

高速永磁同步电机减振优化研究

刘 钊, 卢 兰, 沙 瑞

天津工业大学电气工程学院, 天津

收稿日期: 2022年5月24日; 录用日期: 2022年6月22日; 发布日期: 2022年6月29日

摘 要

高速永磁同步电机运行过程中产生的电磁振动对电机寿命和性能有重要影响, 为减小电磁振动情况, 本文对电机定、转子结构进行了优化研究。文中首先基于样机参数建立了考虑硅钢片磁致伸缩效应的数值模型, 并对其进行多物理场耦合振动分析。其次, 气隙磁场的变化直接影响电机的电磁振动情况, 通过分析确定了四种优化变量, 并采用田口法正交试验对四种优化变量进行排布, 以电机定子铁心振动的动能和弹性应变能为优化目标, 对其进行优化设计。最后, 通过对比优化前后高速永磁同步电机的定子铁心振动位移变形、振动加速度和振动能量情况, 结果表明优化后的电机在保证电磁转矩的基础上, 电磁振动情况得到有效改善。

关键词

高速永磁同步电机, 电磁振动, 田口法, 振动能量

Research on Vibration Reduction Optimization of High Speed Permanent Magnet Synchronous Motor

Zhao Liu, Lan Lu, Rui Sha

School of Electrical Engineering, Tiangong University, Tianjin

Received: May 24th, 2022; accepted: Jun. 22nd, 2022; published: Jun. 29th, 2022

Abstract

The electromagnetic vibration produced during the operation of high-speed permanent magnet synchronous motor has an important impact on the service life and performance of the motor. The stator and rotor structure of the motor is optimized in this paper to reduce the electromagnetic vibration. Firstly, based on the prototype parameters, a finite element model considering the mag-

netostriction of silicon steel sheet is established, and its multi physical field coupling vibration is analyzed. Secondly, the change of air gap magnetic field directly affects the electromagnetic vibration of the motor. Four optimization variables are determined through analysis, and the four optimization variables are arranged by Taguchi method orthogonal test. Taking the kinetic energy and elastic strain energy of motor stator core vibration as the optimization objectives, the optimization design is carried out. Finally, the results show that the optimized motor can effectively improve the electro-magnetic vibration on the basis of ensuring the electromagnetic torque by comparing the vibration displacement deformation, vibration acceleration and vibration energy of stator core of high-speed permanent magnet synchronous motor before and after optimization.

Keywords

High-Speed Permanent Magnet Synchronous Motor, Electromagnetic Vibration, Taguchimethod, Vibration Energy

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高速永磁同步电机具有体积小、功率大、效率高等优点,广泛应用于各个精密领域,如汽车和舰艇等。其中,新能源汽车对电机的振动性能要求较高,汽车的 NVH (Noise, Vibration, Harshness)性能优劣程度直接影响驾驶人的体验感受,众多汽车厂家对此不断研究,寻求技术突破。此外,在军用舰艇应用方面,进一步降低电机的振动,能够提升舰艇水下作战的隐蔽性,有利于提高我国的国防安全。因此,有必要对高功率密度电机的振动优化问题进行深入研究。

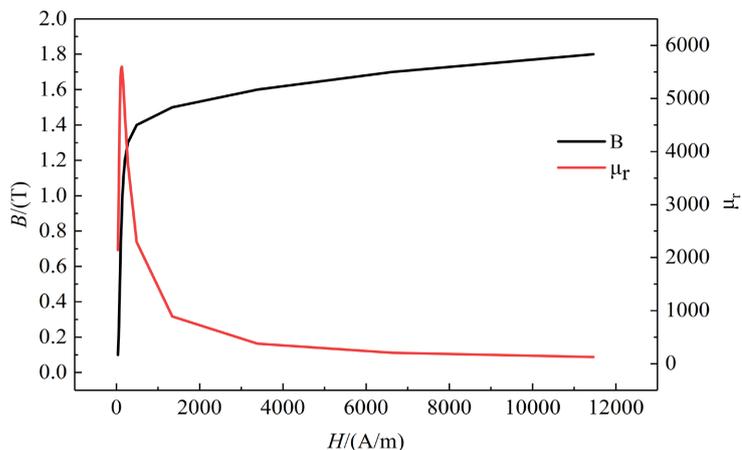
国内外对于电机优化的研究已有很多,通过设计不同的定、转子形状及选择最优的参数水平可以取得有效的减振效果。文献[1]通过改变转子结构、定子绕组等方式,对各种电机进行了对比和试验,最终确定了最佳转子结构。文献[2]通过对电机径向电磁力进行分析,得出适当增大电机气隙或增加极数,可以平滑径向电磁力,减小转矩波动。文献[3]提出在转子铁心中设置槽口可以减小电机齿槽转矩,进而减小电机电磁振动。文献[4] [5] [6] [7]研究了偏心磁极、极弧系数、辅助槽以及偏心气隙等结构变量对永磁电机电磁力的影响,通过有限元计算对比了优化前后电机的电磁振动情况。文献[8]通过有限元模型优化转子角度、宽度、长度和位置等几何结构,实现以最小的转矩脉动获得更高的电机转矩。文献[9]通过研究发现定子槽型、槽开口高度对转矩和转矩波动基本没有影响,而定子齿宽度、槽开口宽度对电磁振动有较大影响。文献[10]采用解析法和有限元法分析了极弧系数和槽口宽度对电机输出转矩的影响规律。文献[11]对导磁材料、槽开口宽度、极弧系数以及辅助槽等影响电机振动的因素进行了探究。文献[12]分析了极弧系数、永磁体厚度和偏心磁极对气隙磁场的影响规律。文献[13]采用田口法以转矩脉动和悬浮力脉动为评价标准,选取转子结构的四种变量因素,对电机参数进行优化。文献[14]分析了电机不同工况、转子偏心磁极、转子斜极、极槽配合等因素对电磁振动的影响。文献[15]对永磁同步电机进行了气隙磁场和电磁力分析,通过设计永磁体尺寸大小和放置位置,对“V”形永磁体进行了优化。文献[16]通过优化调整电机的气隙长度、极弧系数和槽口宽度等变量因素,取得良好的减振效果。文献[17]对电机永磁体宽度、永磁体厚度和定子槽口宽度等结构参数进行了优化设计。文献[18]提出一种通过改变定子形状,为每个空间谐波分配权重减少特定谐波,从而降低电磁振动和噪声的方法。文献[19]分析了极弧系数、转子不等厚

