

[引著格式] 俞欢, 王世璐, 吴方之, 等. 页岩储层多缝应力干扰下裂缝起裂角计算新模型 [J]. 石油天然气学报 (江汉石油学院学报), 2015, 37 (7+8): 30~35.

页岩储层多缝应力干扰下裂缝起裂角计算新模型

俞欢 (长江大学石油工程学院, 湖北 武汉 430100)

王世璐 (西北大学地质学系, 陕西 西安 710069)

吴方之, 俞启维, 黄榆杰 (长江大学石油工程学院, 湖北 武汉 430100)

[摘要] 页岩储层具有低孔、低渗的物性特征。对页岩储层进行增产改造形成复杂裂缝网络是高效开采页岩气的有效手段, 但改造过程中多裂缝同时扩展时产生的干扰应力会对裂缝走向产生影响。考虑远场地应力、多缝扩展应力干扰条件下, 结合不同起裂理论, 建立了水力裂缝被天然裂缝捕获后在天然裂缝端部重新起裂时起裂角计算模型。分析得到, 考虑多缝应力干扰条件下, 水力裂缝和天然裂缝长度对该情况下的起裂角影响较小, 但随着裂缝间距的增大, 干扰应力减小, 起裂角先增大后减小; 且在高逼近角条件下, 由于多缝干扰应力的影响, 随缝内净压力增大, 裂缝起裂角变化不大。而在低逼近角条件下, 起裂角随净压力变化, 净压力越大, 起裂角越小。

[关键词] 页岩气; 位移不连续法; 应力干扰; 应力强度因子; 起裂角

[中图分类号] TE319 [文献标志码] A [文章编号] 1000-9752 (2015) 07+08-0030-06

现阶段主要通过缝网压裂技术使得水力裂缝与天然裂缝相互交错形成复杂裂缝网络来改造页岩储层, 从而达到提高页岩气开发效果的目的^[1~4]。前人^[5~7]通过大量室内试验证明水力裂缝与天然裂缝相遇时可能发生 3 种情形, 即: 直接穿过天然裂缝、穿过天然裂缝后发生转向或被天然裂缝捕获但于天然裂缝端部重新起裂延伸, 且实验同时验证了水平地应力差、逼近角以及岩石胶结强度等是影响水力裂缝与天然裂缝交错延伸的重要因素。与此同时, 国内外学者对页岩储层中水力裂缝起裂及延伸理论进行研究后提出了相应的力学准则, 主要有 Palaniswamy 等^[8]提出的能量释放速率准则、Erdogan 等^[9]提出的最大周向应力准则、Sih 等^[10]提出的应变能密度因子理论。Gu^[11]基于 Renshaw 的弹塑性力学理论, 分析了水力裂缝在非正交条件下逼近天然裂缝时水力裂缝转向的影响因素; 程远方等^[12]应用最大张应力准则建立了水力裂缝被捕获后在天然裂缝端部重新起裂的数学模型; 邵尚奇等^[13]结合断裂力学和应变能密度因子理论建立了水力裂缝起裂角解析模型。但以上模型都是基于单条水力裂缝扩展时的情形, 页岩储层增产改造过程中裂缝的起裂与延伸时还受到其余裂缝干扰应力的影响^[14,15]。Olson 通过添加修正因子将 Crouch 提出的位移不连续方法扩展到求解三维裂缝周围干扰应力的分布^[16,17], 使其更符合实际情况。笔者考虑多缝同时扩展且水力裂缝被天然裂缝捕获的条件下, 建立由于压裂液的进入将天然裂缝开启并在天然裂缝尖端重新起裂时起裂角的计算模型并进行影响因素分析。

1 应力干扰模型的建立与求解

1.1 应力干扰模型的建立

水平井分段多簇压裂过程如图 1 所示, 以页岩储层水平主应力方向为坐标轴建立平面坐标系, 且水平井筒方向沿最小水平主应力方向, 并做如下假设: ①压裂缝垂直井筒方向延伸, 平行于最大水平主应力方向 σ_H , 人工裂缝相互平行, 人工裂缝和天然裂缝均为垂直缝; ②忽略井筒压力损失, 分段多簇压

