

Time-Frequency Analysis Method: Research and Prospect

Guoning Wu¹, Jingjing Qi¹, Yatong Zhou²

¹College of Science, China University of Petroleum (Beijing), Beijing

²School of Electronic and Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin

Email: wuguoning@163.com, 1912325898@qq.com, zhouyatong_zw@126.com

Received: Dec. 28th, 2017; accepted: Jan. 11th, 2018; published: Jan. 18th, 2018

Abstract

Time-frequency analysis method represents one-dimensional time signal into time and frequency domains, which is an important tool for non-stationary signal analysis. In this paper, the time-frequency analysis methods were reviewed; furthermore, a survey of the principles, the advantages and disadvantages of various time-frequency methods were given. Numerical simulations were carried out for comparisons. Finally, a short prospect about time-frequency analysis was given in this paper.

Keywords

Time-Frequency Analysis, Non-Stationary Signal, Spectral Analysis

时频分析方法：研究与展望

武国宁¹, 齐晶晶¹, 周亚同²

¹中国石油大学(北京), 理学院数学系, 北京

²河北工业大学, 电子信息工程学院, 天津

Email: wuguoning@163.com, 1912325898@qq.com, zhouyatong_zw@126.com

收稿日期: 2017年12月28日; 录用日期: 2018年1月11日; 发布日期: 2018年1月18日

摘要

时频分析联合时间频率表示一维时间信号, 是非稳态信号处理的重要工具之一。本文综述了时频分析方法的研究进展, 在此基础上阐述了各种时频分析方法的原理及其优缺点。通过数值模拟试验, 比较了各种时频分析方法的频谱表示特征。最后, 对时频分析方法进行了展望。

关键词

时频分析, 非稳态信号, 频谱分析

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

时频分析研究非平稳信号频谱随时间的变化规律, 该方法将一维时间信号分解到时间频率域。如何准确刻画非平稳信号的频谱变化规律一直是人们关注的问题之一[1]。近几十年来, 时频分析方法有了很大的进展, 并成功应用于地球物理[2] [3]、环境科学、地质学等领域。常规的时频分析方法大致可以归为线性方法和二次变换两大类。如短时傅里叶变换[4] (Short-time Fourier Transform, STFT)、连续小波变换[5] (Continuous Wavelet Transform, CWT)和 S 变换[6] (Stockwell Transform, ST)为线性时频分析方法。Wigner-Ville 变换[7] [8] (Wigner-Ville Distribution, WVD)及其衍生的核函数光滑法[9] [10] [11]为二次时频分析方法。近些年发展起来的时频分析法主要有基追踪[12] (Basis Pursuit, BP)、Kalman 滤波方法[13]、经验模态分解[14] (Empirical Mode Decomposition, EMD)、压缩小波变换[15] (Synchrosqueezed Wavelet Transforms, SSWT)等等。

窗口傅里叶变换、连续小波变换和 S 变换利用窗函数对信号截断进行频谱分析。信号的频谱为信号与核函数的线性相关, 不同的方法对应不同窗函数选取法[1]。线性时频分析方法具有易于实现的优点, 但加窗会带来频谱拖尾等问题。另外, Heisenberg 不确定原理揭示了提高时间分辨率是以牺牲频域聚焦为代价的, 反之亦然[16] [17]。为提高时频分析的精度, Huang 等提出了经验模态分解[14]。该方法是一种完备的、直接的、后验性的时频分析法, 有很好的自适应性, 但该方法会产生模态混叠现象。为了消除模态混叠现象, Torres 等提出了集合经验模态分解[18] (Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)。该方法是一种噪声辅助数据分析法, 具有有效的抗混分解能力。但其分解不再完备, 且计算成本高。鉴于以上结论, Torres 等人又提出了完备集合经验模态分解[19] (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition, CEEMD)。该方法在解决了完备性问题的同时, 提高了信号的频谱分辨率, 但该方法也没有完全解决模态混叠问题。Daubechies 等提出的 SWT 方法[15]与 EMD 具有相近的时频分辨率, 其严格的数学证明及其可重构性的优势使其在非平稳信号领域取得了重要的应用。Auger 等指出压缩小波变换实质上是一种能量重排的时频分析方法[20]。基追踪[12]与匹配追踪[21]是将信号在字典库中进行分解, 它们力图从符合信号特征的过完备原子字典中找到信号的稀疏表示。MP 是一种贪婪算法, 通过寻找字典原子与信号的最大相关来确定信号分量, 通常找到的是次优解, 而不是最优解。BP 方法通过引入 l_1 范数, 将信号的稀疏表示化为一类有约束的优化问题, 进而转化为线性规划问题来求解。该方法由于要在所有的字典向量中极小化一个全局目标函数, 其计算量仍然是很大的。短时自回归方法[22] (Short-Time Autoregressive Method, STAR)相对于其它方法能捕获快速的幅度震荡, 但其频率分辨率易受信噪比和自回归阶数的影响, 谱图中可能会出现谱峰不明显、假峰、谱线分裂的现象。Kalman 滤波方法[23]引入信号与噪声的状态空间模型, 利用前一刻的估计值和现时刻的观测值来更新对现时刻状态变量的估计。这种方法的公式很简单, 结果较精确, 但由于算法本身的复杂性以及它对计算处理器的高质量要求, Kalman 滤波方法的应用范围并不是很广泛。

时频分析是非平稳信号分析的重要工具之一，它可以帮助人们理解信号的复杂结构，揭示其内在规律。无论是常规方法还是非常规方法，它们的理论基础都是建立在各自的假设之上，没有一个通用的，绝对好的方法。我们要做的工作是：针对信号具体特性，选择合适的时频分析方法，进而更好的揭示信号的频谱随时间的变化规律。提高信号的时频分辨率是一个永恒的主题，近些年不断涌现的新方法，在提高时频分析精度的同时，使人们更好的认识时频分析。本文将分别阐述以上方法的基本原理，并结合实际例子对比分析这些方法的优势和不足之处。

