

Review of Parameter Inversion Approaches in Meso Constitutive Models for Rock Brittle Materials

Shouju Li

Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning
Email: lishouju@dlut.edu.cn

Received: May 22nd, 2020; accepted: Jun. 5th, 2020; published: Jun. 12th, 2020

Abstract

It is very difficult to simulate nonlinear characteristics of rock materials during fracturing process with continuum mechanics models. Discrete element methods supply for a new way for solving this kind of problems. However, how to precisely determine parameters of meso constitutive model of rock materials has become a key problem that affects the development and practical application of discrete element methods. Numerical simulation approaches for rock fracturing process are systematically reviewed. Estimating procedures for determining macro parameters of constitutive models of rock materials are introduced. Parameter inversion approaches of meso constitutive model for rock materials are discussed. The parameter inversion of meso constitutive model for rock materials can supply for foundations for precisely numerical simulation of discrete element methods and preconditions for multi-scale investigation of fracturing mechanism of rock materials.

Keywords

Parameter Inversion, Parameters of Meso Constitutive Model, Response Surface Method, RBF Neural Network, Macro Experimental Data, Parallel Bond Mode

岩石类脆性材料细观本构模型参数反演方法研究进展

李守巨

大连理工大学工程力学系, 辽宁 大连
Email: lishouju@dlut.edu.cn

摘要

连续介质力学模型较难模拟岩石类脆性材料在破坏过程中出现的非连续特性，离散元方法为解决这类难题提供了新的途径。如何准确反演估计岩石类脆性材料细观本构模型参数，已经成为制约离散元方法工程应用的瓶颈之一。系统评述了岩石破坏过程细观数值模拟方法，介绍了岩石宏观本构模型参数反演方法研究进展，讨论了岩石细观本构模型及其参数反演方法。岩石材料细观本构模型参数反演研究为离散元模拟从定性分析到精确定量计算奠定基础，也是进行岩石类材料破坏机理多尺度研究的前提。

关键词

参数反演，细观本构模型参数，响应面方法，径向基神经网络，宏观实验数据，平行粘结模型

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

离散元法是一种非常有效的非连续介质力学数值方法，应用于混凝土结构和岩石工程中。它不但可以有效地反应岩体之间的接触面的分离、滑移和倾覆等位移变化，还能表征岩体内部的非连续性。离散元法已广泛应用于岩石工程和地下工程等多个领域。当前离散元模型的核心问题是如何确定岩石的细观参数。岩石粒径一般为 mm 量级的，在该尺度上直接测量其细观模型参数(例如法向刚度和切向刚度等)是及其困难的，寻求某种方法通过岩石试样的宏观变形数据(例如轴向应变和体积应变等)以及细观数值模拟方法，采用响应面方模型建立岩石材料细观模型参数与宏观变形数据之间的非线性映射关系，精确定量反演确定岩石材料细观模型参数是及其重要的，可以为离散元模拟从定性分析到精确定量模拟计算提供细观模型参数，同时，开展岩石类脆性材料细观本构模型参数反演研究也是进行岩石力学与工程破坏机理多尺度研究的前提。在模型参数反演中广泛采用的响应面函数大多采用多项式形式，其根本缺点在于拟合(样本点)精度较高、但预测(非样本点)精度较低。因此，需要提出一种新的响应面函数形式，而人工神经网络具有高精度的泛化和推广学习能力，为解决这一问题提供了新的手段。高精度的响应面函数形式将为岩石细观本构模型参数反演奠定基础。岩石细观本构模型参数是以实验观测数据和模型的正演分析结果为前提的，把参数反演问题通过目标函数变为优化问题。然后，采用某种具有全局收敛特性的优化方法反演确定模型的细观参数。

2. 岩石破坏过程细观数值模拟方法研究进展

岩石是一种初始缺陷随机分布的准脆性非均质材料。其组分的刚度分布及其不均匀，很容易产生由应力集中所引起的初始缺陷。所以研究岩石材料，应该从细观尺度出发，充分考虑其组分晶粒和胶结物性质差异，才能有效分析岩石在工程中准确受力状态。Innaurato 等对 TBM 滚刀灌入力在岩石破坏工程中产生的破坏效果进行研究[1]。Zhu 等在考虑岩石强度分布随机特性的基础上，对地下结构围岩的破坏过程进行模拟[2]。Molladavoodi 等基于一种新的损伤本构关系，研究了岩石在受力状态下的破坏过程以

