

# Application of Radius-Determined Least Squares Circle Fitting Method in Cable Winding Monitoring

Wei Fan, Chao Cheng, Jingyi Zhang

College of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu  
Email: 597653466@qq.com, 1715017432@qq.com, 1799201551@qq.com

Received: Sep. 4<sup>th</sup>, 2019; accepted: Sep. 19<sup>th</sup>, 2019; published: Sep. 26<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

Aiming at the problem of using only the least square method in the monitoring of the cable winding state and using insufficient cable specification information, an improved circle fitting method is designed: the least squares fitting method for radius determination. The effects of sensor angular resolution, cable diameter, cable outer surface material and other factors on the fitting accuracy of cable relative position were studied experimentally. The experimental results show that the main factor affecting the fitting accuracy is the accuracy of the measured data. For the cable with common black rubber appearance, when the random measurement error of the sensor is less than 7 mm, the algorithm can ensure that the fitting error of the relative position of the cable is less than 1.5 mm.

## Keywords

Cable Status Detection, Radius Determination, Least Squares Method, Fitting Accuracy, Black Rubber

---

# 半径确定的最小二乘圆拟合法在电缆卷绕监测中的应用

范巍, 程超, 张静怡

南京理工大学, 自动化学院, 江苏 南京  
Email: 597653466@qq.com, 1715017432@qq.com, 1799201551@qq.com

收稿日期: 2019年9月4日; 录用日期: 2019年9月19日; 发布日期: 2019年9月26日

## 摘要

针对在电缆卷绕状态的监测中仅使用最小二乘法,而对电缆规格信息利用不充分的问题,设计了一种改进的圆拟合法:半径确定的最小二乘圆拟合法,并以实验的方式研究了传感器角度分辨率、电缆直径、电缆外表面材料等诸多因素对电缆相对位置拟合精度的影响。实验结果表明:影响拟合精度的主要因素为测量数据的精度,而对于常见黑色橡胶外表面的电缆,当传感器的随机测量误差小于7 mm时,本算法可以保证电缆相对位置的拟合误差小于1.5 mm。

## 关键词

电缆状态检测, 半径确定, 最小二乘法, 拟合精度, 黑色橡胶

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

将电缆整齐卷绕于电缆卷筒上是现代电缆生产中的重要步骤,电缆卷绕是否整齐直接影响了电缆生产的合格率。目前,国内外对于如何保证电缆卷绕整齐度已经有了诸多的控制方式[1] [2] [3],但是却一直缺乏安全高效兼顾的电缆卷绕监测方案。其中文献[4]提出了一种车载射线检测方案,但整套系统安全性低且成本高;文献[5]提出了一种基于半径约束的最小二乘圆拟合法的监测方案,但没有充分利用电缆规格已知的特性。

因此,本文提出一种改进的圆拟合法:半径确定的最小二乘圆拟合法,用于电缆卷绕状态的监测。由于文献[5]已经对电缆卷绕状态监测的算法设计进行了详细阐述,本文不再赘述。而是以实验的方式对各种影响电缆拟合精度的因素进行研究,并对用于黑色橡胶电缆测量的传感器提出相关要求。

## 2. 数学原理

### 2.1. 一般的最小二乘圆拟合法

最小二乘圆拟合法[6] [7] [8] [9],即是利用最小二乘法的基本原理,对圆进行拟合,其基本原理如下:圆方程的一般形式可表示为:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r_0^2 \quad (1)$$

因而可以构造如下目标优化函数:

$$F(x_0, y_0, r_0) = \sum_{i=1}^N [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 - r_0^2]^2 \quad (2)$$

式中:  $(x_i, y_i)$  为圆弧上的扫描点,  $(x_0, y_0, r_0)$  为使  $F(x_0, y_0, r_0)$  最小时的最优解,也即拟合的圆心与半径,  $N$  为参与拟合的特征点个数。对式(2)求偏导,然后利用牛顿-拉夫逊法即可以很容易得到圆心坐标和圆的半径  $(x_0, y_0, r_0)$ 。

## 2.2. 半径确定的最小二乘圆拟合法

当电缆被生产加工后,其规格已经确定,因此认为拟合过程中圆半径已知,可将  $r_0 = R_0$  代入目标优化函数  $F$ , 得新的目标优化函数:

$$G(x_0, y_0) = \sum_{i=1}^N \left[ (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 - R_0^2 \right]^2 \quad (3)$$

对式(3)求偏导,利用牛顿-拉夫逊法,给予合适的迭代初始点,即可解出使目标优化函数  $G$ , 达到最小值时的未知参数  $(x_0, y_0)$  的值。

其中,选取直径  $d = 50 \text{ mm}$  的管材进行测试,比较两种拟合方法的效果,结果如图 1 所示。

图 1 表明,当参与拟合的特征点个数相同时,最小二乘法拟合出的圆的直径偏小,而半径确定的最小二乘法拟合出的圆不存在这样问题。因此在对电缆相对位置的分析中,使用半径确定的最小二乘圆拟合法获得的数据进行判断,更加可靠、准确。