2. 线性时频分析方法

短时傅立叶变换也称窗口傅里叶变换[24]，它是由 Gabor 首先系统使用的。该方法利用窗函数把信号分解成一系列“小片段”。每个“小片段”近似平稳，对每个“小片段”进行傅里叶变换得到信号的频谱。连续函数的 STFT 表达式为：

$$S_F(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)w(t-\tau)e^{-i2\pi ft} dt \quad (1)$$

其中， $w(t)$ 是窗函数，STFT 也可表示为： $\langle s(t) * w(t), e^{i2\pi ft} \rangle$ 。

窗口傅立叶变换的窗函数是固定不变的，为了增加频谱分析的自适应性，Morlet 等人提出了 CWT [5]。CWT 是一种可变时窗尺度的线性变换，其分析窗由平移、伸缩后的母小波函数形成。因此 CWT 具有可变的时频分辨率和较好的能量聚焦性。在小波函数能量单位化即 $\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_{a,\tau}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(t)|^2 dt = 1$ ，和 CWT 约束条件即 $C_\Psi = 2\pi \int_0^{+\infty} |\omega|^{-1} |\hat{\Psi}(\omega)|^2 d\omega < \infty$ 的前提下，CWT 的表达式为：

$$W_s(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \Psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt \quad (2)$$

其中， $\Psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left(\frac{t-\tau}{a} \right)$ 是母小波函数 $\Psi(t)$ 经过伸缩平移变换得到的。

小波变换将时间信号分解到时间尺度域，不是时间频率域。一个尺度代表了一个频带。

Stockwell 等提出的 S 变换[6]，兼具窗口傅立叶变换和小波变换的优势，具有无损可逆性的特点。其表达式为：

$$S_{ST}(\tau, f) = \frac{|f|}{k\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2k^2}} e^{-i2\pi ft} dt \quad (3)$$

其中，参数 k 由高斯窗 $\hat{w}(t, f) = \frac{|f|}{k\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2 f^2}{2k^2}}$ 的宽度决定。与(1)和(2)作对比，ST 可看作窗口函数为 $\hat{w}(t, f)$ 的 STFT，或者是与频率有关的变尺度的 CWT。

我们选用由两个调频分量合成的信号进行分析，得到如下结果：图 1 为 STFT 得到的频谱图；图 2 和图 3 分别为 CWT 和 ST 得到的频谱图。从图中可以看出，STFT 变换的窗函数是固定的，信号的能量均匀分布在“脊”线的周围。CWT 和 ST 中窗函数的形状随着时间与频率的变化而变化。在低频，窗函数较为“矮长”，具有较高的频率分辨率；在高频，窗函数较为“瘦高”，具有较高的时间分辨率。