磁极和定子槽口宽度等因素对电机电磁振动噪声的影响,在保证电机驱动性能的前提下对其进行了优化。

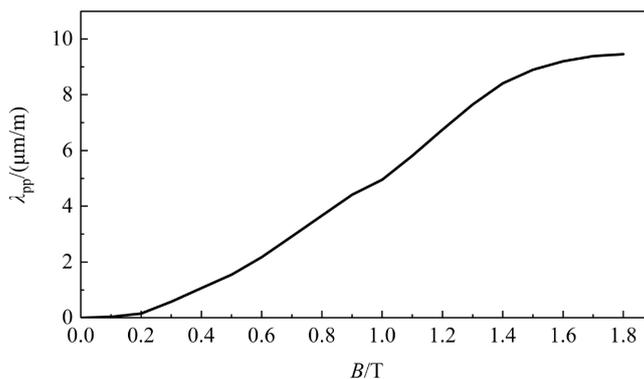
本文在已有样机参数的基础上,整体结构不作变动,选取部分定、转子结构参数进行优化计算。通过分析各种变量参数对电机定子铁心电磁振动的影响程度,确定了一种最优的结构参数,优化后的结构能够有效减小电机运行时定子铁心的电磁振动。

2. 磁弹性耦合模型

为研究高速永磁同步电机的电磁振动情况,文中测量了铁心硅钢片的磁化特性和磁致伸缩特性,基于此建立电机的磁-机械耦合数值模型。为便于数值计算,将测量的磁滞回线和磁致伸缩回线进行插值处理,得到图 1 所示的磁化特性和磁致伸缩特性单值曲线。



(a) 单值磁化曲线



(b) 磁致伸缩单值曲线

Figure 1. Magnetic properties of silicon steel sheet

图 1. 硅钢片磁特性

有限元模型中,电磁场模块的基本方程为:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, \mathbf{H} 为磁场强度; \mathbf{J} 为电流密度; \mathbf{B} 为磁感应强度; \mathbf{A} 为磁矢位; \mathbf{E} 为电场强度。

固体力学中振动方程为:

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2)$$

式中, \mathbf{M} 为质量矩阵; \mathbf{u} 为位移矩阵; \mathbf{C} 为阻尼矩阵; \mathbf{K} 为机械刚度矩阵; \mathbf{F} 为作用力。

文中忽略边缘效应, 采用二维模型对电机进行分析, 此时忽略了质量和阻尼项作用, 电磁场和机械场耦合方程可表示为:

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{S}][\mathbf{A}] &= [\mathbf{J}] \\ [\mathbf{K}][\mathbf{u}] &= [\mathbf{F}] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, \mathbf{S} 为电磁刚度矩阵; \mathbf{A} 为磁场矢量; \mathbf{J} 为外部电流密度; \mathbf{K} 为机械刚度矩阵; \mathbf{u} 为振动位移; \mathbf{F} 为作用力。