[收稿日期] 2015-03-20

[作者简介] 俞欢 (1989-), 男, 硕士生, 主要从事油气田开发方面的研究, 1115944200@qq.com。

裂每段缝条数为 N ，各条人工裂缝中心位置处流体净压力为 p_i ；③人工裂缝周围存在一条天然裂缝，且只有一条水力裂缝以 θ 角逼近天然裂缝。

页岩储层压裂施工过程中，裂缝扩展主要受远场水平地应力、裂缝尖端塑性区的集中应力及周边裂缝形成的干扰应力的影响。于是天然裂缝尖端总应力就是远场地应力、天然裂缝尖端应力、天然裂缝内压以及缝间干扰应力的线性叠加。

施工过程中压开的人工裂缝在张

开时会在裂缝的 2 个表面之间发生相互错动，这种错动称为位移不连续，错动的大小称为位移不连续量，张开的裂缝会在其壁面上产生载荷以平衡张开的岩块，同时产生诱导应力场。假定分段多簇压裂每段分布 N 条水力裂缝，裂缝长度分别为 L_1, L_2, \dots, L_N 。若每条人工裂缝离散成 m 个边界单元，且第 i 条裂缝的第 j 个边界单元的位移不连续量记为 $D_n^{i,j}$ 和 $D_s^{i,j}$ 。

根据 Olson 方法，考虑裂缝有限高度条件，第 i 条裂缝的第 j 个边界单元的位移不连续量 $D_n^{i,j}$ 和 $D_s^{i,j}$ 在地层中任一点 (x, y) 处产生的诱导应力为：

$$\begin{cases} \sigma_n(x, y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{xx} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{xy} D_s^{i,j} \\ \sigma_s(x, y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{yx} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{yy} D_s^{i,j} \\ \tau(x, y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{xr} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{sr} D_s^{i,j} \end{cases} \quad (k = N) \quad (1)$$

式中： $\sigma_n(x, y)$ 、 $\sigma_s(x, y)$ 和 $\tau(x, y)$ 分别为第 i 条裂缝的第 j 个边界单元的位移不连续量 $D_n^{i,j}$ 和 $D_s^{i,j}$ 在地层中任一点 (x, y) 处产生的诱导应力沿 X 、 Y 轴方向的正应力和切应力分量，MPa。

A_{xx} 、 A_{xy} 、 A_{yx} 、 A_{yy} 以及 A_{sr} 、 A_{sy} 的表达式为：

$$\begin{cases} A_{xx} = 2G[2f_{xy} + \bar{y}f_{xyy}] & A_{xy} = 2G[-f_{xx} + \bar{y}f_{yy}] \\ A_{yx} = 2G[-\bar{y}f_{xyy}] & A_{yy} = 2G[f_{yy} - \bar{y}f_{yyy}] \\ A_{sr} = 2G[f_{yy} + \bar{y}f_{yyy}] & A_{sy} = 2G[-\bar{y}f_{xyy}] \end{cases} \quad (2)$$

式中： f_{xy} 、 f_{xx} 、 f_{xyy} 、 f_{yyy} 等是函数 $f(x, y)$ 对 x 、 y 的二阶和三阶偏导数； G 为剪切模量，MPa。

$f(x, y)$ 的表达式为：

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[y \left(\arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right) - (x-a) \ln \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + (x+a) \ln \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \right] \quad (3)$$

式中： a 为裂缝离散边界单元的半长，m。

1.2 应力干扰模型的求解

裂缝内部受到压裂液压力的作用，分段多簇压裂时每一段内部多簇裂缝间隔距离小，裂缝之间应力干扰均要考虑。高排量压裂下，忽略缝内压力降，则任意单元边界条件为：

$$\begin{cases} \tau_s^{i,j} = 0 \\ \sigma_n^{i,j} = -p_N^{i,j} \end{cases} \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

当将地层中任一点 (x, y) 取在裂缝离散边界单元的中点时，结合式 (1) ~ (3)，可以形成 $N \times m$ 阶封闭的闭合线性方程组。再结合边界条件式 (4) 从而求解出所有离散边界元的不连续位移 $D_n^{i,j}$ 和 $D_s^{i,j}$ ；最后根据求得的位移不连续量求出地层任意位置的应力。