及裂隙传播情况[3]。岩石是一种初始缺陷随机分布的非均匀体，其各种参数的分布具有统计学的特征。在外荷载的长期作用下，岩石的结合面上产生初始损伤。该损伤会局部出现，并导致岩石的应变软化现象。

国外学者提出了一种颗粒流的方法，用来模拟岩石颗粒的运动与相互之间的作用。该方法已经在岩石力学等多个工程领域得到应用，并对岩石断裂和岩石损伤机理从细观角度予以揭示。国内学者也应用 UDEC 软件模拟了岩石初始裂纹在各种荷载工况下的发展过程[4] [5]。根据岩石类材料局部应变和应力的分布特点，于庆磊研究了单轴受压状态下颗粒材料的裂纹在三维空间的产生和发展状况及其破裂模式[6]。但是，至今为止科学家还没有把岩石裂纹的微观机理和宏观参数建立起来有效的联系。而着眼与宏观裂纹分析的岩石断裂力学理论与方法，主要致力于研究裂纹尖端附近的应力场、应变场和能量释放率等，目的是建立宏观裂纹起裂、裂纹的稳定扩展和失稳扩展判据。

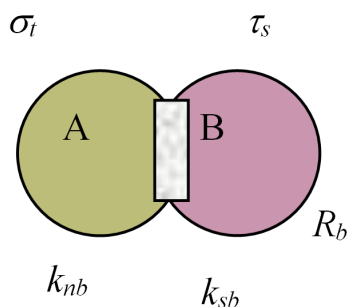


Figure 1. Parallel-bond meso constitutive model of rock materials

图 1. 岩石材料细观本构平行粘结模型

细观力学在岩石颗粒尺度下，根据颗粒力学性能的随机分布特性，能够模拟岩石准脆性材料从裂纹的萌生、扩展、贯通直至宏观裂纹的产生，并且能够研究岩石细观结构和参数对其宏观力学性能特性的影响。如图 1 所示，在两个球之间有一个类似于水泥的胶结材料，混凝土和岩石类脆性材料的细观本构模型包含 8 个参数

$$P = \{k_n, k_s, f, \sigma_t, \tau_s, k_{nb}, R_b, k_{sb}\}^T \quad (1)$$

式中符号含义详见参考文献。王志云等提出了基于混凝土试件压缩实验数据和响应面方法，估计混凝土材料细观本构模型参数的方法。传统的材料强度准则在评价岩石断裂行为时遇到了角缘应力奇异性问题，因而导致离散网格敏感性困难。经典的线弹性断裂力学虽然突破了裂纹尖端应力奇异的障碍，但难以反映岩石的非线性损伤、局部化、应变软化等力学特征。为了解决这些难题，Hillerborg 等提出了分离式虚拟裂纹模型，该模型巧妙地避开了应力奇异性与离散网格敏感性问题，改进后的裂纹模型已经在大型商业软件例如 ABAQUS 中得到了应用，用于模拟岩体节理和裂隙的损伤断裂行为。Harthong 等利用基于分形分布参数的离散裂隙网络模型模拟了岩石在三维受压状态下的破坏过程[7]。Zhou 等基于考虑了岩石裂缝分布特性的弹脆性损伤模型，模拟了岩体裂隙的损伤和传播模型[8]。Bazant 等认为从细观角度看岩体是有空隙，且在三维空间上表示出各向同性，所以当岩体受到三轴压缩状况时，岩体会表现出非线性特性和应变软化特性[9]。如何能把岩石细观结构的非均匀特性及局部破坏特性与岩石宏观结构的非线性和应变变化现象有效联系起来，是国内外学者一直以来所专注研究的问题之一。

岩石本构模型在峰值强度之后具有应变软化和强烈的非线性变形特性，以及岩石材料力学性能随机分布特性，岩石试件在加载过程中会出现局部破坏现象。就这一问题众多学者展开了研究，Borodich 等