3. 优化设计与分析

3.1. 优化参数设计

电机定子铁心的电磁振动与运行时定子铁心受到的作用力有关, 电磁振动的大小最终体现在定子铁心振动加速度和定子铁心的振动位移情况。上一章节通过有限元模型计算, 对电机定子铁心面的振动能量进行积分, 得到定子铁心动能和弹性应变能。两种能量的变化反应了电机电磁振动的大小情况, 因此优化目标选为电机定子铁心电磁振动的动能和弹性应变能。在对电机结构优化设计过程中, 改进的方案一方面会使电机本体的电磁振动减小, 另一方面也可能引起电机的转矩降低较多, 导致难以符合实际应用的要求, 因此选取电机平均转矩不低于之前的 90% 为约束条件。为保证电机铁心电磁振动的优化达到较好的效果, 选取优化变量时应当以影响电磁振动较大的变量为主。引起电磁振动的电磁力和磁致伸缩等效力与磁场大小及分布有关, 所以电磁振动的大小与气隙磁场有密切联系。定子槽口宽度对定子铁心各区域的磁场大小和分布有直接影响, 因此选择定子槽口宽度作为其中一个优化变量。转子结构中, 永磁体的形状和用量多少直接关系到气隙磁场的大小和分布, 因此在维持转子铁心大小不变的情况下, 对永磁体结构进行设计, 选择极弧系数、偏心磁极和永磁体厚度三个优化变量。

针对选定的四种变量因素, 每种变量因子对应选取三种不同水平的取值。定子槽口宽度大小可以借助软件修改内置的参数即可, 通过大量仿真计算选定槽口宽度的三种水平为 1.1 mm、1.2 mm 和 1.3 mm。

转子结构变量中极弧系数、偏心磁极和永磁体厚度的变动无法通过参数自动生成, 需要自己在几何中画出对应的结构。文中研究样机为高速永磁同步电机, 为减小电机在运行中产生过高的振动和发热, 转子部分采用空气轴承, 因此在对永磁体厚度进行试验取值时不能过大, 且永磁体厚度决定永磁体用量的多少, 取值过大会增加成本。在保持电机转矩满足要求的前提下, 适当减少永磁体用量是最优选择。经过大量仿真计算, 选定永磁体厚度的三种水平为 3.4 mm、3.5 mm 和 3.6 mm。

同等条件下极弧系数的大小也直接影响永磁体用量的多少, 选取大量不同的极弧系数进行有限元计算, 结果表明极弧系数越小, 永磁体用量越少, 电机转矩越小, 且变化较为明显, 最终选定极弧系数的三种水平取值为 0.90、0.95 和 1.00。

电机偏心磁极的几何结构较为复杂, 图 2 为永磁体偏心磁极的设计原理图。O 点表示没有偏心磁极时永磁体内外表面圆弧的圆心, 此时永磁体结构为虚线部分所示, 永磁体各处厚度相等。R₁ 表示永磁体内表面圆弧半径和电机转子半径, R₂ 表示永磁体外表面圆弧半径。当考虑永磁体偏心磁极时, 永磁体内表面圆弧圆心仍为 O 点, 永磁体外表面圆弧圆心变为 O' 点, 此时永磁体各处厚度不等, 在圆心 O 点 90

度方向永磁体厚度最大，两端顶点处厚度最小。 R_2' 表示永磁体外表面圆弧半径， O 点到 O' 点的距离 h 称为偏心距，选取不同的偏心距 h 进行有限元计算，最终确定偏心距取值为0 mm、1 mm和1.5 mm。在考虑偏心磁极时， δ_{\max} 表示永磁体厚度变量的取值。

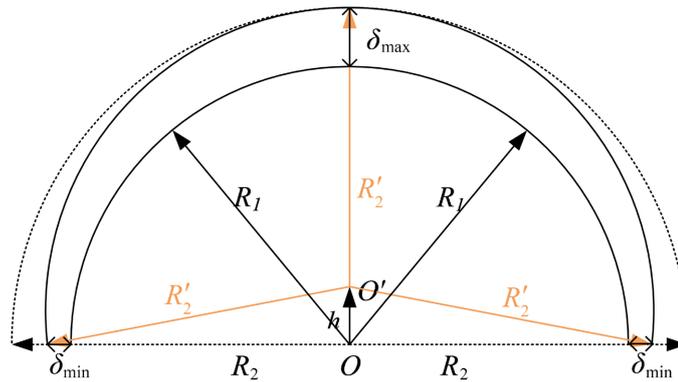


Figure 2. Schematic diagram of eccentric structure of permanent magnet
图 2. 永磁体偏心结构示意图

3.2. 正交试验分析

综合四种变量因素和每种因素对应的三种水平，选择 $L_9(3^4)$ 正交表进行方案设计。正交试验表如表 1 所示，若采用全因子设计，需要分析 81 种方案，而通过正交试验表设计，对 9 种试验方案进行计算即可得出每种变量因素对目标的影响规律，极大减少了研究的工作量。

Table 1. Orthogonal test table of variable factors
表 1. 变量因素的正交试验表

试验方案编号	偏心距 $h/(mm)$	极弧系数 α	槽口宽度 $w/(mm)$	永磁体厚度 $\delta/(mm)$
1	0	0.9	1.1	3.4
2	0	0.95	1.2	3.5
3	0	1	1.3	3.6
4	1	0.9	1.3	3.5
5	1	0.95	1.1	3.6
6	1	1	1.2	3.4
7	1.5	0.9	1.2	3.6
8	1.5	0.95	1.3	3.4
9	1.5	1	1.1	3.5