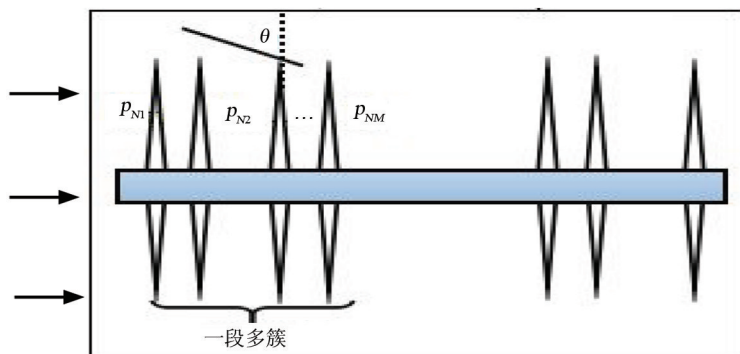


图 1 页岩储层缝网压裂示意图

结合式 (1), 则由于裂缝离散边界单元不连续位移量在地层任一点 (x, y) 处沿 X 、 Y 轴方向的应力分量分别为:

$$\begin{cases} \sigma_{\text{inter},x}(x,y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{xx} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{xy} D_s^{i,j} \\ \sigma_{\text{inter},y}(x,y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{yx} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{yy} D_s^{i,j} \\ \tau_{\text{inter},xy}(x,y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{sx} D_n^{i,j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m A_{sy} D_s^{i,j} \end{cases} \quad (k = N) \quad (5)$$

式中: $\sigma_{\text{inter},x}(x, y)$ 、 $\sigma_{\text{inter},y}(x, y)$ 和 $\tau_{\text{inter},xy}(x, y)$ 分别为由于裂缝离散边界单元不连续位移量在地层任一点 (x, y) 处沿 X 、 Y 轴方向的正应力和切应力, MPa。

可以发现以水平主应力 (σ_H, σ_h) 方向建立坐标轴时, 缝间干扰应力与其同向。因此, 干扰应力可以将地应力整合到地应力中, 即地层中任一点的综合地应力为:

$$\begin{cases} \sigma'_H = \sigma_H - \sigma_{\text{inter},x}(x,y) \\ \sigma'_h = \sigma_h - \sigma_{\text{inter},y}(x,y) \\ \tau_{xy} = \tau_{\text{inter},xy}(x,y) \end{cases} \quad (6)$$

式中: σ'_H 、 σ'_h 和 τ_{xy} 分别为地层中任一点的综合地应力沿 X 、 Y 轴方向的最大、最小正应力和切应力分量, MPa。

2 天然裂缝尖端起裂角计算模型

2.1 天然裂缝应力分析

现取天然裂缝受力单元进行分析。图 2 所示天然裂缝压剪受力, (σ'_H, σ'_h) 为综合地应力, p_f 为天然裂缝内净压力, 天然裂缝与最大水平主应力夹角为 θ , 沿天然裂缝裂缝尖端起裂角为 α , 天然裂缝半长为 b 。

由于天然裂缝表面同时受到压应力和剪应力, 天然裂缝可以同时发生张性破坏和滑移破坏, 则该裂缝破坏问题可以简化为 I-II 型复合裂缝受压剪作用下的脆性断裂问题。

根据断裂力学相关理论, 裂缝尖端的 I-II 型应力强度因子分别为:

$$\begin{cases} K_I = \sigma \sqrt{\pi b} \\ K_{II} = \tau \sqrt{\pi b} \end{cases} \quad (7)$$

式中: K_I 和 K_{II} 分别为 I 型和 II 型应力强度因子, $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$; σ 、 τ 分别为作用在天然裂缝面上的切应力和剪应力, MPa;

由二维线弹性理论得到作用在天然裂缝面上的正应力和剪应力为:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = -\frac{\sigma'_H + \sigma'_h}{2} + \frac{\sigma'_H - \sigma'_h}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta + p_f \\ \tau_\theta = \frac{\sigma'_H - \sigma'_h}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \end{cases} \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (7), 即可得到天然裂缝尖端的 I-II 型应力强度因子。