基于断裂能角度描述了准脆性材料的裂纹扩展和材料断裂的过程[10]。Zhao 等确定了岩石分形维数对应力水平的影响,讨论了岩石在各种工况下的破坏形态和特征[11]。Jiang 认为具有初始缺陷的岩体结构不连续面的几何分布特性决定了岩石结构的变形和断裂。并研究了它们之间的关系[12]。Li [13]提出了一种考虑岩石宏观变形和细观裂纹发展关系的岩体损伤本构模型,研究了岩体裂纹变化及力学参数变化的问题。学者认为岩石这类的脆性材料的裂隙分布会决定岩体强度。在外荷载作用下岩石试件破坏过程的细观模拟,打破以往模型中材料均匀性的假设,使其更符合含缺陷、非均匀岩石的客观本质。在细观模拟时充分考虑了岩石的非均匀特性,采用离散元方法模拟裂纹群的萌生、增长和扩展过程。岩石破坏过程细观数值模拟方法研究是进行地下厂房围岩稳定性分析与优化布置、TBM 掘进机滚刀破岩机理分析与滚刀合理布置、岩石边坡稳定性分析与评估等岩石力学与工程的基础。

3. 岩石宏观本构模型参数反演方法研究进展

岩石是一种由多种物质组成的具有初始缺陷的非均匀体。岩体中裂隙面的分布情况决定了岩体在各种工况下的破坏过程。离散元法已广泛应用于岩石工程和地下工程等多个领域。当前离散元模型的核心问题是如何确定岩石的细观参数。通用的方法是尝试法(“hit-and-miss”),但该方法的合理性、可靠性却缺乏充足的依据。为了估计土层的细观本构模型参数,基于挖掘机切土过程中的现场观测数据, Tan [14], Tafazoli [15], Zweiri [16], Zhao [17]和 Zhou [18]等进行了系统的实验研究。Provenzano 提出了一种模糊神经网络方法模拟结构与土体之间相互作用的不确定性,数值算例验证了在土体参数不确定性条件下所建立方法的有效性,并给出了该方法成功应用的某些建议[19]。Bhattacharya 建立了土层自动分类方法,该方法基于现场观测数据和提取的特征以及神经网络和支持向量机,实验验证了方法的有效性[20]。Kumar 根据土层钻孔资料提出了基于模糊神经网络土层地质特征描述方法[21]。参数识别反问题的常常定义成最小二乘法形式

$$\min J = \sum_{k=1}^N [D_k(P) - D_k^m]^2 \quad (2)$$

式中 $D_k(P)$ 为离散元方法数值模拟的不同观测点的理论数据序列,它是细观模型参数矢量 P 的函数; D_k^m 为现场或者实验室不同观测点观测的观测数据序列; N 为观测数据序列的长度。由于神经网络具有良好的非线性映射能力,它已经广泛应用于粉末金属材料优选[22]、地球物理参数反问题[23]、参数估计[24]、散射反问题[25]等工程领域。Sever 提出了基于神经网络的反问题求解方法,该方法采用 Tikhonov 的正则化理论,试图解决反问题解的不适定性(ill-posedness)问题[26]。与经典的梯度搜索优化方法相对比,神经网络方法与遗传算法、蚁群算法和模拟退火算法等智能算法因其具有较好的全局收敛特性在模型参数反演中得到了广泛的应用,神经网络反演方法在探明煤层富水灾害层中得到了应用。

在进行力学模型参数反演时,需要多次求解正问题。与有限元数值模拟方法相对比,采用离散元方法进行数值模拟需要花费大量的计算时间,并且需要大量的存储空间。响应面法是一种专门针对无法用严密逻辑关系表达的模型而构造近似模型的方法,该方法在结构可靠度的评估中得到广泛应用[27]、地下水模型参数估计[28] [29]、参数优化[30] [31]等研究领域。Zheng 提出了基于决策向量机的堆石坝模型参数集成反演方法[32]。Belheine 提出了滚阻模型的细观参数反演方法[33]。Coetzee 提出了基于筒仓放料和铲斗填充的过程进行模型参数估计方法[34]。Mahmud 研究了摩擦系数对滑动摩擦角的影响[35]。Zhang 研究了基于单轴压缩强度试验数据估计模型参数的方法[36]。参数识别反问题可以转化为最小二乘优化问题,如公式(2)所示,解决该问题最简捷、最高效的方法就是梯度下降法。但是,梯度搜索优化算法的致命缺陷在于,参数反演目标函数往往是非凸的,如图 2 所示。为了解决全局优化问题,遗传算法、模拟退火算法、蚁群算法等智能算法得到了实际工程应用。

