

Correction of the Algorithm of Joint Estimation of SIMO Channels and Transmitting Symbols by Oblique Projections

Haimei Yan, Minhong Sun

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou
Email: yanhaim@126.com, cougar@hdu.edu.cn

Received: Jun. 26th, 2012; revised: Jul. 13th, 2012; accepted: Jul. 20th, 2012

Abstract: The principle of the algorithm of joint estimation of single-input-multi-output (SIMO) channels and transmitting symbols by oblique projections is analyzed. Corrections of computation of the oblique projectors and construction of a \mathbf{Q} matrix in the algorithm are performed. Simulation based on Matlab software is carried out to realize the algorithm. The experimental results show that the corrected algorithm can give right estimations of the channel matrix and the symbols, and the mean square error (MSE) of the two estimators decrease with the increase of the signal to noise ratio (SNR). Hence, the correctness and the validity of the corrected algorithm are verified.

Keywords: SIMO Channel; Estimation of Channels; Estimation of Symbols; Oblique Projections

SIMO 信道与发射符号联合估计斜投算法修正

颜海梅, 孙闽红

杭州电子科技大学通信工程学院, 杭州
Email: yanhaim@126.com, cougar@hdu.edu.cn

收稿日期: 2012年6月26日; 修回日期: 2012年7月13日; 录用日期: 2012年7月20日

摘要: 本文分析了基于斜投影算子的单输入多输出(SIMO)有限冲激响应(FIR)滤波器信道中信道与发射符号联合盲估计算法原理, 改正了算法中存在的两处错误, 即斜投影算子的计算公式和 \mathbf{Q} 矩阵的构造公式, 并采用 Matlab 软件仿真实现了该算法。仿真实验表明, 改正的算法能同时给出信道矩阵与发射符号的正确估计, 算法估计量的 MSE 随 SNR 的增加而单调减小, 验证了改正后算法的正确性和有效性。

关键词: 单输入多输出信道; 信道估计; 符号估计; 斜投影

1. 引言

斜投影作为正交投影的推广, 近年来受到国内外较多关注和广泛应用。斜投影在通信系统中也有诸多应用, 如斜投影应用到卷积混合信号的盲分离中, 能降低算法复杂度^[1]; 将斜投影子空间法应用于 MIMO-OFDM 盲信道估计中, 为 MIMO-OFDM 系统盲信道估计提供了新的思路^[2]; 基于斜投影的盲空时多用户检测算法, 有效克服收敛速度慢、强干扰情况下稳态性能低的问题, 提高了系统的鲁棒性^[3]; 基于斜投影

的预编码技术, 当系统信道条件比较差时, 基于斜投影的预编码可以提供更好的系统性能^[4]。

通信系统中信道的盲辨识与发射符号估计是通信信号处理中的两个重要问题, 现有大多数的方法都不能同时实现两者的估计。专门实现 SIMO 信道的盲估计方法主要包括子空间信道估计算法^[5,6], 互相关算法^[7]以及最小二乘平滑算法^[8]等。专门实现发射符号估计方法有列空间对偶算法^[9]等。唯一能同时估计 SIMO 信道和发射符号并具有有限样本收敛性质的闭

式算法最早由 Vandaele 和 Moonen 提出^[10], 该算法采用了斜投影技术, 具有较高的实用性。文献[11]进一步对该算法进行了系统研究, 文献[12]总结归纳了该算法的具体计算步骤。

鉴于能同时估计 SIMO 信道和发射符号的算法在通信系统应用中具有非常重要的理论指导意义, 本文对 Vandaele 和 Moonen 提出的同时估计信道和发射符号算法进行了分析, 对算法中存在的计算错误进行了改正, 并通过仿真实验验证了改正后算法的正确性与有效性。

2. 信道模型

设 SIMO 信道接收方有 M 根天线, 在 k 时刻接收采样序列为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= [\mathbf{h}_L, \dots, \mathbf{h}_1, \mathbf{h}_0] \begin{bmatrix} x(k-L) \\ \vdots \\ x(k-1) \\ x(k) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(k) \\ &= \sum_{l=0}^L \mathbf{h}_l x(k-l) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_M(k)]^T$ 为 M 阵元的观测数据向量; $\mathbf{h}_k = [h_1(k), h_2(k), \dots, h_M(k)]^T$ 为 k 时刻的信道向量, 信道设为有限冲激响应(FIR)且持续期近似为 L 个发射符号周期;

