图 5 所示。此时，第一层 IMF 瞬时频率的极差为 0.12 Hz。图 5(a)与图 3(b)相比，可知由于噪声的引入， X 的第

一层 IMF 的瞬时频率稍微有些波动。根据上一节提出的极差判别门限，可以判断由于有和周期策动力同频同相待测信号 $a \cos(\omega t)$ 的加入，系统进入了周期态。图 4(a)和图 5(a)也从相图的角度证明了 Duffing 振子系统从混沌态转到了大尺度周期态，说明该判别方法结

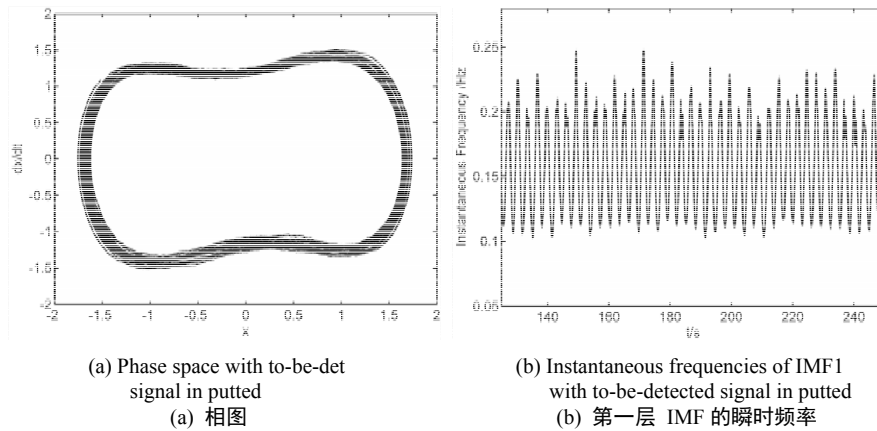


Figure 5. Duffing oscillator with to-be-detected signal inputted
图 5. 输入待测信号后的 Duffing 振子

果的正确性。此时待测信号和噪声之间的信噪比为^[1]:

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{a^2/2}{2D/\Delta t} \right) \approx -52 \text{ dB}$$

经多次仿真验证,若 SNR 从 -52 dB 再减小,文中所提方法已不能够正确判别相变的发生,故本文以 -52 dB 为所提相变判别方法的性能限。

6. 结论

针对现有 Duffing 振子相变判别方法存在计算量大、不易量化处理的问题,本文提出一种基于瞬时频率的 Duffing 振子相变判别方法,研究了基于此判别方法的 Duffing 振子微弱信号检测技术。通过数值仿真,以频率为 1 rad/s 的信号为例,成功检测出了信噪比为 -52 dB 的正弦信号。

7. 致谢

该研究内容得到泰山学者建设专项基金项目支持,对审稿专家的评阅和建议以及泰山学者建设基金一并表示感谢。

参考文献 (References)

- [1] 王永生,姜文志,赵建军等.一种 Duffing 弱信号检测新方法及仿真研究[J].物理学报,2008,57(4):2053-2059.
- [2] 兀旦晖.基于图像识别混沌的弱信号检测方法研究[J].计算机测量与控制,2010,18(2):320-322.
- [3] 罗文亮,柯熙政,李欣.电力载波通信中强噪声背景下弱信号的混沌振子检测方法[J].量子电子学报,2010,27(2):134-139.
- [4] 高清山,张天骐,黄铤等.基于 Simulink 的微弱信号混沌解调仿真研究[J].计算机应用,2009,29(12):3211-3214.
- [5] 谢涛,魏学业.一种新的间歇混沌信号 Poincaré 映像判别方法[J].电子与信息学报,2009,30(9):2166-2169.
- [6] 王清亮.基于符号序列信息熵混沌特性的微弱信号检测[J].仪器仪表学报,2009,30(12):2491-2496.
- [7] 姚宝恒,郑连宏,杨霞菊等. Duffing 振子相变检测中一种新的量化测度[J].振动与冲击,2006,25(1):51-52,57.
- [8] 吴勇峰,张世平,孙金玮.用相位差判别 Duffing 振子相变的新方法[J].仪器仪表学报,2010,31(1):161-165.
- [9] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, et al. The empirical mode decomposition method and the Hilbert spectrum for non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society A, 1998, 454(1971): 903-995.
- [10] B. Boashash. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(4): 520-538.
- [11] 张海勇.一种新的非平稳信号分析方法—局域波分解[J].电子与信息学报,2003,25(10):1327-1333.
- [12] N. E. Huang, S. Zheng, and S. R. Long. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31: 417-457.