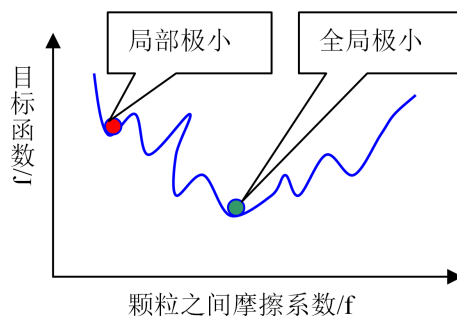


Figure 2. Nonconvex property of objective function for parameter inversion problem

图 2. 参数反演问题目标函数的非凸特性

传统的多项式函数、指数函数、对数函数、三角函数或者它们的组合形式的响应面函数，存在的问题是拟合精度较高，而预测精度偏低，并且有关响应面精度问题一直是悬而未解的。因此，构造出一种新的响应面函数形式，建立岩石试样变形数据与岩石材料细观本构模型参数之间的非线性映射关系，用来岩石细观本构模型参数反演是十分迫切的。岩石宏观本构模型参数的精确估计对于模拟计算岩石工程的应力分布、变形场分布等是必不可少的，早已引起国内外学者的关注，并且已经有了许多成功的方法。而岩石细观本构模型参数方法进行的相对较少，因为直接在岩石颗粒尺度进行实验，然后估计其细观本构模型参数是否困难的。因此，如何根据岩石试样的应力-应变曲线数据，结合细观模拟分析方法，反演确定岩石细观本构模型参数将是一项具有挑战性的探索课题。

4. 岩石细观本构模型及其参数反演方法研究进展

岩石细观结构分析是进行岩石破碎过程模拟的关键，其结构特性决定着岩石的宏观基本力学性质。电子扫描技术、计算机图形学、科学计算可视化技术以及计算机硬件等相关领域的快速发展为岩石细观结构重建创造了技术条件。细观层次上简单的本构模型组合在一起能够模拟在宏观层次上岩石材料的非线性、应变软化等复杂的力学现象，这就类似于简单的人工神经元模型可以模拟复杂、非线性、时变和随机的动力系统。细观力学数值模拟，需要构建合理的本构模型，确定准确的细观模型参数，才能更准确的模拟岩石试样在实际工况下的状态。

为了提高参数反演算法的稳定性，常常采用 Tikhonov 正则化方法，对目标函数进行修改；也就是在均方误差(mean squared error)后面增加了一项惩罚项

$$\min J = \sum_{k=1}^N [D_k(P) - D_k^m]^2 + \alpha P^T P \quad (3)$$

式中 α 为正则化因子，它也是一个超参数，该参数越大，惩罚就越大。反演方法还广泛应用于地震工程、地质勘探等研究领域，例如基于经验参考场地的广义线性反演方法，基于三维应变格林函数反演中小震震源机制。为了研究岩石材料中裂纹的萌生和扩展过程，Lisjak [37]，Heok [38]，Potyondy [39]，Psakhie [40]和 Azevedo [41]等采用离散元方法进行了具有开拓性的细观模拟研究。有关混凝土材料粗骨料、细骨料、砂浆和粘结界面细观力学参数的表征和估计方法以及裂纹扩展过程模拟方法详见 Gu [42]，James [43]，Gray [44]，Shmulevich [45]，Ono [46]和 Ucgul [47]。在现有离散元软件基础上进行二次开发，可以接入新的破坏模型，也可以模拟岩石试样在各种工况下的破坏过程。Alizadeh 研究了离散元颗粒接触力模型中的细观参数，以及基于实验数据的参数估计方法[48]。Arena 以二维数字图像为基础，对岩体表面裂纹的开裂过程进行了定量的详细分析[49]，Mak 基于简化估计的岩石细观参数方法提出了一种新的离散元模型，分析了岩土收到切力作用下的破坏形态[50]。Mak 建议两个颗粒之间的法向强度与宏观实验的凝