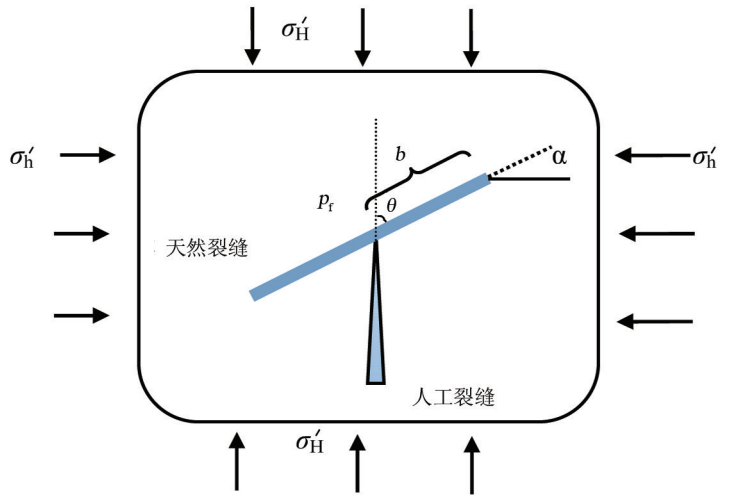


图 2 天然裂缝受力单元示意图

2.2 起裂角模型

目前，主要运用断裂力学最大张应力理论和应变能密度因子理论进行水力裂缝在天然裂缝尖端起裂时起裂角计算。笔者考虑应力干扰影响，分别运用最大周向应力理论和应变能密度因子理论进行起裂角模型建立。

结合应力强度理论，天然裂缝端部应力分量为：

$$\begin{cases} \sigma_{tip,x} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\alpha}{2} \left(2 + \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right) \\ \sigma_{tip,y} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \\ \tau_{tip,xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) \end{cases} \quad (9)$$

式中： $\sigma_{tip,x}$ 、 $\sigma_{tip,y}$ 和 $\tau_{tip,xy}$ 分别为天然裂缝端部应力在直角坐标下沿 X、Y 轴方向的正应力和切应力分量，MPa； α 为直角坐标下为极坐标下任意一点与裂缝长轴的顺时针夹角，(°)。

I-II 型符合裂缝受压剪作用，天然裂缝尖端的周向应力在极坐标中可以表示为：

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} \cos \frac{\alpha}{2} \times [K_I (1 + \cos\alpha) - 3K_{II} \sin\alpha] \quad (10)$$

裂缝再次起裂沿着最大周向应力方向，则裂缝尖端周向应力取极限为：

$$\frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} = \frac{-3}{4\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\alpha}{2} [K_I \sin\alpha + K_{II} (3\cos\alpha - 1)] = 0 \quad (11)$$

进一步，根据实际意义，得到起裂角 α_1 以下关系式为：

$$K_I \sin\alpha_1 + K_{II} (3\cos\alpha_1 - 1) = 0 \quad (12)$$

结合应变能密度因子理论，G. C. Sih 给出了裂尖附近的应变能密度 S 为：

$$\begin{aligned} S = & \frac{1}{16\pi\mu} (1 + \cos\alpha) \left(\frac{3-\nu}{1+\nu} - \cos\alpha \right) K_I^2 + \frac{1}{8\pi\mu} \sin\alpha \left(2\cos\alpha + 1 - \frac{3-\nu}{1+\nu} \right) K_I K_{II} \\ & + \frac{1}{16\pi\mu} \left[\left(\frac{3-\nu}{1+\nu} + 1 \right) (1 - \cos\alpha) + (1 + \cos\alpha) (3\cos\alpha - 1) \right] K_{II}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

裂缝再次起裂沿着最小应变能密度方向，则裂缝尖端周向应力取极限，得到其起裂角 α_2 满足以下关系式：

$$\frac{1}{2} K_I^2 (3\sin\alpha_2 \cos\alpha_2 - \sin\alpha_2) + K_I K_{II} (3\cos 2\alpha_2 - \cos\alpha_2) + \frac{1}{4} K_{II}^2 (-9\sin 2\alpha_2 + 2\sin\alpha_2) = 0 \quad (14)$$

通过求解式 (12) 和式 (14)，可以得到不同破裂理论以及不同逼近角下的裂缝起裂角。

3 起裂角影响因素分析

综合以上各式，给出了页岩气缝网压裂时考虑裂缝应力干扰条件下水力裂缝被捕获后在天然裂缝端部重新起裂时起裂角计算模型。下面对各种相关影响因素进行分析，基础数据见表 1。