将表 1 中各试验组的 9 种结构通过有限元模型进行计算，得到动能 W_k 和弹性应变能 W_e 的结果如表 2 所示。为分析得到各变量因素对定子铁心电磁振动的影响，需要对试验数据进行处理，分析其平均值和方差情况。

Table 2. Electromagnetic vibration energy of the test scheme
表 2. 试验方案的电磁振动能量情况

试验方案编号	动能 W_k	弹性应变能 W_e
1	0.1462	0.2873
2	0.1890	0.2440
3	0.2046	0.2743
4	0.1768	0.2972
5	0.1666	0.3382
6	0.1772	0.2391
7	0.1627	0.2336
8	0.1924	0.2650
9	0.1971	0.3872

3.3. 平均值分析

平均值分析是对每种变量因素的三种水平分别计算其平均值，以偏心距 h 为例，三种水平分别对应取值为 0 mm、1 mm、1.5 mm，结合表 1 有如下公式：

$$\left. \begin{aligned} l_{W_k,h(1)} &= (W_{k1} + W_{k2} + W_{k3})/3 \\ l_{W_k,h(2)} &= (W_{k4} + W_{k5} + W_{k6})/3 \\ l_{W_k,h(3)} &= (W_{k7} + W_{k8} + W_{k9})/3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中， $l_{W_k,h(1)}$ 、 $l_{W_k,h(2)}$ 、 $l_{W_k,h(3)}$ 分别表示偏心距 h 在 0 mm、1 mm、1.5 mm 水平的动能平均值； $W_{k1} \sim W_{k9}$ 分别表示第一种试验方案到第九种试验方案的动能取值。

同理，极弧系数 α 、定子槽口宽度 w 、永磁体厚度 δ 三种变量各自三种水平的动能平均值公式为：

$$\left. \begin{aligned} l_{W_k,\alpha(1)} &= (W_{k1} + W_{k4} + W_{k7})/3 \\ l_{W_k,\alpha(2)} &= (W_{k2} + W_{k5} + W_{k8})/3 \\ l_{W_k,\alpha(3)} &= (W_{k3} + W_{k6} + W_{k9})/3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} l_{W_k,w(1)} &= (W_{k1} + W_{k5} + W_{k9})/3 \\ l_{W_k,w(2)} &= (W_{k2} + W_{k6} + W_{k7})/3 \\ l_{W_k,w(3)} &= (W_{k3} + W_{k4} + W_{k8})/3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} l_{W_k,\delta(1)} &= (W_{k1} + W_{k6} + W_{k8})/3 \\ l_{W_k,\delta(2)} &= (W_{k2} + W_{k4} + W_{k9})/3 \\ l_{W_k,\delta(3)} &= (W_{k3} + W_{k5} + W_{k7})/3 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

各变量因素弹性应变能的平均值公式与动能原理相同，通过计算得出四种变量不同水平下的两种能量平均值，结果如表 3 所示。

Table 3. The average value of energy at three levels of four variable factors
表 3. 四因素三水平的能量平均值

变量因素	变量水平	动能 W_k	弹性应变能 W_e
h	1	0.1799	0.2685
	2	0.1735	0.2915
	3	0.1841	0.2953
α	1	0.1619	0.2727
	2	0.1827	0.2824
	3	0.1929	0.3002
w	1	0.1773	0.2418
	2	0.1763	0.2389
	3	0.1913	0.2789
δ	1	0.1719	0.2638
	2	0.1876	0.3095
	3	0.1780	0.2820

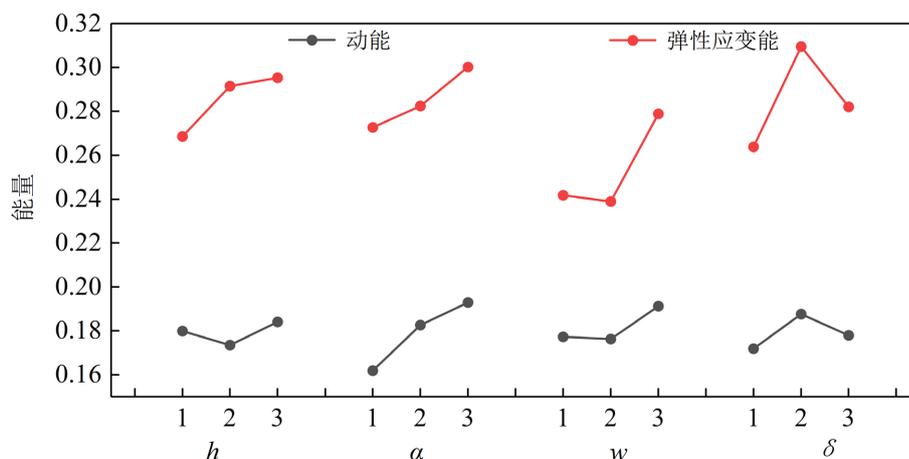


Figure 3. Average value of energy at each level of each variable factor
图 3. 各变量因素每种水平下的能量平均值