3. 二次时频分析方法

Wigner-Ville (WVD)分布是二次时频方法。它不涉及窗函数，不受海森堡测不准原理[17]的制约，因此，具有高的时频分辨率。其定义如下：

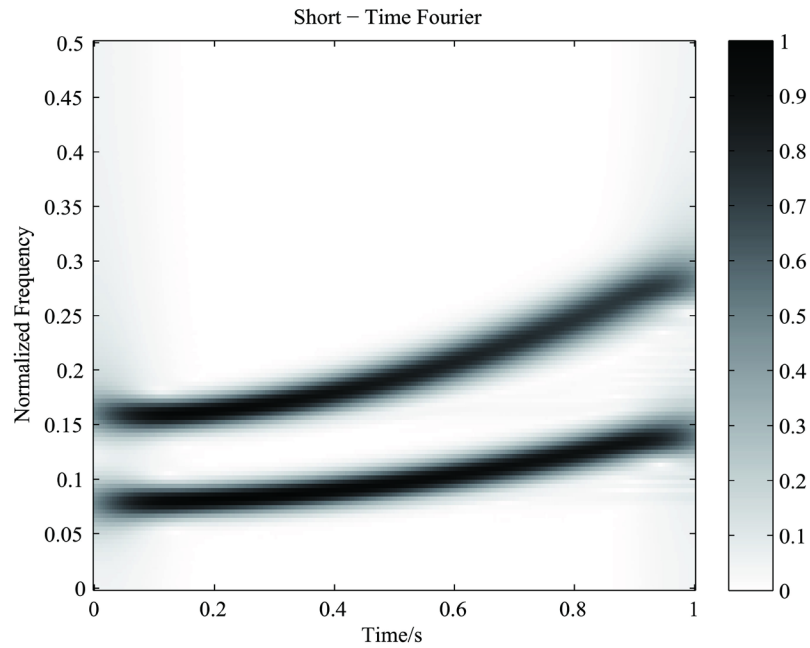


Figure 1. The STFT spectrum of the synthetic signal
图 1. 合成信号的 STFT 频谱

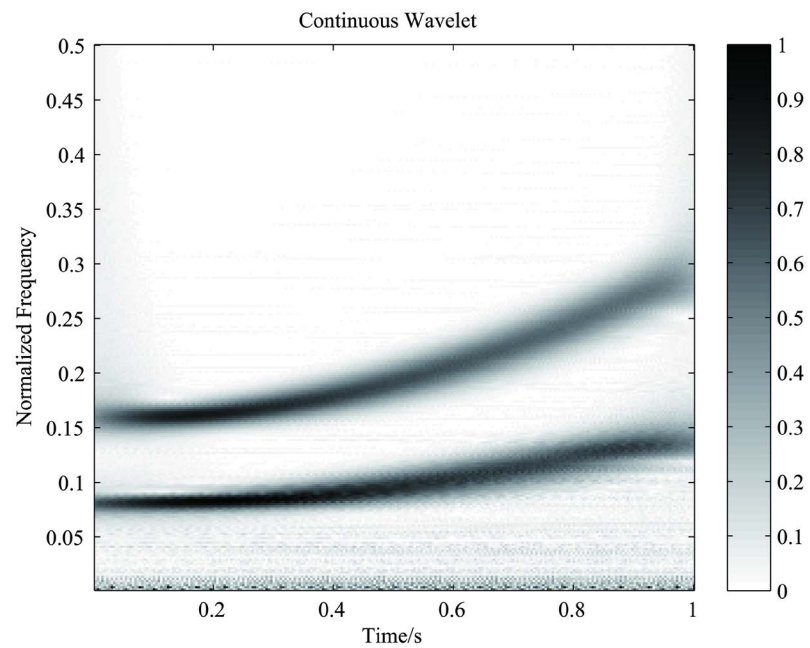


Figure 2. The scalogram of the synthetic signal
图 2. 合成信号的 CWT 频谱

$$\text{WVD}_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \times x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \quad (4)$$

多分量信号的 WVD 不等于每个分量的 WVD 和。例如信号 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 的 WVD 为

$$\text{WVD}_x(t, f) = \text{WVD}_{x_1}(t, f) + 2\text{Re}\left[\text{WVD}_{x_1 x_2}(t, f)\right] + \text{WVD}_{x_2}(t, f) \quad (5)$$

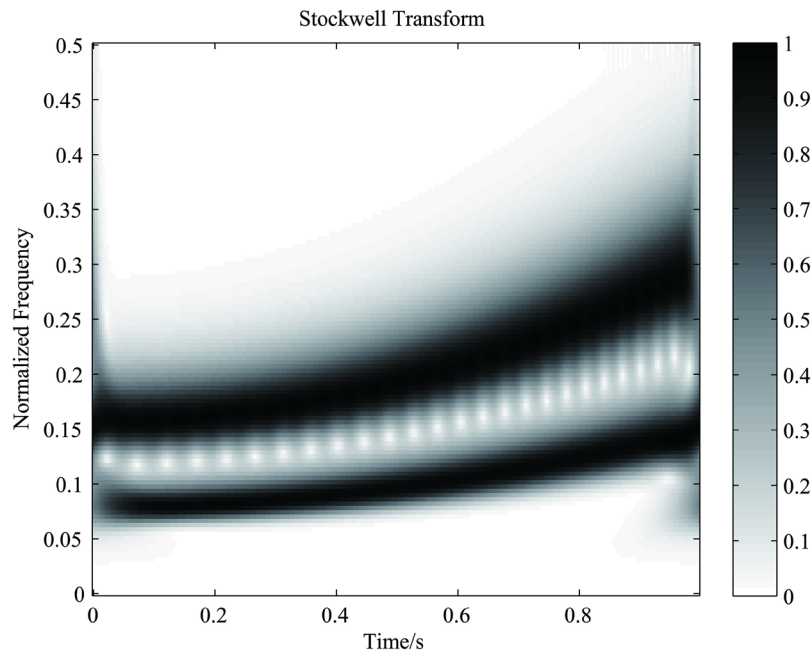


Figure 3. The ST spectrum of the synthetic signal
图 3. 合成信号的 ST 频谱

其中 $\text{WVD}_{x_1, x_2}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x_2^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau$ 。WVD 受交叉项的影响， n 个分量就会产生 $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ 交叉项。这些交叉项在时频面上的振荡，使得频谱图中出现假频、模糊的现象[25] [26] [27]。

为了获得更高的时频分辨率，抑制 WVD 中的交叉项干扰，人们又先后提出了由 WVD 衍生的核函数光滑法：Cohen 类分布[28]，仿射类分布[29]，自适应最优核方法以及能量再分配方法等[30] [31]。前三种方法都是利用相关核函数，如 Bessel 函数、Born-Jordan 函数、 α -Wigner-Ville 函数、Bertrand 函数等对交叉项平滑处理。Cohen 类、仿射类分布等核函数方法改善了 WVD 的交叉项干扰，提高了谱图中信号分量的聚焦性。但是 Cohen 类与仿射类核函数是固定不变，由于一种核函数只能对一种类型的信号起有效作用，因此自适应核函数法是固定核函数方法的有效改进[32]。

图 4 为本文合成信号的 WVD，从图中可以看出，在自项之间存在着交叉项的干扰：

4. 自适应性非参数时频分析方法

4.1. EMD 类时频分析方法

除了一些众所周知的英文缩写，如 IP、CPU、FDA，所有的英文缩写在文中第一次出现时都应该给出其全称。文章标题中尽量避免使用生僻的英文缩写。Huang 等提出的 EMD 方法能捕捉信号的非平稳特征，是分析非平稳信号的重要方法之一[14] [33] [34] [35] [36]。EMD 将非平稳信号分解成本征模函数 (Intrinsic Mode Functions, IMF)之和的形式，即

$$s(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \quad (6)$$

其中， $s_k(t) = A_k(t) \cos(\phi_k(t))$ 为本征模函数。本征模函数的求解是一个“筛选”过程，该过程满足一定筛选次数或残差满足一定范围时结束。通过对各本征模分量的谱分析得到非平稳信号的频谱。由于 EMD