$\mathbf{n}(k) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_M(k)]^T$ 为加性高斯白噪声向量; $x(k)$ 是用户在 k 时刻的发射符号。

定义矩阵 \mathbf{Y}_{ab} 与 \mathbf{X}_{ab} 分别为

$$\mathbf{Y}_{ab} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{y}(a) & \mathbf{y}(a+1) & \cdots & \mathbf{y}(a+j-1) \\ \mathbf{y}(a+1) & \mathbf{y}(a+2) & \cdots & \mathbf{y}(a+j) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{y}(b) & \mathbf{y}(b+1) & \cdots & \mathbf{y}(b+j-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_{ab} \triangleq \begin{bmatrix} x(a) & x(a+1) & \cdots & x(a+j-1) \\ x(a+1) & x(a+2) & \cdots & x(a+j) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(b) & x(b+1) & \cdots & x(b+j-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

\mathbf{Y}_{ab} 与 \mathbf{X}_{ab} 均为 Hankel 矩阵, 下标 $a|b$ 是矩阵第一列的时间索引, 默认列数为 j 。另外定义信道矩阵为

$$\mathbf{H} \triangleq [\mathbf{h}_L, \dots, \mathbf{h}_1, \mathbf{h}_0] \quad (4)$$

则当 $k = a, a+1, \dots, a+i-1$ 时, 式(1)可以写成

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{a|a+i-1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{0} & \cdots \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_i} \\ &\quad \underbrace{\begin{bmatrix} x(a-L) & x(a-L+1) & \cdots & x(a-L+j-1) \\ x(a-L+1) & x(a-L+2) & \cdots & x(a-L+j) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(a+i-1) & x(a+i) & \cdots & x(a+i+j-2) \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}_{a-L|a+i-1}} \\ &+ \mathcal{N}_{a|a+i-1} = \mathcal{H}_i \mathbf{X}_{a-L|a+i-1} + \mathcal{N}_{a|a+i-1} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 \mathcal{H}_i 是一个 $Mi \times (L+i)$ 的矩阵, i 表示数据模型的平滑因子。

3. 信道和发射符号联合估计的斜投影方法

3.1. 算法原理

将接收数据向量构造成一数据矩阵, 并将其分块为“过去”输出矩阵 \mathbf{Y}_{pa} , “当前”输出矩阵 \mathbf{Y}_{pr} 和“将来”输出矩阵 \mathbf{Y}_{fu} 。即

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{pa} \\ \cdots \\ \mathbf{Y}_{pr} \\ \cdots \\ \mathbf{Y}_{fu} \end{bmatrix} &\triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{1|i} \\ \cdots \\ \mathbf{Y}_{i+1|i+L} \\ \cdots \\ \mathbf{Y}_{i+L+1|2i+L} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) & \cdots & \mathbf{y}(j) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(i) & \cdots & \mathbf{y}(i+j-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}(i+1) & \cdots & \mathbf{y}(i+j) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(i+L) & \cdots & \mathbf{y}(i+L+j-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}(i+L+1) & \cdots & \mathbf{y}(i+L+j) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(2i+L) & \cdots & \mathbf{y}(2i+L+j-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $1 \sim (i+j-1)$ 时刻得到的数据表示“过去”, $(i+1) \sim (i+L+j-1)$ 时刻得到的数据表示“当前”, $(i+L+1) \sim (2i+L+j-1)$ 时刻得到的数据为“将来”。

文献[12]总结了该算法的具体步骤为:

- 1) 计算数据矩阵的 LQ 分解

$$\begin{bmatrix} Y_{pa} \\ Y_{pr} \\ Y_{fu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & & \\ L_{21} & L_{22} & \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} \quad (7)$$