聚力和内摩擦角相关

$$\sigma_t = C \cot \varphi \quad (4)$$

式中 C 和 φ 分别为宏观实验岩石材料的内聚力和内摩擦角。Mak 并且假设两个颗粒之间的抗剪强度等于岩石材料的内聚力

$$\tau_s = C \quad (5)$$

Asaf 利用离散元模型对松散土颗粒受到剪切破坏状态的分析进行了修正[51]。从细观力学角度出发, 岩石的非连续面、节理、裂隙等分布决定了岩体的受力状态和破坏形态与过程。岩石的塑性变形主要原因在于岩体晶粒之间所产生的相对位移。岩石弹塑性变形、岩体的宏观裂隙、断裂、破坏都是由岩体内部微观裂纹逐渐累积、扩展、联通、发展的结果。Li [52]提出了基于宏观实验数据混凝土材料细观本构模型参数反演方法。为了解决模型参数反演不适定的问题, 吉洪诺夫的正则化方法为解决此类问题提供了坚实的数学基础[53]。王志云等提出了基于混凝土试件压缩实验数据和响应面方法, 估计混凝土材料细观本构模型参数的方法[54]。反演方法还广泛应用于地震工程、地质勘探等研究领域, 例如基于经验参考场地的广义线性反演方法[55], 基于三维应变格林函数反演中小震震源机制[56], 基于三维地震神经网络反演煤层富水灾害层[57]等工程领域。

5. 结论

1) 以响应面方法为基础, 建立岩石试件轴向应变、体积应变与材料细观本构模型参数映射关系模型。建立非线性映射模型表达, 目的是在模型参数反演时避开多次求解正问题(即正演分析), 也就是提出一种新的代理模型。采用径向基函数(Radial Basis Function)神经网络作为响应面函数, 解决传统的多项式响应面函数的非线性映射模型的预测精度偏低问题。传统的多项式响应面函数需要确定的是多项式中的系数, 而神经网络响应面模型需要确定的是神经网络中的权值。

2) 岩石类脆性材料细观本构模型参数反演最终归结为求目标函数极小化问题, 即细观模拟的变形曲线与实验观测值残差平方和极小问题。由于岩石试件变形及其破坏过程的细观模拟需要耗费大量的计算时间, 基于响应面的映射模型相当于建立了正问题的近似解析解, 无需多次反复求解正问题(只需要几次求解正问题), 为采用具有全局搜索能力的优化算法反演模型参数提供了一个有效途径。

3) 岩石细观本构模型参数反演的关键问题包括反问题解的存在性、唯一性和稳定性问题。解的不唯一性来自于目标函数常常是非凸的, 即存在多个极小值, 当采用梯度搜索优化算法时, 得到的解与初始值有关。解的不稳定性是指由于观测误差的存在, 当观测数据有很小的变化, 而导致反演结果产生较大的波动。分别从岩石试件变形与其细观本构模型参数映射模型以及细观本构模型参数反演方法两个方面入手, 解决解的唯一性和稳定性问题。

基金项目

国家重点基础研究发展计划“973”项目(2015CB057804); 国家自然科学基金资助项目(11572079)。

参考文献

- [1] Innaurato, N., Oggeri, C., Oreste, P.P. and Vinai, R. (2007) Experimental and Numerical Studies on Rock Breaking with TBM Tools under High Stress Confinement. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **40**, 429-451. <https://doi.org/10.1007/s00603-006-0109-4>
- [2] Zhu, W.C., Liu, J. and Tang, C.A. (2005) Simulation of Progressive Fracturing Processes around Underground Excavations under Biaxial Compression. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **20**, 231-247. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2004.08.008>