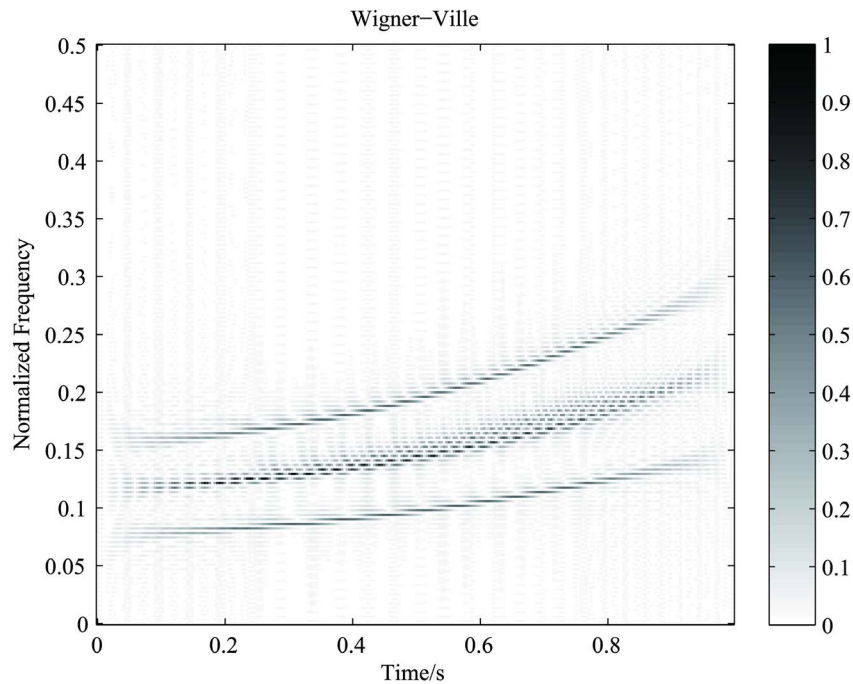


Figure 4. The Wigner-Ville distribution of the synthetic signal
图 4. 合成信号的 WVD 频谱

方法能够都对信号实现完全分解，且各分量间是完全正交的，因此频谱不会丢失原信号的信息，能量遗漏也较少。尽管 EMD 方法简单直观，应用广泛，但是该方法有模态混叠、假频等现象。为了克服以上不足，人们提出了 EEMD、CEEMD 等方法。

Torres 等提出的 EEMD [19] 是一种噪声辅助数据分析方法。它对加入不同比例高斯白噪声的信号，即 $s_i(t) = s(t) + n_i(t)$ 进行分解，其中 $n_i(t), i = 1, \dots, I$ 是不同标准差的高斯白噪声。对每个 $s_i(t)$ 进行分解得到相应的 IMFs，即

$$s_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k^i(t) \quad (7)$$

对全部加噪信号相应的 $s_k^i(t)$ 分别相加求均值，最终得到总体的平均本征模分量 $\overline{s_k(t)} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I s_k^i(t)$ 。通过加噪平均的方式，EEMD 能得到很好的时频分解结果，纠正 EMD 中模态混叠、假频等现象。但由于对多组加噪信号的分解处理计算量较大，而且也不能像 EMD 得到完备的分解。

为取得更有效的时频分解，同时满足信号重构的要求，Torres 等人对 EEMD 进一步完善，并提出了 CEEMD [19]。CEEMD 方法分解的第一个 IMF 求法与 EEMD 一样，从第二个 IMF 开始，其求解公式如下：

$$\text{IMF}_{(k+1)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E_1[r_k + \xi E_k(W_n)] \quad (8)$$

其中， N 表示总的实现次数， E_k 表示 EMD 过程得到的第 k 个 IMF， r_k 为第 k 步的分解残差 $r_k = s(t) - \sum_{i=1}^k \text{IMF}_i$ ， ξ 是高斯白噪声 W_n 的固定参数。CEEMD 作为 EEMD 的扩展，它保留了 EMD 的完备分解性，在减少计算量的基础上，时频分解效果也比 EMD、EEMD 好。

图 5 和图 6 分别为合成信号的 EMD、EEMD 频谱图：

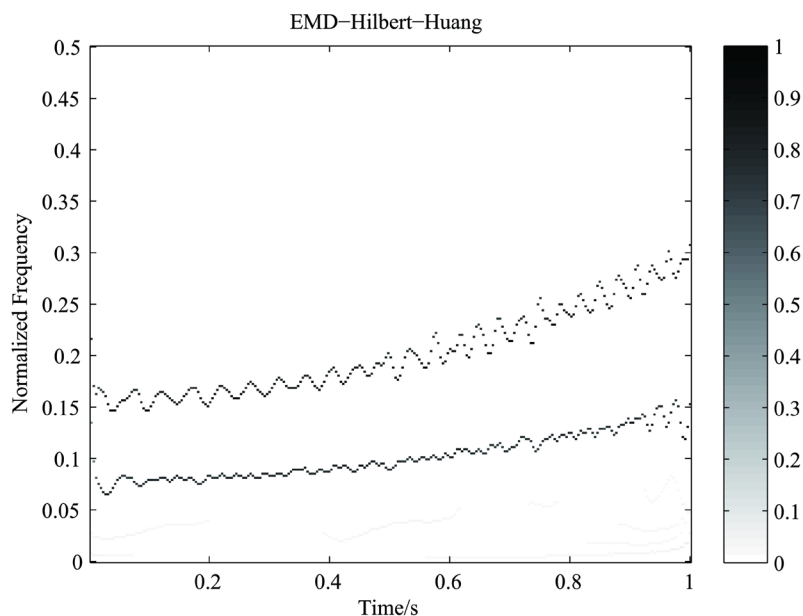


Figure 5. The EMD time-frequency distribution of the synthetic signal
图 5. 合成信号的 EMD 频谱