2) 确定信道的阶数 L 。

3) 计算斜投影 W_1 和 W_2 ：

$$W_1 = Y_{pr} E_{Y_{pa}|Y_{fu}} = [L_{31}, L_{32}] \begin{bmatrix} L_{11} & \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_{M_i} \\ O \end{bmatrix} Y_{pa} \quad (8)$$

$$W_2 = Y_{pr} E_{Y_{fu}|Y_{pa}} = [L_{31}, L_{32}] \begin{bmatrix} L_{11} & \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O \\ I_{M_i} \end{bmatrix} Y_{fu} \quad (9)$$

其中 W_1 是“现在”输出数据沿着“将来”数据子空间到“过去”数据子空间的斜投影； W_2 是“现在”输出数据沿着“过去”数据子空间到“将来”数据子空间的斜投影； O 是零矩阵。

4) 按照以下两式构造矩阵 P 和 Q 。

$$P = \begin{bmatrix} W_1(1:(L-1)M, 2:j) - W_1(M+1:LM, 1:j-1) \\ W_1((L-1)M+1:LM, 2:j) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Q = \begin{bmatrix} W_2(1:M, 1:j-1) \\ W_2(M+1:(L+1)M, 1:j-1) - W_2(1:LM, 2:j) \end{bmatrix} \quad (11)$$

5) 计算信道向量和发射字符的估计。

构造矩阵并作奇异值分解，即

$$G = \begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q \\ O \end{bmatrix} = U \Sigma V^T \quad (12)$$

式中 U 和 V 分别为正交矩阵， Σ 为奇异值对角矩阵。当没有噪声时，矩阵 G 的秩为 1，因而只有一个非零奇异值，式(12)中的奇异值矩阵为

$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, 0, \dots, 0)$ 。此时有

$$\begin{bmatrix} h_0 \\ 2h_1 \\ \vdots \\ 2h_{L-1} \\ h_L \end{bmatrix} = U(:, 1) \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} x(i+1) \\ x(i+2) \\ \vdots \\ x(i+j-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 V(1,1) \\ \sigma_1 V(2,1) \\ \vdots \\ \sigma_1 V(j-1,1) \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(13)与式(14)表明，对矩阵 G 进行奇异值分解得到的左正交矩阵的第 1 列给出了信道矩阵各列的估计；得到的右正交矩阵的第 1 列与唯一的非零奇异值相乘后给出发射符号的估计。

当存在白噪声时，与矩阵 G 的最大奇异值对应的左奇异值向量 $U(:, 1)$ 和右奇异值向量 $V(:, 1)$ 将分别给出信道向量和发射符号的估计。

3.2. 算法改正

上述算法存在两个错误之处，一是步骤 3 中两个斜投影 W_1 和 W_2 的计算存在错误，另一个是式(11) Q 矩阵的构造存在错误。以下推导出正确的计算公式。

1) 斜投影算子 W_1 与 W_2 的计算

根据文献[12]中满秩矩阵的斜投影算子计算公式，有

$$E_{Y_{pa}|Y_{fu}} = [Y_{pa}^T, Y_{fu}^T] \begin{bmatrix} Y_{pa} Y_{pa}^T & Y_{pa} Y_{fu}^T \\ Y_{fu} Y_{pa}^T & Y_{fu} Y_{fu}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{pa} \\ O \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据式(7)并利用 $Q_i^T Q_i = I$ 和 $Q_i^T Q_j = O, i \neq j$ ，易求得

$$E_{Y_{pa}|Y_{fu}} = [Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3] \begin{bmatrix} L_{11}^T & L_{31}^T \\ O & L_{32}^T \\ O & L_{33}^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} L_{11}^T & L_{11} L_{31}^T \\ L_{31} L_{11}^T & L_{31} L_{31}^T + L_{32} L_{32}^T + L_{33} L_{33}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{pa} \\ O \end{bmatrix}$$

注意到 Y_{pr} 的 LQ 分解为

$$Y_{pr} = [L_{21}, L_{22}] \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

因此， W_1 实际应为

$$W_1 = [L_{21} L_{11}^T, L_{21} L_{31}^T + L_{22} L_{32}^T] \cdot \begin{bmatrix} L_{11} L_{11}^T & L_{11} L_{31}^T \\ L_{31} L_{11}^T & L_{31} L_{31}^T + L_{32} L_{32}^T + L_{33} L_{33}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{pa} \\ O \end{bmatrix} \quad (18)$$