将表 3 中的平均值数据进行处理得到图 3，图中可以更直观地反应各变量因素的变化对振动能量的影响规律。偏心距 h 增大时，动能先减小后增大，弹性应变能快速增大后又缓慢增大；极弧系数 α 增大时，动能和弹性应变能均增大，其中动能增长率逐渐变小；齿槽宽度 w 增大时，动能增大，弹性应变能先减小后增大；永磁体厚度 δ 增大时，动能和弹性应变能均呈现先增大后减小的趋势。综合以上规律表明，针对不同的优化目标，各个变量因素的最优组合是不同的。图 3 结果表明动能最小的变量因素组合

为 $h(2)\alpha(1)w(1)\delta(1)$ ，弹性应变能最小的变量因素组合为 $h(1)\alpha(1)w(2)\delta(1)$ 。

3.4. 方差分析

平均值分析反应了各变量因素的水平大小对目标结果的影响规律，方差分析是为确定各个变量因素对目标的贡献度大小。通过对数据进行方差分析从而将各个变量因素对目标结果的贡献度进行排序，结合各变量因素平均值分析的规律，贡献量大的变量优先选择最优参数水平，最终得到最优的结构组合。

$$\left. \begin{aligned} l_{W_k} &= \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 W_{ki} \\ l_{W_\varepsilon} &= \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 W_{\varepsilon i} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式 8 为两种能量整体数据的平均值公式，计算结果如表 4 所示。

Table 4. Average energy
表 4. 能量平均值

参数	动能 W_k	弹性应变能 W_ε
平均值	0.1746	0.2806

结合表 3 中偏心距 h 不同水平下的平均值代入式 9 可求得偏心距 h 对动能和弹性应变能的贡献度大小。

$$\left. \begin{aligned} SS_{W_k(h)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_k h(i)} - l_{W_k})^2 \\ SS_{W_\varepsilon(h)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_\varepsilon h(i)} - l_{W_\varepsilon})^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

同理，极弧系数 α 、定子槽口宽度 w 、永磁体厚度 δ 三种变量因素对动能和弹性应变能的贡献度计算公式如下：

$$\left. \begin{aligned} SS_{W_k(\alpha)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_k \alpha(i)} - l_{W_k})^2 \\ SS_{W_\varepsilon(\alpha)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_\varepsilon \alpha(i)} - l_{W_\varepsilon})^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} SS_{W_k(w)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_k w(i)} - l_{W_k})^2 \\ SS_{W_\varepsilon(w)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_\varepsilon w(i)} - l_{W_\varepsilon})^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} SS_{W_k(\delta)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_k \delta(i)} - l_{W_k})^2 \\ SS_{W_\varepsilon(\delta)} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (l_{W_\varepsilon \delta(i)} - l_{W_\varepsilon})^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

各变量因素对弹性应变能的贡献量计算公式与上述原理相同，对公式进行求解，得到不同变量对两种能量的贡献度大小，结果如表 5 所示。

Table 5. Sum of squares of various variable factors and contribution rate to energy
表 5. 各变量因素的平方和及其对能量的贡献率

变量因素	$SS_{W_k} (10^{-5})$	$P_{W_k} (%)$	$SS_{W_e} (10^{-5})$	$P_{W_e} (%)$
偏心距 h	1.8856	6.72%	13.9303	7.07%
极弧系数 α	16.7004	59.56%	12.9647	6.58%
齿槽宽度 w	5.2623	18.77%	134.9994	68.48%
永磁体厚度 δ	4.1928	14.95%	35.2500	17.88%
总和	28.0412	100.00%	197.1444	100.00%

表 5 中数据结果表明变量因素对动能贡献量从大到小的排列顺序为极弧系数 α 、齿槽宽度 w 、永磁体厚度 δ 、偏心距 h ；对弹性应变能贡献量从大到小的排列顺序为齿槽宽度 w 、永磁体厚度 δ 、偏心距 h 、极弧系数 α 。通过排列顺序可看出极弧系数 α 对动能影响更大，因此极弧系数 α 选择使动能最小的水平。齿槽宽度 w 、永磁体厚度 δ 和偏心距 h 对弹性应变能影响更大，因此齿槽宽度 w 和永磁体厚度 δ 和偏心距 h 选择使弹性应变能最小的水平。结合图 3 的能量变化趋势，可以确定偏心距 h 、极弧系数 α 、齿槽宽度 w 、永磁体厚度 δ 的选择水平为 $h(1)\alpha(1)w(2)\delta(1)$ 。综合以上分析，优化后的四种变量因素数值分别为：偏心距 h 取值 0 mm、极弧系数 α 取值 0.9、齿槽宽度 w 取值 1.2 mm、永磁体厚度 δ 取值 3.4 mm。

3.5. 优化结果与分析

为验证优化效果，将优化后的电机参数代入有限元模型中进行计算。图 4 为样机实物结构和有限元模型的简化图，电机在试验时顶端由螺丝固定悬挂，因此有限元模型中在对应区域设置固定约束，且选取图 4 所示的齿部参考点 A 和轭部参考点 B 对电机振动加速度情况进行分析。