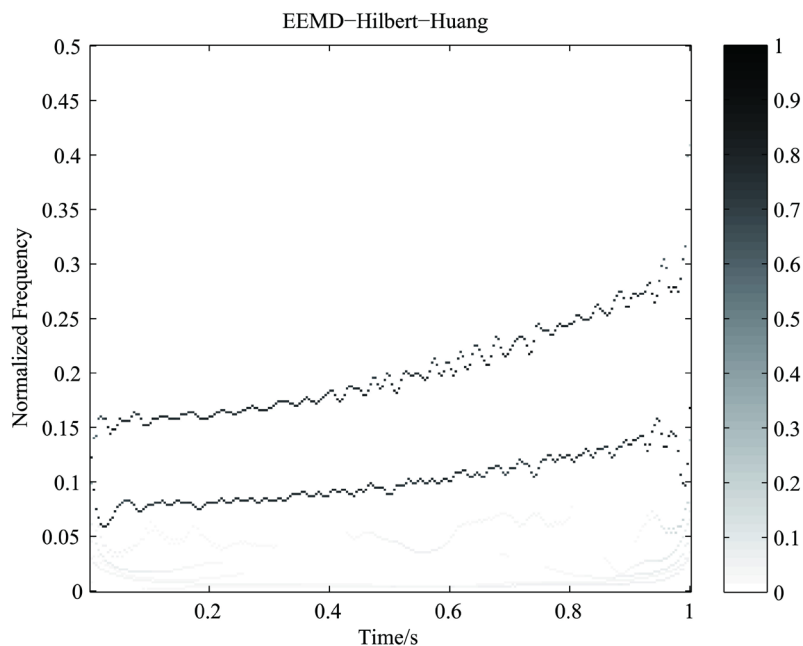


Figure 6. The EEMD time-frequency distribution of the synthetic signal
图 6. 合成信号的 EEMD 频谱

4.2. Synchrosqueezing 类时频分析方法

Daubechies 等人提出的 SSWT [15]是一种自适应性方法，该方法将信号分解为独立谐波分量之和形式： $s(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \times \cos(\theta_k(t)) + \eta(t)$ ，其中 $A_k(t), \theta_k(t)$ 分别为瞬时振幅、瞬时相位， $\eta(t)$ 为噪声[37]。SSWT 在 CWT 的基础上对频谱能量进行再分配，将其集中到瞬时频率上。这种方法可有效抑制拖尾性且可进行信号重构[38] [39]。它将 CWT 的时间尺度域 (a, τ) 映射到时间频率域 $(\omega_s(a, \tau), \tau)$ ，其瞬时频率为：

$\omega_s(a, \tau) = \frac{-i}{2\pi W_s(a, \tau)} \frac{\partial W_s(a, \tau)}{\partial \tau}$ 。离散 SSWT 表达式为:

$$T_s(\omega_l, \tau) = \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{a_k} W_s(a_k, \tau) a^{-3/2} \Delta a_k \quad (9)$$

其中, $\Delta a_k = a_{k-1} - a_k, \Delta\omega = \omega_l - \omega_{l-1}$, 并且 a_k 满足 $|\omega(a_k, \tau) - \omega_l| \leq \Delta\omega/2$ 。SSWT 沿着频率(尺度)轴对小波谱进行压缩, 使得频谱能量分布更集中。

Zhonglai Huang 等人提出的压缩 S 变换[40] (SSST)对 S 变换进行压缩, 使能量聚集在瞬时频率。瞬时频率为:

$$\tilde{f}(f, b) = f + [i2\pi ST_x(f, b)]^{-1} \times \frac{\partial ST_x(f, b)}{\partial b} \quad (10)$$

其中, $ST_x(f, b) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-\frac{(t-b)^2 f^2}{2}} e^{-i2\pi ft} dt$ 。由上式得到 SSST 公式如下:

$$SSST_x(\tilde{f}_l, b) = (\Delta\tilde{f})^{-1} \times \sum_{f_k: |\tilde{f}(f_k, b) - \tilde{f}_l| \leq \frac{\Delta\tilde{f}}{2}} |ST_x(f_k, b)| f_k \Delta f_k \quad (11)$$

这里 f_k 是计算 ST 时的离散频率值, $\Delta f_k = f_k - f_{k-1}, \Delta\tilde{f} = \tilde{f}_l - \tilde{f}_{l-1}$ 。SSST 与 SSWT 相比, 两种方法都能对信号进行重构且有较小误差。图 7 为合成信号的 SSWT 的频谱图, 从图中可以看出, 信号的能量集中在瞬时频率的“脊”线上, 具有较高的时频精度。

5. 自适应性参数时频分析方法

自适应性参数时频分析方法是基于原子字典库 $D = \{\Psi_r\}_{r \in D}$ 寻找信号的稀疏表示[41]-[46]。这种方法能消除交叉项干扰, 提高时频分辨率。

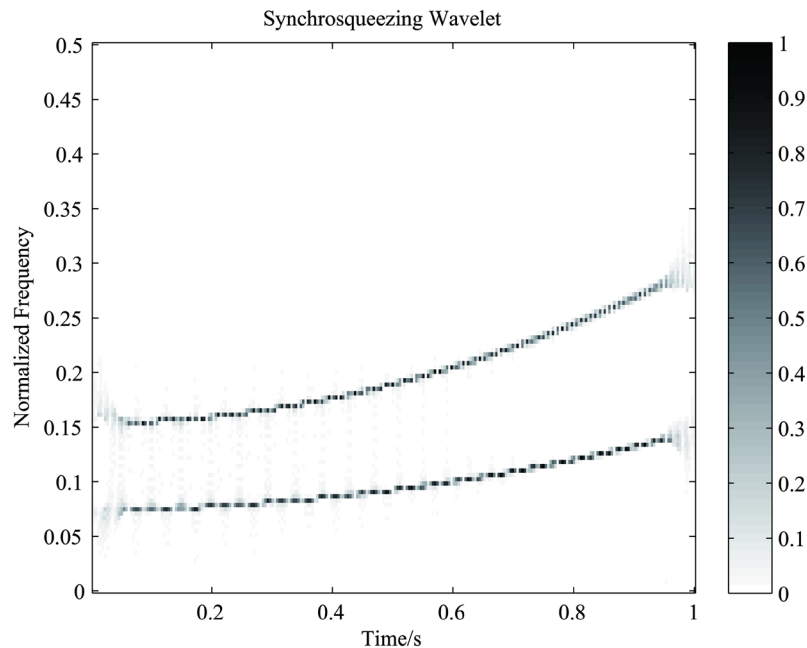


Figure 7. The SSWT time-frequency distribution of the synthetic signal
图 7. 合成信号的 SSWT 频谱