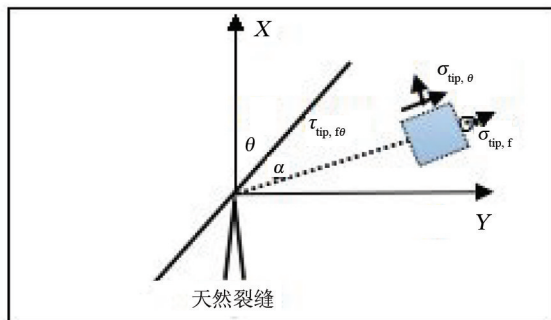


图 3 裂缝尖端受力示意图

表 1 模型分析基础数据

最大水平主应力 /MPa	最小水平主应力 /MPa	泊松比	弹性模量 /MPa	天然裂缝半长 /m
40	25	0.25	25000	10

图4分析人工裂缝长度对压裂缝二次起裂角的影响。取裂缝长度 $L_f=40, 60, 80, 100, 120\text{m}$ 。随着压裂缝长度的增大,低逼近角条件,压裂缝起裂角减小,而随着逼近角增大,起裂角基本不随压裂缝长度发生变化。说明尽管裂缝尖端的诱导应力随着缝长的增加而增加,但在高逼近角条件下再次起裂时起裂角近似相等。

图5分析了人工裂缝间距对压裂缝起裂角的影响。取裂缝间距 $L=10, 20, 30, 40, 50\text{m}$ 。随着压裂缝间距的增大,裂缝之间的干扰应力影响减弱,压裂缝尖端的诱导应力减小,压裂缝起裂角先增加后减小,若要形成复杂裂缝网络结构,存在一个最佳的人工裂缝间距。因此,分段多簇压裂时每段射孔密度越大,裂缝间距越小,但并非裂缝间距越小,越利于形成网状裂缝结构。

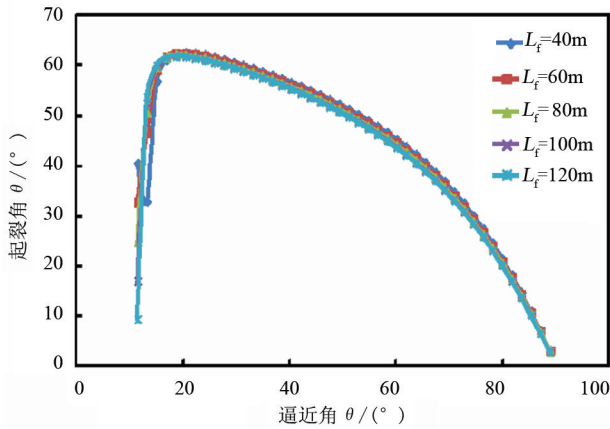


图4 水力裂缝长度对起裂角影响

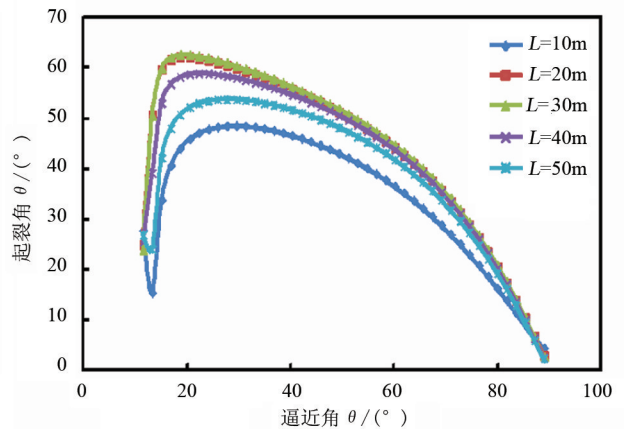


图5 水力裂缝间距对起裂角影响

图6和图7分析了天然裂缝相对位置以及天然裂缝长度对压裂缝二次起裂角的影响。分析图6,分别计算与边裂缝相交的天然裂缝左右两端,以及与中间裂缝相交天然裂缝左右两端的起裂角。可以得到,同一条天然裂缝两端的起裂角相同,中间天然裂缝的起裂角较边裂缝大。分析图7,压裂缝二次起裂角在高逼近角条件下受天然裂缝长度的影响很小,在低逼近角条件下,天然裂缝长度越小,压裂液压力损失越小,起裂角越大。