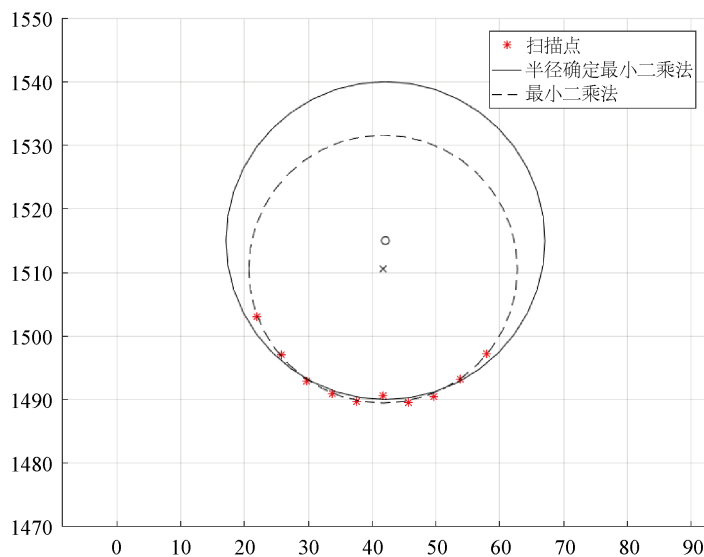


Figure 1. Comparison of fitting effects

图 1. 拟合效果对比

## 3. 实验验证与分析

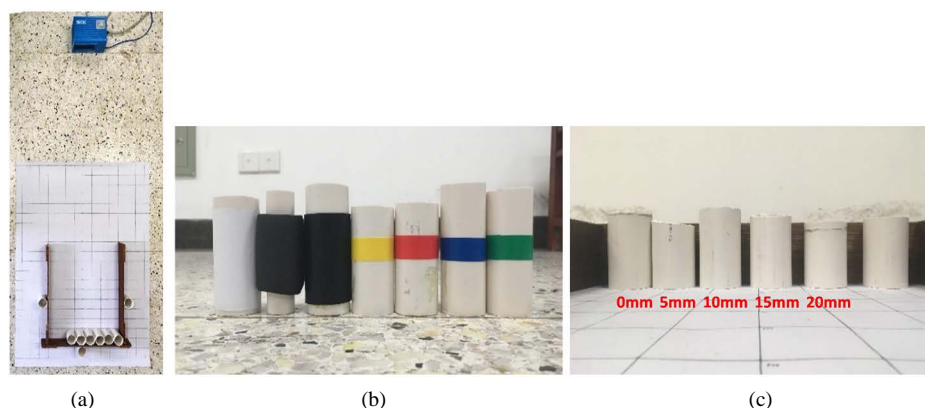
为试验所述检测算法的可行性,在实验室环境下搭建实验环境,如图 2 所示。实验中以木板模拟电缆盘;以不同直径的管材模拟不同直径的电缆;在管材表面贴上不同材料,模拟不同外表面材料的电缆。

本次实验所选用的传感器为 SICK 公司生产的 LMS400 型二维激光传感器,其相关参数如下:角度分辨率  $0.1^\circ \sim 1^\circ$ ,实验过程中使用  $0.1^\circ \sim 0.25^\circ$ ;角度误差  $\pm 0.1^\circ$ ;长度系统误差  $\pm 4 \text{ mm}$ ;长度随机误差随反光率变化而变化,变化规律如表 1 所示。此外,若选取电缆与传感器的相对位置误差作为电缆圆心拟合效果的指标,则易受传感器安放位置影响。因此本实验采用电缆间的相对位置误差来替代电缆与传感器的相对位置误差作为评估电缆圆心拟合效果的指标,并设置  $0 \text{ mm}$ ,  $5 \text{ mm}$ ,  $10 \text{ mm}$ ,  $15 \text{ mm}$ ,  $20 \text{ mm}$  五种相对距离模拟不同电缆间隔的情况,如图 2(c)所示。

### 3.1. 角度分辨率对拟合精度的影响

选取 6 根直径  $d = 50 \text{ mm}$  的白色 PVC 管材,紧贴电缆盘底边排列,并使管材外表面的相对距离依次

为 0 mm, 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm。使用不同角度分辨率对管材进行测量, 并对测量数据进行处理, 其结果图 3 和表 2 所示。



**Figure 2.** Cable winding simulation diagram. (a) The experiment site; (b) Tubes with different surface materials; (c) Different distances for testing