5.1. 匹配追踪算法(MP)

匹配追踪算法(MP)基于字典 $D = \{\Psi_r\}_{r \in D}$ 对信号 $s(t)$ 进行分解[21], 其原子形式为:

$$\Psi_r(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) e^{i\omega(t-\tau)}, \text{ 这里 } r = (a, \omega, \tau), \text{ 信号分解为如下形式:}$$

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \Psi_{r_n}(t) + R^{(n)}s \tag{12}$$

其中, N 为总迭代次数, a_n 为小波 $\Psi_{r_n}(t)$ 的振幅, $R^{(n)}s$ 为第 n 次迭代的残差, $R^0s = s$ 。由于寻找最优信号分解的问题是一个 NP 问题, MP 利用贪婪算法从字典中寻找信号的次优分解, 步骤如下:

1) 将信号 $s(t)$ 近似投影到向量 $\Psi_{r_0}(t) \in D$ 上: $s = \langle s, \Psi_{r_0} \rangle \Psi_{r_0} + R^1s$, 这里残差 R^1s 与原子 Ψ_{r_0} 是正交的, 且 Ψ_{r_0} 满足 $|\langle s, \Psi_{r_0} \rangle| = \sup_{r \in D} |\langle s, \Psi_r \rangle|$, $\|s\|^2 = |\langle s, \Psi_{r_0} \rangle|^2 + \|R^1s\|^2$, 使得 $\|R^1s\|$ 达到最小。

2) 进入步骤(1), 迭代至第 k 步, 在字典中筛选出与残差 $R^k s$ 有最大相关性的原子 $\Psi_{r_k} : |\langle R^k s, \Psi_{r_k} \rangle| = \sup_{r \in D} |\langle R^k s, \Psi_r \rangle|$, 残差 $R^{k+1}s \triangleq R^k s - \langle R^k s, \Psi_{r_k} \rangle \Psi_{r_k}$, 即: $\|R^{k+1}s\|^2 = \|R^k s\|^2 - |\langle R^k s, \Psi_{r_k} \rangle|^2$ 。

3) 当迭代至第 n 步, $s = \sum_{k=0}^{n-1} \langle R^k s, \Psi_{r_k} \rangle \Psi_{r_k} + R^n s$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \|R^n s\| = 0$ 时迭代结束, 因此可得到: $s = \sum_{n=0}^{+\infty} \langle R^n s, \Psi_{r_n} \rangle \Psi_{r_n}$, 能量函数为: $\|s\|^2 = \sum_{n=0}^{+\infty} |\langle R^n s, \Psi_{r_n} \rangle|^2$ 。

MP 提供的灵活算法自适应地从时频字典中选择出符合信号结构的字典原子, 再从这些原子的尺度、频率、时间相位中, 得到信号分量的一些明确特性。因此, MP 可以很好的应用在信号处理中。

图 8 为合成信号的 MP 的时频图:

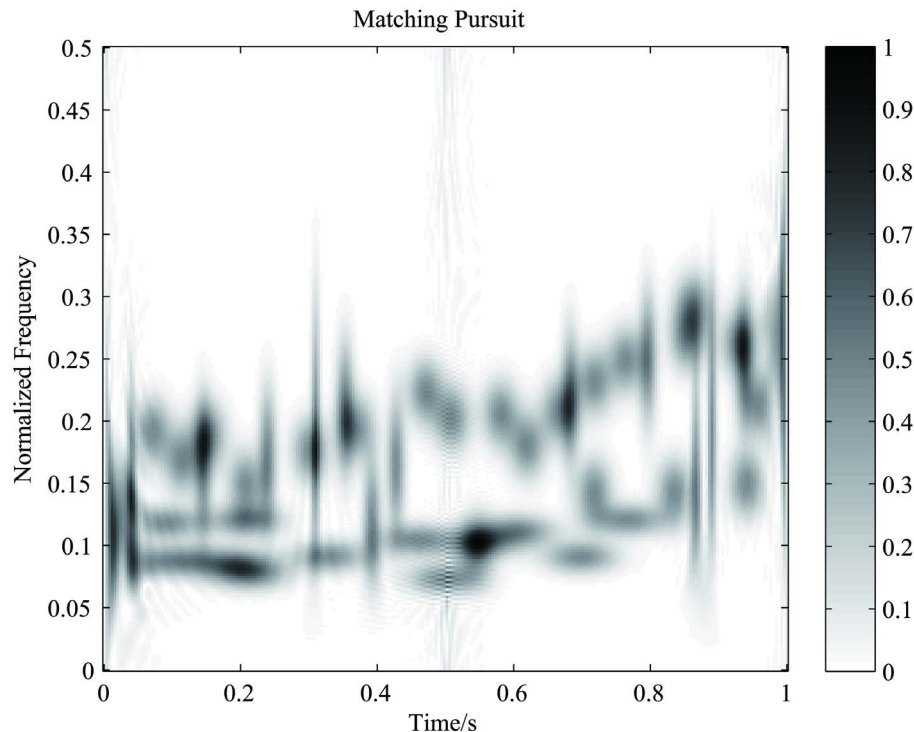


Figure 8. The MP time-frequency distribution of the synthetic signal

图 8. 合成信号的 MP 频谱

5.2. 基追踪算法(BP)