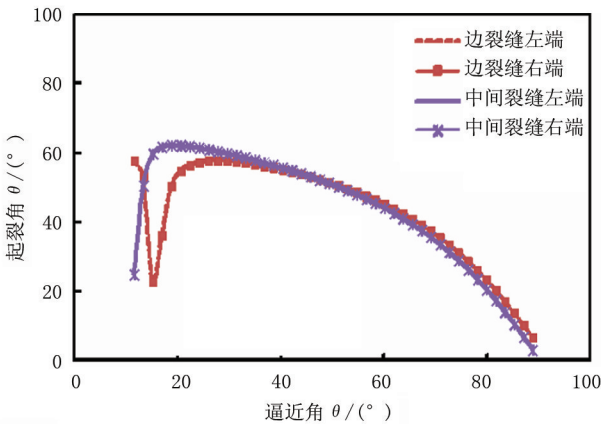


图6 天然裂缝相对位置对起裂角影响

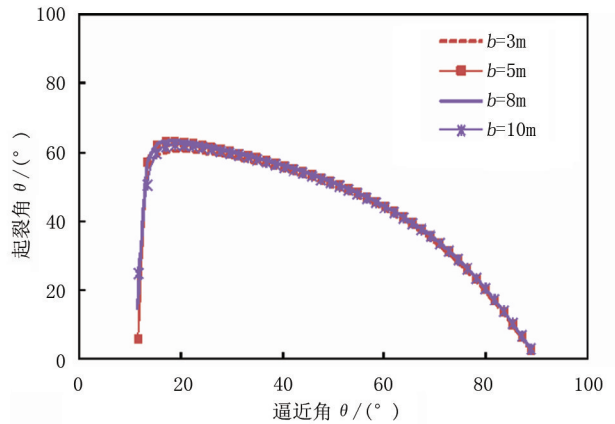


图7 天然裂缝长度对起裂角影响

图8分析了单缝合多缝干扰条件,压裂缝净压力对压裂缝二次起裂角的影响。取净压力 $p_N=2, 4, 6, 8\text{MPa}$ 。可以发现,在单缝条件下,随着缝内静压力的增加,裂缝压裂缝起裂角增大;多缝条件下裂缝之间相互干扰,在天然裂缝表面形成压应力,导致缝内压力对起裂角影响减小。同时,两种情况下,低逼近角条件下,压裂净压力对逼近角影响显著,且缝内净压力增加,裂缝压裂缝起裂角越大。