同理可得， W_2 应为

$$W_2 = [L_{21} L_{11}^T, L_{21} L_{31}^T + L_{22} L_{32}^T] \cdot \begin{bmatrix} L_{11} L_{11}^T & L_{11} L_{31}^T \\ L_{31} L_{11}^T & L_{31} L_{31}^T + L_{32} L_{32}^T + L_{33} L_{33}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O \\ Y_{fu} \end{bmatrix} \quad (19)$$

2) Q 矩阵的构造

由于 W_2 维数为 $ML \times j$ ，而原算法中式(11) Q 矩阵

的构造却用到了 W_2 的 $(L+1)M$ 行, 导致错误。实际 Q 矩阵的构造应为

$$Q = \begin{bmatrix} W_2(1:M, 1:j-1) \\ W_2(M+1:LM, 1:j-1) - W_2(1:(L-1)M, 2:j) \end{bmatrix} \quad (20)$$

4. 仿真实验

仿真实验条件设为: 接收天线个数 $M = 2$, 平滑因子 $i = 4$, 数据矩阵列数 $j = 50$, 信道阶数 $L = 4$, 以满足矩阵列数大于行数, 即 $M(2i+L) < j$ 的条件。发射符号序列设为 $\{\pm 1\}$ 序列。SIMO 信道向量是服从高斯正态分布的随机向量。定义信噪比(SNR)为

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{E \left\{ \left\| \sum_{r=0}^L \mathbf{h}_r x[k-r] \right\|^2 \right\}}{E \left\{ \|\mathbf{n}(k)\|^2 \right\}} \quad (21)$$

图 1 和图 2 分别给出了 $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 时的信道向量与发射符号的估计, 其中信道矩阵 \mathbf{H} 通过向量化函数 $\text{vec}(\mathbf{H})$ 转换为 $M(L+1) \times 1$ 的列向量。从图 1 与图 2 可以看出, 改正后的算法估计出的发射符号与信道矩阵与真实值非常吻合, 表明了改正后算法的正确性。

为了检验算法性能, 定义信道估计与发射符号估计的均方误差(MSE)分别为

$$MSE_{ch} = E \left\{ \frac{\|\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}\|_F^2}{\|\mathbf{H}\|_F^2} \right\} \quad (22)$$

$$MSE_{sy} = E \left\{ \frac{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2}{\|\mathbf{x}\|^2} \right\}$$

其中 $\hat{\mathbf{H}}$ 和 $\hat{\mathbf{x}}$ 分别为估计信道矩阵和发射符号序列。图 3 给出了 SNR 取值从 0~30 dB, 以 5 dB 为步长的估计 MSE 曲线, 每个 SNR 下运行 Monte Carlo 仿真次数为 1000 次。图 3 表明该算法对信道与发射符号估计的 MSE 随 SNR 增加呈单调下降趋势, 进一步说明了该算法的正确性和有效性。

5. 结论

本文分析了基于斜投影算子的 SIMO 信道中信道与发射符号联合盲估计算法原理, 对算法中的两处错误进行了改正, 包括算法中斜投影算子的计算公式和

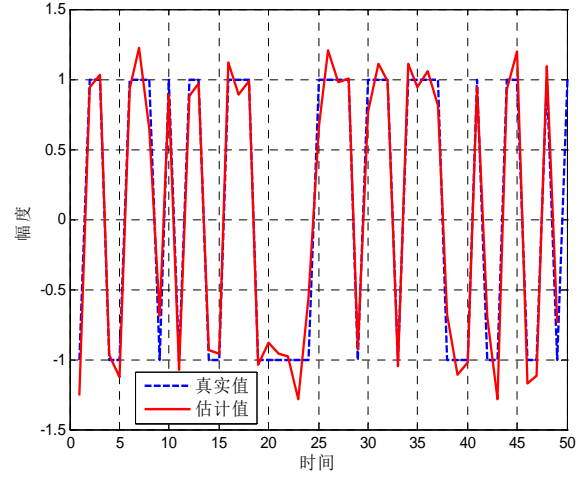


Figure 1. Estimation of the channel vectors (SNR = 20 dB)
图 1. 信道向量的估计 (SNR = 20 dB)