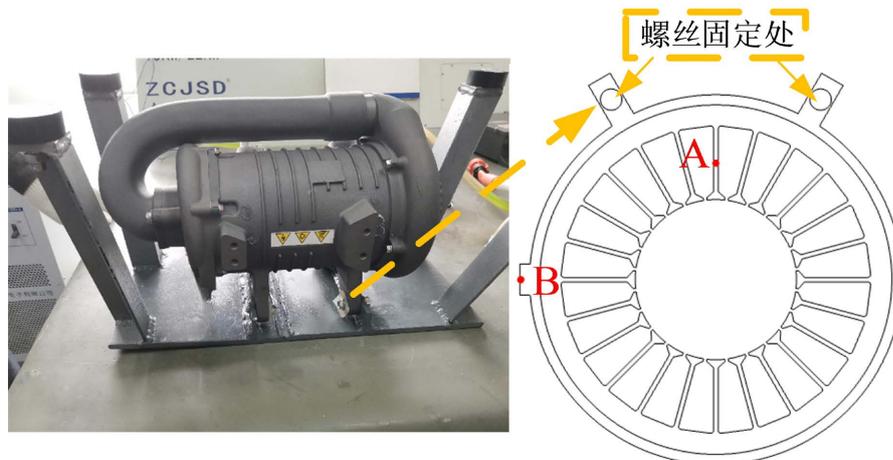


Figure 4. Schematic diagram of prototype structure and reference points
图 4. 样机结构及参考点示意图

图5 横坐标代表不同的结构方案，其中编号1~9对应正交试验表中的九种结构，编号10和11分别为电机原结构和最终优化结构。图中数据明显看出最终优化结构与电机原结构相比，两种振动能量均有较大幅度的降低，且最终优化结构方案的振动能量低于任意正交试验表中结构方案的振动能量。

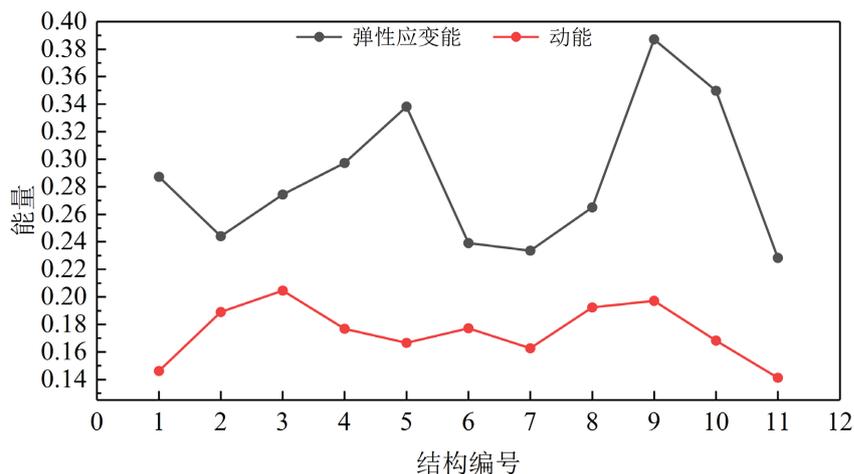


Figure 5. Vibration energy of different structural schemes

图5. 不同结构方案的振动能量变化

图6 表示优化前后定子铁心振动位移云图对比情况，图7 表示优化前后定子铁心齿部A点和轭部B点两处的振动加速度对比情况，参考点A、B的位置如图4所示。两图结果表明优化后的电机振动位移极值和铁心齿、轭部的振动加速度峰值均有明显减小。同时通过有限元计算得到优化前后电机转矩平均值分别为3.9968 N·m和4.0143 N·m，电机转矩基本不变，满足约束条件。由此表明，该高速永磁同步电机经过对电机定、转子结构参数的优化后，定子铁心的电磁振动情况得到较好的改善。