- [3] Molladavoodi, H. and Mortazavi, A. (2011) A Damage-Based Numerical Analysis of Brittle Rocks Failure Mechanism. *Finite Elements in Analysis and Design*, **47**, 991-1003. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2011.03.015>
- [4] Gong, Q.M., Zhao, J. and Jiao, Y.Y. (2005) Numerical Modeling of the Effects of Joint Orientation on Rock Fragmentation by TBM Cutters. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **20**, 183-191. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2004.08.006>
- [5] Gong, Q.M., Jiao, Y.Y. and Zhao, J. (2006) Numerical Modeling of the Effects of Joint Spacing on Rock Fragmentation by TBM Cutters. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **21**, 46-55. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2005.06.004>
- [6] 于庆磊, 杨天鸿, 唐春安. 基于真实微观结构的准脆性材料三维建模及应用初探[J]. 计算力学学报, 2010, 27(5): 887-896.
- [7] Harthong, B., Scholtès, L. and Donzé, F.-V. (2012) Strength Characterization of Rock Masses, Using a Coupled DEM-DFN Model. *Geophysical Journal International*, **191**, 467-480. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05642.x>
- [8] Zhou, W.Y. and Yan, G.R. (1997) Fractal Analysis of Fracture Damage Propagation of Rock. *Tsinghua Science and Technology*, **2**, 666-669.
- [9] Bažant, Z.P. (2003) Microplane Constitutive Model for Porous Isotropic Rocks. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **27**, 25-47. <https://doi.org/10.1002/nag.261>
- [10] Borodich, F.M. (1997) Some Fractal Models of Fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **45**, 239-259. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(96\)00080-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(96)00080-4)
- [11] Zhao, Y.H. (1998) Crack Pattern Evolution and a Fractal Damage Constitutive Model for Rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **35**, 349-366. [https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(97\)00340-9](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(97)00340-9)
- [12] Jiang, Y.J., Tanabashi, Y. and Li, B. (2006) Influence of Geometrical Distribution of Rock Joints on Deformational Behavior of Underground Opening. *Tunneling and Underground Space Technology*, **21**, 485-491. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2005.10.004>
- [13] Li, C.L., Prikry, R. and Nordlund, E. (1998) The Stress-Strain Behavior of Rock Material Related to Fracture under Compression. *Engineering Geology*, **49**, 293-302. [https://doi.org/10.1016/S0013-7952\(97\)00061-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7952(97)00061-6)
- [14] Tan, C.P., Zweiri, Y.H. and Althoefer, K. (2005) Online Soil Parameter Estimation Scheme Based on Newton-Raphson Method for Autonomous Excavation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **10**, 221-229. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2005.844706>
- [15] Tafazoli, S., Lawrence, P.D. and Salcudean, S.E. (1999) Identification of Inertial and Friction Parameters for Excavator Arms. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **15**, 966-971. <https://doi.org/10.1109/70.795801>
- [16] Zweiri, Y.H., Seneviratne, L.D. and Althoefer, K. (2004) Parameter Estimation for Excavator Arm Using Generalized Newton Method. *IEEE Transactions on Robotics*, **20**, 762-767. <https://doi.org/10.1109/TRO.2004.829476>
- [17] Zhao, Z.Y., Chow, T.L. and Rees, H.W. (2009) Predict Soil Texture Distributions Using an Artificial Neural Network Model. *Computers and Electronics in Agriculture*, **65**, 36-48. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.07.008>
- [18] Zhou, X.W., Xia, Y.M. and Xue, J. (2009) Neural Network Strata Identification Based on Tunneling Parameters of Shield Machine. *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, Singapore, 16-18 December 2009, Lecture Notes in Computer Science Vol. 5928, 392-401. https://doi.org/10.1007/978-3-642-10817-4_39
- [19] Provenzano, P. (2003) A Fuzzy-Neural Network Method for Modeling Uncertainties in Soil-Structure Interaction Problems. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **18**, 391-411. <https://doi.org/10.1111/1467-8667.00326>
- [20] Bhattacharya, B. and Solomatine, D.P. (2006) Machine Learning in Soil Classification. *Neural Networks*, **19**, 186-195. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2006.01.005>
- [21] Kumar, J.K., Konno, M. and Yasuda, N. (2000) Subsurface Soil-Geology Interpolation Using Fuzzy Neural Network. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **126**, 632-639. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:7\(632\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:7(632))
- [22] Smith, L.N., German, R.M. and Smith, M.L. (2002) A Neural Network Approach for Solution of the Inverse Problem for Selection of Powder Metallurgy Materials. *Journal of Materials Processing Technology*, **120**, 419-425. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(01\)01198-0](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(01)01198-0)
- [23] Vladimir, M.K. and Helmut, S. (2003) Some Neural Network Applications in Environmental Sciences, Part I: Forward and Inverse Problems in Geophysical Remote Measurements. *Neural Networks*, **16**, 321-334. [https://doi.org/10.1016/S0893-6080\(03\)00027-3](https://doi.org/10.1016/S0893-6080(03)00027-3)
- [24] Vera, K. (2005) Neural Network Learning as an Inverse Problem. *Logic Journal of the IGPL*, **13**, 551-559. <https://doi.org/10.1093/jigpal/jzi041>
- [25] Wang, Z., Ulanowski, Z. and Kaye, P.H. (1999) On Solving the Inverse Scattering Problem with RBF Neural Net-