另一种自适应性参数时频分析方法是基追踪(BP), 它的主要原理与 MP 类似。信号表示为字典中原子的稀疏表示, 即 $s(t) = \sum_{n=1}^N \Psi(t,n) * a(t,n)$, 这里 N 表示原子数, $\Psi(t,n)$ 为小波原子, $a(t,n)$ 为相关系数。信号分解的矩阵表示为:

$$s = (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_N) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} + \eta = D\alpha + \eta \quad (13)$$

其中, Ψ_n 表示 $\Psi(t,n)$ 的卷积矩阵, D 为小波字典, η 为噪音。BP 从初始模型开始, 从字典中选择出合适的原子, 来替换原模型中的分量。通过解决以下两个问题得到了更好的稀疏表示: 1) 最小化 $\|\alpha\|_1$ 即 α 的 l_1 范数, 使得 $D\alpha = s$; 2) 最小化 $J = \frac{1}{2} \|s - D\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1$, 这里函数 J 的第一项是基于 l_2 范数的误差项, λ 为惩罚参数, 用来权衡误差项与非零系数之间的关系, 以便找到稀疏表示的最优解, 这是 BP 与 MP 最大的不同, 也是 BP 比 MP 更广泛应用的原因。

6. 结论

本文对时频分析方法进行了综述性介绍。主要方法有: 线性时频分析、二次时频分析、自适应性非参数时频分析和自适应性参数时频分析。近些年时频分析方法主要有压缩类时频分析, 如压缩小波变换, 压缩 S 变换等等。时频分析方法多种多样, 不能够武断的说一种方法具有绝对的优势。针对不同类型的信号, 需要选择合适的方法来进行分析。

参考文献 (References)

- [1] Tary, J.B., Herrera, R.H., et al. (2014) Spectral Estimation—What Is New? What Is Next? *Reviews of Geophysics*, **52**, 723-749. <https://doi.org/10.1002/2014RG000461>
- [2] Han, L., Sacchi, M.D., et al. (2014) Spectral Decomposition and De-Noising via Time-Frequency and Space-Wavenumber Reassignment. *Geophysical Prospecting*, **62**, 244-257. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12088>
- [3] Han, J. and Van der Baan, M. (2013) Empirical Mode Decomposition for Seismic Time-Frequency Analysis. *Geophysics*, **78**, O9-O19. <https://doi.org/10.1190/geo2012-0199.1>
- [4] Allen, J.B. (1977) Short Time Spectral Analysis, Synthesis, and Modification by Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **25**, 235-238. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1977.1162950>
- [5] Morlet, J., Arens, G., Fourgeau, E., et al. (1982) Wave Propagation and Sampling Theory—Part I: Complex Signal and Scattering in Multilayered Media. *Geophysics*, **47**, 203-221. <https://doi.org/10.1190/1.1441328>
- [6] Stockwell, R.G., Mansinha, L. and Lowe, R.P. (1996) Localization of the Complex Spectrum: The S Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **44**, 998-1001. <https://doi.org/10.1109/78.492555>
- [7] Wigner, E.P. (1932) On the Quantum Correction for Thermodynamic Equilibrium. *Physical Review*, **40**, 749-759. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.40.749>
- [8] Ville, J. (1948) Theorie et applications de la notion de signal analytique. *Calbes et Transmission*, **2A**, 61-74.
- [9] Andrieux, J.C., Feix, M.R., Mourgues, G., et al. (1987) Optimum Smoothing of the Wigner-Ville Distribution. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **35**, 764-769. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1987.1165204>
- [10] Choi, H.I. and Williams, W.J. (1989) Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **37**, 862-871. <https://doi.org/10.1109/ASSP.1989.28057>
- [11] Baraniuk, R.G. and Jones, D.L. (1993) Signal-Dependent Time-Frequency Analysis Using Radially Gaussian Kernel. *Signal Processing*, **32**, 263-284. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(93\)90001-Q](https://doi.org/10.1016/0165-1684(93)90001-Q)
- [12] Chen, S.S., Donoho, D.L. and Saunders, M.A. (2001) Atomic Decomposition by Basis Pursuit. *Siam Review*, **43**,