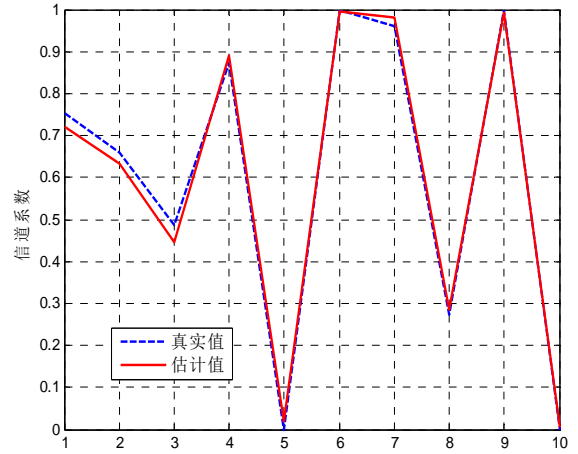


Figure 2. Estimation of the transmitting symbols (SNR = 20 dB)
图 2. 发射符号的估计 (SNR = 20 dB)

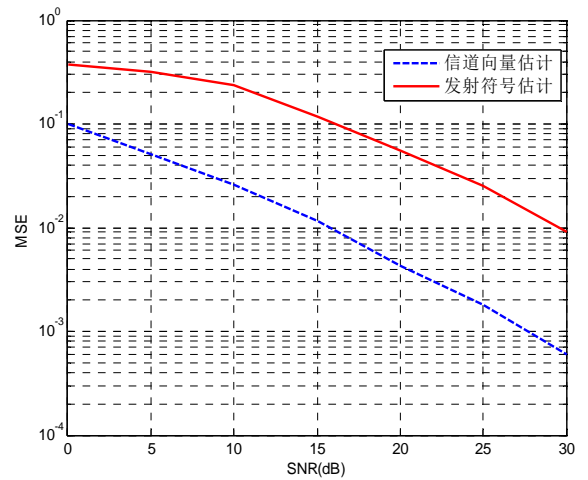


Figure 3. MSE curves of the estimations of the channel vectors and the transmitting symbols
图 3 信道向量与发射符号估计的 MSE 曲线

Q 矩阵的构造, 并采用 Matlab 软件仿真实现了该算法。仿真实验结果表明, 改正后的算法能同时给出信道矩阵与发射符号的正确估计, 算法估计量的 MSE 随 SNR 的增加而单调减小, 验证了改正后算法的正确性和有效性。

参考文献 (References)

- [1] C. Y. Peng, X. D. Zhang and Q. T. Cai. A block-adaptive subspace method using oblique projection for blind separation of convolutive mixtures. *Advances in Neural Networks*, Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005: 526-531.
- [2] 孙季丰, 张志勇. 用于 MIMO-OFDM 系统盲信道估计的斜投影空间法[J]. *华南理工大学学报*, 2010, 38(5): 2-3.
- [3] 黄如浩, 何培宇, 于文君, 高勇. MIMO 系统中基于斜投影的盲空时多用户检测算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(3): 670-672.
- [4] 尚鹏. 无线通信系统中的多用户分集及预编码研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.
- [5] D. Moulines, P. Duhamel, J. F. Cardoso and S. Mayrargue. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(2): 516-525.
- [6] S. Abdallah. Widely linear versus conventional subspace-based estimation of SIMO flat-fading channels: Mean squared error analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1307-1318.
- [7] D. Schmid, G.ENZNER. Cross-relation-based blind SIMO identifiability in the presence of near-common zeros and noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(1): 60-72.
- [8] Q. Zhao, L. Tong. Adaptive blind channel estimation by least squares smoothing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(11): 3000-3012.
- [9] A. van der Veen, S. Talwar and A. Paulraj, A subspace approach to blind space-time signal processing for wireless communication systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45: 173-190.
- [10] X. Yu, L. Tong. Joint channel and symbol estimation by oblique projections. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(12): 3074-3080.
- [11] P. Vandaele, M. Moonen. Two deterministic blind channel estimation algorithms based on oblique projections. *Signal Processing*, 2000, 80(3): 481-495.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.