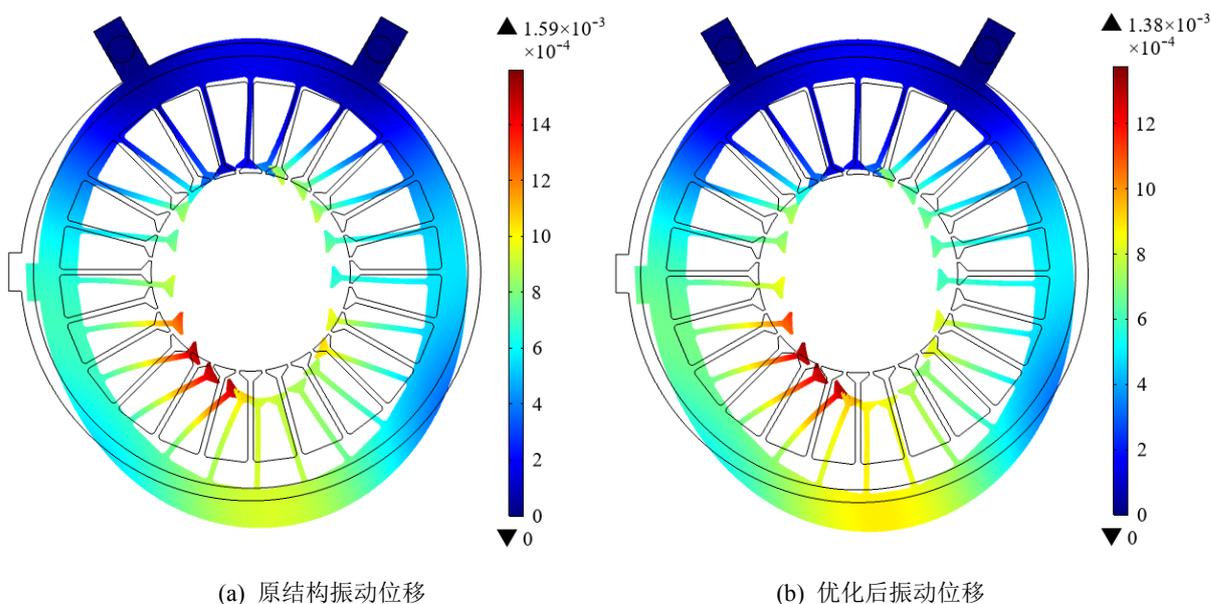


Figure 6. Vibration displacement diagram before and after optimization

图6. 优化前后振动位移云图

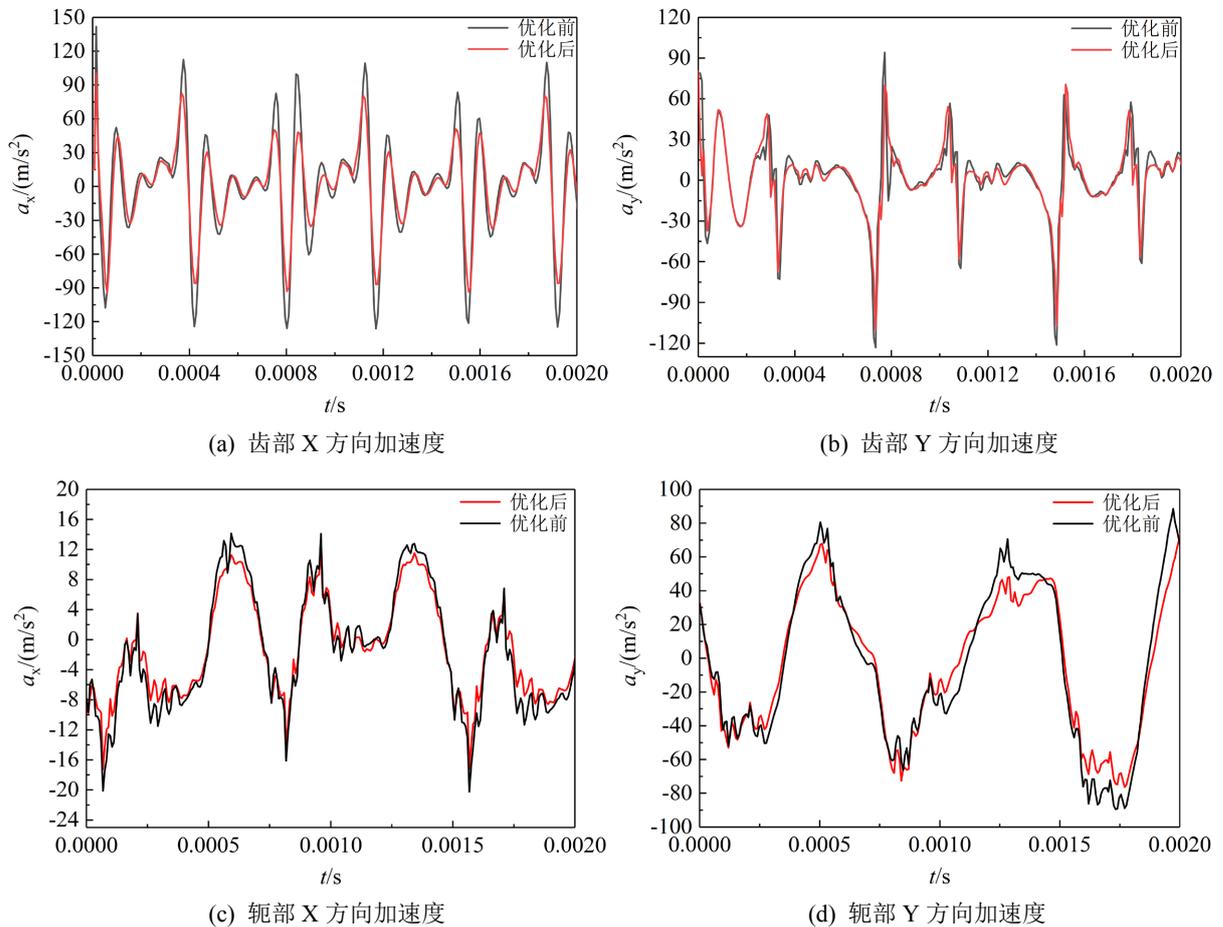


Figure 7. Acceleration comparison before and after optimization
 图 7. 优化前后加速度对比图

4. 结论

本文在试验样机的参数基础上,采用田口法对电机定、转子结构进行优化设计。选取定子槽口宽度、极弧系数、偏心磁极和永磁体厚度四个变量因素进行计算,分析了四种变量因素对动能和弹性应变能的影响规律和贡献量,结论表明各变量因素对振动能量的影响程度不同,其中极弧系数和齿槽宽度对振动影响较大。综合考虑各因素影响,确定了最优参数结构,并通过有限元计算对比优化前后电机电磁振动情况,结果表明优化后的结构在保证电机输出性能的同时,降低了电机定子铁心的电磁振动。

参考文献

- [1] Murakami, H., Kataoka, H., Honda, Y., *et al.* (2001) Highly Efficient Brushless Motor Design for an Air-Conditioner of the Next Generation 42V Vehicle. *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting*, Chicago, 30 September - 4 October 2001, 461-466.
- [2] Asano, Y., Honda, Y., Murakami, H., *et al.* (2002) Novel Noise Improvement Technique for a PMSM with Concentrated Winding. *Proceedings of the Power Conversion Conference*, Osaka, 2-5 April 2002, 460-465.
- [3] Lee, S., Han, K., Ahn, H., *et al.* (2008) A Study on Reduction of Vibration Based on Decreased Cogging Torque for Interior Type Permanent Magnet Motor. *2008 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, Edmonton, 5-9 October 2008, 1-6. <https://doi.org/10.1109/08IAS.2008.40>
- [4] 张冉, 王秀和, 乔东伟, 等. 磁极偏心削弱永磁电机激振力波方法[J]. *中国电机工程学报*, 2010, 30(27): 20-25.

- [5] 张冉, 王秀和, 乔东伟. 极弧系数选择对永磁无刷直流电机激振力波的影响[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(21): 79-85.
- [6] 张冉, 王秀和, 乔东伟, 等. 基于辅助槽的永磁电机激振力波削弱方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(18): 103-108.
- [7] 张冉, 王秀和, 杨玉波, 等. 基于等效剩磁法的偏心气隙永磁电机磁场解析计算[J]. 电工技术学报, 2009, 24(5): 7-12.
- [8] Ibrahim, M.N.F., Sergeant, P. and Rashad, E. (2016) Influence of Rotor Flux-Barrier Geometry on Torque and Torque Ripple of Permanent-Magnet-Assisted Synchronous Reluctance Motors. 2016 *XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Lausanne, 4-7 September 2016, 398-404. <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2016.7732557>