- works: Noise-Free Case. *Neural Computing & Applications*, **8**, 177-186. <https://doi.org/10.1007/s005210050019>
- [26] Sever, A. (2013) A Neural Network Algorithm to Pattern Recognition in Inverse Problems. *Applied Mathematics and Computation*, **221**, 484-490. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.06.094>
- [27] Guan, X.L. and Melchers, R.E. (2011) Effect of Response Surface Parameter Variation on Structural Reliability Estimates. *Structural Safety*, **23**, 429-444. [https://doi.org/10.1016/S0167-4730\(02\)00013-9](https://doi.org/10.1016/S0167-4730(02)00013-9)
- [28] Saha, R., Upadhyaya, S.K. and Wallender, W.W. (2010) Inverse Solution of Soil-Water Transport Model Parameters Using Response Surface Methodology. *Transactions of the ASABE*, **53**, 1137-1145. <https://doi.org/10.13031/2013.32603>
- [29] Abusam, A., Keesman, K.J., van Straten, G., Spanjers, H. and Meinema, K. (2001) Parameter Estimation Procedure for Complex Non-Linear Systems: Calibration of ASM No. 1 for N-Removal in a Full-Scale Oxidation Ditch. *Water Science and Technology*, **43**, 357-365. <https://doi.org/10.2166/wst.2001.0445>
- [30] Muthuvelayudham, R. and Viruthagiri, T. (2010) Application of Central Composite Design Based Response Surface Methodology in Parameter Optimization and on Cellulase Production Using Agricultural Waste. *International Journal of Chemical and Biological Engineering*, **3**, 97-104.
- [31] Kunamneni, A. and Kumar, K.S. (2005) Response Surface Methodological Approach to Optimize the Nutritional Parameters for Enhanced Production of α -Amylase in Solid State Fermentation by *Thermomyces lanuginosus*. *African Journal of Biotechnology*, **4**, 708-716. <https://doi.org/10.5897/AJB2005.000-3138>
- [32] Zheng, D.J., Cheng, L. and Bao, T.F. (2013) Integrated Parameter Inversion Analysis Method of a CFRD Based on Multi-Output Support Vector Machines and the Clonal Selection Algorithm. *Computers and Geotechnics*, **47**, 68-77. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2012.07.006>
- [33] Belheine, N., Plassiard, J.P., Donzé, F.V., Darve, F. and Seridi, A. (2009) Numerical Simulation of Drained Triaxial Test Using 3D Discrete Element Modeling. *Computers and Geotechnics*, **36**, 320-331. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.02.003>
- [34] Coetzee, C.J. and Els, D.N.J. (2009) Calibration of Discrete Element Parameters and the Modelling of Silo Discharge and Bucket Filling. *Computers and Electronics in Agriculture*, **65**, 198-212. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.10.002>
- [35] Sazzad, M.M. and Islam, M.S. (2008) Macro and Meso-Mechanical Responses of Granular Material under Varying Interparticle Friction. *Journal of Civil Engineering*, **36**, 87-96.
- [36] Zhang, Q., Zhu, H., Zhang, L. and Ding, X. (2011) Study of Scale Effect on Intact Rock Strength Using Particle Flow Modeling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **48**, 1320-1328. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2011.09.016>
- [37] Lisjak, A. and Grasselli, G. (2014) A Review of Discrete Modeling Techniques for Fracturing Processes in Discontinuous Rock Masses. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, **6**, 3014-314. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2013.12.007>
- [38] Heok, E. and Martin, C.D. (2014) Fracture Initiation and Propagation in Intact Rock: A Review. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, **6**, 287-300. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2014.06.001>
- [39] Potyondy, D.O. and Cundall, P.A. (2004) A Bonded-Particle Model for Rock. *International Journal of Rock Mechanical & Mining Sciences*, **41**, 1329-1364. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.09.011>
- [40] Psakhie, S.G., Shilko, E.V., Grigoriev, A.S., Astafurov, S.V. and Dimaki, A.V. (2014) A Mathematical Model of Particle-Particle Interaction for Discrete Element Based Modeling of Deformation and Fracture of Heterogeneous Elastic-Plastic Materials. *Engineering Fracture Mechanics*, **130**, 96-115. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.04.034>
- [41] Azevedo, N.M., Lemos, J.V. and Almeida, J.R. (2008) Influence of Aggregate Deformation and Contact Behavior on Discrete Particle Modeling of Fracture of Concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, **75**, 1569-1586. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.06.008>
- [42] Gu, X.L., Li, H., Wang, Z.L. and Lin, F. (2013) A Modified Rigid-Body-Spring Concrete Model for Prediction of Initial Defects and Aggregates Distribution Effect on Behavior of Concrete. *Computational Materials Science*, **77**, 355-365. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.04.050>
- [43] James, P.M., Ford, M. and Jivkov, A.P. (2014) A Novel Particle Failure Criterion for Cleavage Fracture Modeling Allowing Measured Brittle Particle Distributions. *Engineering Fracture Mechanics*, **121-122**, 98-115. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.03.005>
- [44] Gray, G.G., Morgan, J.K. and Sanz, P.F. (2014) Overview of Continuum and Particle Dynamics Methods for Mechanical Modeling of Contractual Geologic Structures. *Journal of Structural Geology*, **59**, 19-36. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2013.11.009>