- 129-159. <https://doi.org/10.1137/S003614450037906X>
- [13] Auger, F., Hilaret, M., Guerrero, J.M., *et al.* (2013) Industrial Applications of the Kalman Filter: A Review. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **60**, 5458-5471. <https://doi.org/10.1109/TIE.2012.2236994>
- [14] Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R., *et al.* (1998) The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis. *The Royal Society*, **454**, 903-995. <https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0193>
- [15] Daubechies, I., Lu, J.F. and Wu, H.-T. (2011) Synchrosqueezed Wavelet Transforms: A Tool for Empirical Mode Decomposition. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **30**, 243-261. <https://doi.org/10.1016/j.acha.2010.08.002>
- [16] Daubechies, I. (1990) The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, **36**, 961-1005. <https://doi.org/10.1109/18.57199>
- [17] Cohen, L. (1995) Time-Frequency Analysis: Theory and Applications. Prentice Hall, Upper Saddle River.
- [18] Wu, Z. and Huang, N.E. (2009) Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Noise-Assisted Data Analysis Method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, **1**, 1-41. <https://doi.org/10.1142/S1793536909000047>
- [19] Torres, M.E., Colominas, M.A., *et al.* (2011) A Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Prague, 22-27 May 2011, Vol. 125, 4144-4147. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5947265>
- [20] Auger, F. and Flandrin, P. (2013) Time-Frequency Reassignment and Synchrosqueezing: An Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, **30**, 32-41. <https://doi.org/10.1109/MSP.2013.2265316>
- [21] Mallat, S.G. and Zhang, Z. (1993) Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **41**, 3397-3415. <https://doi.org/10.1109/78.258082>
- [22] Friedman, J.H. and Stuetzle, W. (1981) Projection Pursuit Regression. *Journal of the American Statistical Association*, **76**, 817-823. <https://doi.org/10.1080/01621459.1981.10477729>
- [23] Fildes, R. (1991) Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter: Bayesian Forecasting and Dynamic Models. *Journal of the Operational Research Society*, **42**, 1031-1033. <https://doi.org/10.1057/jors.1991.194>
- [24] Hlawatsch, F. and Boudreaux-Bartels, G.F. (1992) Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations. *IEEE Signal Processing Magazine*, **9**, 21-67. <https://doi.org/10.1109/79.127284>
- [25] Claasen, T.A.C.M. and Mecklenbrauker, W. (1980) The Wigner Distribution—A Tool for Time-Frequency Signal Analysis. Part I: Continuous Time Signals. *Philips Journal of Research*, **35**, 217-250.
- [26] Claasen, T.A.C.M. and Mecklenbrauker, W. (1980) The Wigner Distribution—A Tool for Time-Frequency Signal Analysis. Part II: Discrete Time Signals. *Philips Journal of Research*, **35**, 276-250.
- [27] Claasen, T.A.C.M. and Mecklenbrauker, W. (1980) The Wigner Distribution—A Tool for Time-Frequency Signal Analysis. Part II: Relations with Other Time-Frequency Signal Transformations. *Journal of Research*, **35**, 372-389.
- [28] Cohen, L. (1989) Time-Frequency Distributions a Reviews. *Proceedings of the IEEE*, **77**, 941-981. <https://doi.org/10.1109/5.30749>
- [29] Flandrin, P. and Goncalves, P. (1996) Geometry of Affine Time-Frequency Distributions. *Applied & Computational Harmonic Analysis*, **3**, 10-39. <https://doi.org/10.1006/acha.1996.0002>
- [30] Jones, D.L. and Baraniuk, R.G. (1995) An Adaptive Optimal-Kernel Time-Frequency Representation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **43**, 2361-2371. <https://doi.org/10.1109/78.469854>
- [31] Auger, F. and Flandrin, P. (1995) Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **43**, 1068-1089. <https://doi.org/10.1109/78.382394>
- [32] Jokanovic, B. and Amin, M. (2015) Reduced Interference Sparse Time-Frequency Distributions for Compressed Observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **63**, 6698-6709. <https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2477056>
- [33] 郑近德, 潘海洋, 程军圣. 非平稳信号分析的广义解析模态分解方法[J]. 电子学报, 2016, 44(6): 1458-1464.
- [34] 行鸿彦, 朱清清. 基于集成经验模态分解的海杂波去噪[J]. 电子学报, 2016, 44(1): 1-7.
- [35] 胡爱军, 孙敬敬, 向玲. 经验模态分解中的模态混叠问题[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(4): 429-434.
- [36] 邓小军, 曹源, 张玉琢, 等. 改进希尔伯特-黄变换分析波磨对列车时频特征的影响[J]. 电子学报, 2016, 44(10): 2294-2299.
- [37] Herrera, R.H., Han, J. and van der Baan, M. (2014) Applications of the Synchrosqueezing Transform in Seismic Time-Frequency Analysis. *Geophysics*, **79**, V55-V64. <https://doi.org/10.1190/geo2013-0204.1>
- [38] Li, C. and Liang, M. (2012) A Generalized Synchrosqueezing Transform for Enhancing Signal Time-Frequency Representation. *Signal Processing*, **92**, 2264-2274. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.02.019>
- [39] Daubechies, I. (1996) A Nonlinear Squeezing of the Continuous Wavelet Transform Based on Auditory Nerve Models.

- In: Aldroubi, A. and Unser, M., Eds., *Wavelets in Medicine & Biology*, CRC Press, Boca Raton, 527-546.
- [40] Huang, Z., Zhang, J., Zhao, T., *et al.* (2016) Synchrosqueezing S-Transform and Its Application in Seismic Spectral Decomposition. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **54**, 817-825.
<https://doi.org/10.1109/TGRS.2015.2466660>
- [41] 芮国胜, 王林, 田文飏. 一种基于基追踪压缩感知信号重构的改进算法[J]. 电子测量技术, 2010, 33(4): 38-41.
- [42] Rioul, O. and Vetterli, M. (1991) Wavelets and Signal Processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, **8**, 14-38.
<https://doi.org/10.1109/79.91217>
- [43] Feng, Z., Liang, M. and Chu, F. (2013) Recent Advances in Time-Frequency Analysis Methods for Machinery Fault Diagnosis: A Review with Application Examples. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **38**, 165-205.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.01.017>
- [44] Tropp, J.A. and Wright, S.J. (2009) Computational Methods for Sparse Solution of Linear Inverse Problems. *Proceedings of the IEEE*, **98**, 948-958. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2010.2044010>
- [45] Figueiredo, M.A.T., Nowak, R.D. and Wright, S.J. (2007) Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, **1**, 586-597.
<https://doi.org/10.1109/JSTSP.2007.910281>
- [46] Bergeaud, F. and Mallat, S. (1998) Matching Pursuit of Images. *Wavelet Analysis and Its Applications*, **7**, 285-300.
[https://doi.org/10.1016/S1874-608X\(98\)80011-3](https://doi.org/10.1016/S1874-608X(98)80011-3)

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2325-6753, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: jisp@hanspub.org