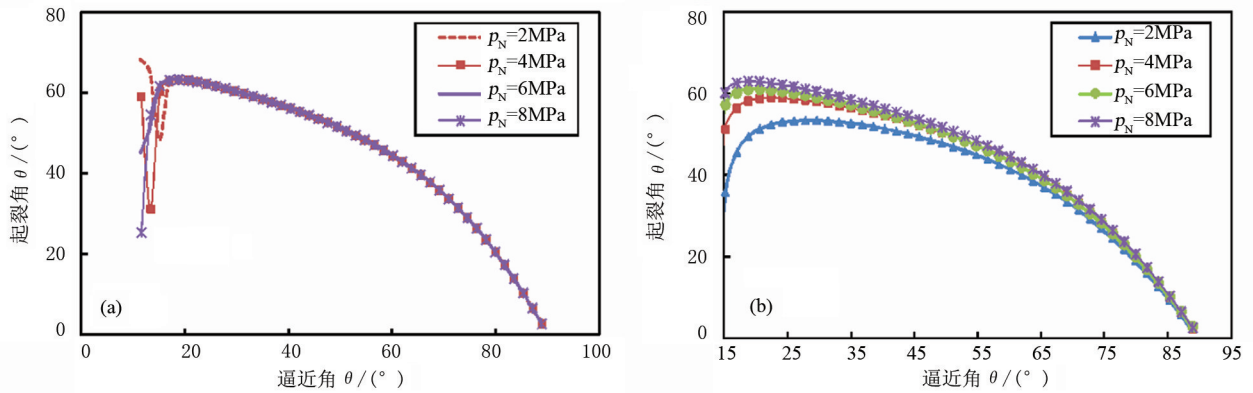


图 8 净压力对起裂角影响

4 结论

1) 分别基于最大周向应力准则和最小应力能密度准则，建立了考虑远场地应力，以及多缝扩展应力干扰下水力裂缝被天然裂缝捕获后在端部重新起裂时起裂角的数学模型。

2) 通过单缝/多缝、最大周向应力准则/最小应力能密度，通过 4 种组合计算模型对比，考虑多缝扩展应力干扰影响，压裂缝沿天然裂缝转向后再起裂的起裂角减小，不同应力准则，起裂角差距不大，考虑缝间干扰，在低逼近角条件下，起裂角随其变化敏感，而在高逼近角条件下，起裂角基本相同。

3) 裂缝长度、裂缝间距、天然裂缝相对位置、缝内净压力等参数影响压裂缝二次起裂角大小。分析得到，水力裂缝和天然裂缝长度对压裂缝二次起裂角影响较小，随裂缝间距的增大，裂缝干扰减小，起裂角先增大后减小；与单缝扩展行为不同，在高逼近角条件下，多缝扩展时，由于多缝干扰应力的影响，随缝内净压力增大，裂缝起裂角变化不大。在低逼近角条件下，起裂角随净压力变化，净压力越大，起裂角越小。

[参考文献]

- [1] 贾承造, 郑民, 张永峰. 中国非常规油气资源与勘探开发前景 [J]. 石油勘探与开发, 2012, 39 (2): 129~136.
- [2] 赵靖周. 非常规油气有关概念、分类及资源潜力 [J]. 天然气地球科学, 2012, 23 (3): 393~406.
- [3] 吴奇, 胥云, 王晓泉, 等. 非常规油气藏体积改造技术: 内涵、优化设计与实现 [J]. 石油勘探与开发, 2012, 39 (3): 352~358.
- [4] 赵金洲, 李勇明, 王松, 等. 天然裂缝影响下的复杂压裂裂缝网络模拟 [J]. 天然气工业, 2014, 34 (1): 68~73.
- [5] 张旭, 蒋廷学, 贾长贵, 等. 页岩气储层水力压裂物理模拟试验研究 [J]. 石油钻探技术, 2013, 41 (2): 70~74.
- [6] Daneshy A A. Hydraulic fracture propagation in the presence of planes of weakness [J]. SPE 4852, 1974.
- [7] Blanton T L. An experimental study of interaction between hydraulically induced and pre-existing fractures [J]. SPE10847, 1982.
- [8] Palaniswamy K, Knauss W G. On the problem of crack extension in brittle solids under general loading [J]. Mechanics Today, 1978, 4 (30): 87~148.
- [9] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear [J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85 (4): 519~525.
- [10] Sih G C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5 (2): 365~377.
- [11] Gu H, Weng X.. Criterion for fractures crossing frictional interfaces at nonorthogonal angles [A]. 44th US Rock Mechanics Symposium and 5th US - Canada Rock Mechanics Symposium [C]. Salt Lake City, Utah, US, 2010-06-27~30.
- [12] 程远方, 常鑫, 孙元伟, 等. 基于断裂力学的页岩储层缝网延伸形态研究 [J]. 天然气地球科学, 2014, 25 (4): 603~611.
- [13] 邵尚奇, 田守增, 李根生, 等. 泥质页岩地层水力裂缝延伸方位研究 [J]. 石油钻探技术, 2014, 42 (3): 28~31.
- [14] 曾凡辉, 郭建春, 刘恒, 等. 致密砂岩气藏水平井分段压裂优化设计与应用 [J]. 石油学报, 2013, 34 (5): 959~968.
- [15] 陈作, 薛承瑾, 蒋廷学, 等. 页岩气井体积压裂技术在我国的应用建议 [J]. 天然气工业, 2010, 30 (10): 30~32.
- [16] Crouch S L, Starfield A M. Boundary element methods in solid mechanics [M]. London: George Allen & Unwin, Ltd, 1983.
- [17] Olson J E, Arash D T. Modeling simultaneous growth of multiple hydraulic fractures and their interaction with natural fractures [J]. SPE119739, 2009.
- [18] 程万, 金衍, 陈勉, 等. 三维空间中水力裂缝穿透天然裂缝的判别准则 [J]. 石油勘探与开发, 2014, 41 (3): 336~340.