- [9] Tap, A., Xheladini, L., Murat, I., *et al.* (2017) Effects of the Stator Design Parameters on the Torque Performance of a PMSynRM. 2017 *11th IEEE International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG)*, Cadiz, 4-6 April 2017, 346-351. <https://doi.org/10.1109/CPE.2017.7915195>
- [10] 王晓远, 贺晓钰, 高鹏. 电动汽车用 V 型磁钢转子永磁电机的电磁振动噪声削弱方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(16): 4919-4926+4994.
- [11] 杨定伟, 邓兆祥, 张河山, 等. 永磁轮毂电机磁场解析建模[J]. 电工技术学报, 2019, 34(7): 1423-1433.
- [12] 王伟, 黄开胜, 胡弼, 等. 基于永磁体优化 PMSM 力波与模态分析[J]. 微电机, 2019, 52(7): 6-12.
- [13] 朱焜秋, 程一峰. 基于组合磁极的无轴永磁同步电机转子优化设计[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(3): 123-130.
- [14] Liao, C., Jiang, W. and Zhang, Z. (2019) Analysis of Electromagnetic Vibration Characteristics of an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor. 2019 *22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Harbin, 11-14 August 2019, 1-5. <https://doi.org/10.1109/ICEMS.2019.8921549>
- [15] 杜鑫. 永磁同步电机转子优化抑制电磁振动噪声研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2020.
- [16] 刘旭. 高速永磁同步电机振动噪声计算与分析[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2020.
- [17] Zhang, J., Wang, J., Yu, Z. and Li, Y. (2020) Analytical Calculation for Two Layers PMSRM based on Equivalent Magnetic Network Method. 2020 *IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices (ASEMD)*, Tianjin, 16-18 October 2020, 1-2. <https://doi.org/10.1109/ASEMD49065.2020.9276044>
- [18] Yang, I.J., Lee, S.H., Lee, K.B., *et al.* (2021) A Process to Reduce the Electromagnetic Vibration by Reducing the Spatial Harmonics of Air Gap Magnetic Flux Density. *IEEE Transactions on Magnetics*, **57**, 1-6. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2020.3022844>
- [19] 吴铭, 刘成武. 基于 Ansoft Maxwell 的内置式 V 型永磁电机齿槽转矩优化[J]. 机电技术, 2020(2): 58-62. <https://doi.org/10.36012/peti.v2i1.1287>