- [45] Shmulevich, I., Asaf, Z. and Rubinstein, D. (2007) Interaction between Soil and a Wide Cutting Blade Using the Discrete Element Method. *Soil & Tillage Research*, **97**, 37-50. <https://doi.org/10.1016/j.still.2007.08.009>
- [46] Ono, I., Nakashima, H., Shimizu, H., Miyasaka, J. and Ohdoi, K. (2013) Investigation of Elemental Shape for 3D DEM Modeling of Interaction between Soil and a Narrow Cutting Tool. *Journal of Terramechanics*, **50**, 265-276. <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2013.09.001>
- [47] Ucgul, M., Fielke, J.M. and Saunders, C. (2014) Three-Dimensional Discrete Element Modeling of Tillage: Determination of a Suitable Contact Model and Parameters for a Cohesionless Soil. *Biosystems Engineering*, **121**, 105-117. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2014.02.005>
- [48] Alizadeh, E., Bertrand, F. and Chaouki, J. (2013) Development of a Granular Normal Contact Force Model Based on a Non-Newtonian Liquid Filled Dashpot. *Powder Technology*, **237**, 202-212. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2013.01.027>
- [49] Arena, A., Piane, C.D. and Sarout, J. (2014) A New Computational Approach to Cracks Quantification from 2D Image Analysis: Application to Micro-Cracks Description in Rocks. *Computers & Geoscience*, **66**, 106-120. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2014.01.007>
- [50] Mak, J., Chen, Y. and Sadek, M.A. (2012) Determining Parameters of a Discrete Element Model for Soil-Tool Interaction. *Soil & Tillage Research*, **118**, 117-122. <https://doi.org/10.1016/j.still.2011.10.019>
- [51] Asaf, Z., Rubinstein, D. and Shmulevich, I. (2007) Determination of Discrete Element Model Parameters Required for Soil Tillage. *Soil & Tillage Research*, **92**, 227-242. <https://doi.org/10.1016/j.still.2006.03.006>
- [52] Li, S.J., Wang, Z.Y. and Yu, S. (2019) Estimating Micro-Property Parameters of Concrete Materials Based on Macro-Experimental Data. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, **351**, Article ID: 012027. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/351/1/012027>
- [53] Kirsch, A. (1996) An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problem. Springer-Verlag, Berlin. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5338-9>
- [54] 王志云, 李守巨. 混凝土细观本构模型参数反演的估计方法[J]. 黑龙江科技大学学报, 2019, 29(2): 225-261.
- [55] 傅磊, 李小军, 陈苏. 基于经验参考场地的广义线性反演方法[J]. 地震工程学报, 2019, 41(5): 1290-1298.
- [56] 周立, 林强, 范涛. 基于三维应变格林函数反演中小震震源机制[J]. 地震工程学报, 2019, 41(6): 1533-1559.
- [57] 范二平, 薛明喜, 赵欢欢. 三维地震神经网络反演在探明煤层富水灾害层的应用[J]. 地震工程学报, 2018, 40(4): 859-866.