**图 2.** 电缆卷绕模拟图。(a) 实验现场; (b) 不同外表面材料管材; (c) 不同测试距离

**Table 1.** Relationship between sensor random error and reflectivity

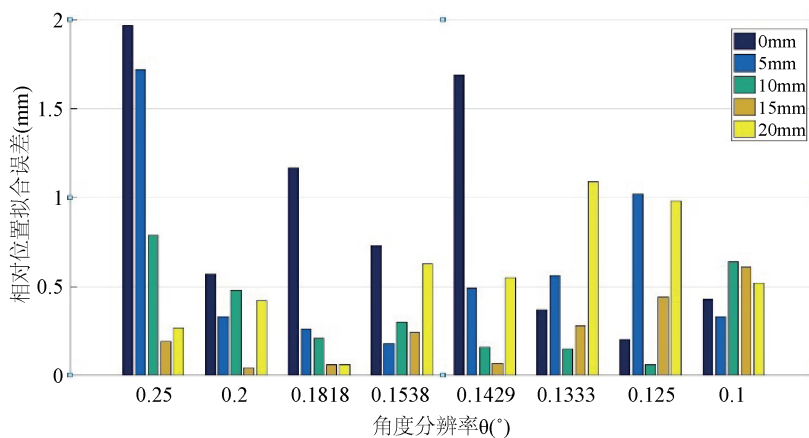
**表 1.** 传感器随机误差与反光率的关系

反光率	100%	78%	40%	10%	6.5%
长度随机误差	3 mm	3 mm	4 mm	9 mm	10 mm

**Table 2.** Relative position fitting errors at different angular resolutions

**表 2.** 不同角度分辨率下的相对位置拟合误差

不同测试距离	角度分辨率							
	0.25°	0.2°	0.1818°	0.1538°	0.1429°	0.1333°	0.125°	0.1°
0 mm	1.97	0.57	1.17	0.73	1.69	0.37	0.20	0.43
5 mm	1.72	0.33	0.26	0.18	0.49	0.56	1.02	0.33
10 mm	0.79	0.48	0.21	0.30	0.16	0.15	0.06	0.64
15 mm	0.19	0.04	0.06	0.24	0.07	0.28	0.44	0.61
20 mm	0.27	0.42	0.06	0.63	0.55	1.09	0.98	0.52



**Figure 3.** Fitting error of different angular resolutions

**图 3.** 不同角度分辨率的拟合误差

由图3可知,随着角度分辨率的减小,管材圆心的拟合误差有减小趋势。但当选取角度分辨率 $0.2^\circ$ 、 $0.1538^\circ$ 时,能使不同测试距离的拟合误差均小于1 mm,不满足拟合误差逐渐减小的趋势。又由传感器的测量特性知,当选取的角度分辨率减小时,测量数据的误差会增大,但单位管材上的扫描点数会增加。因而可知,单位管材上增加的扫描点数可以补偿,甚至过补偿在角度分辨率减小过程中增加的拟合误差。所以在实际测量过程中,可以选择最小角度分辨进行测量,但可以根据拟合误差标准选择更大的角度分辨率,以减小扫描所需的时间。

### 3.2. 电缆直径对拟合精度的影响

选取6根直径相同的白色PVC管材,紧贴电缆盘底边排列,并使管材外表面的相对距离依次为0 mm, 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm, 改变管材的直径,使用角度分辨率 $\theta = 0.1^\circ$ 进行测量,并对测量数据进行处理,其结果图4和表3所示。

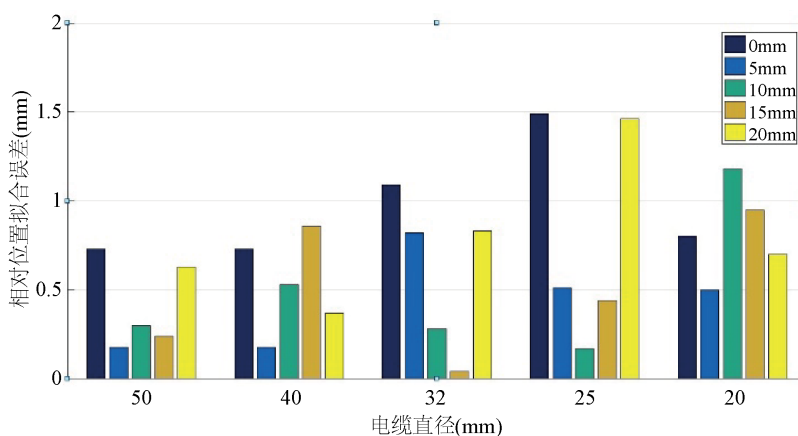


Figure 4. Fitting error of different cable diameters  
图4. 不同电缆直径的拟合误差

Table 3. Relative position fitting errors for different cable diameters  
表3. 不同电缆直径下的相对位置拟合误差

不同测试距离	电缆直径				
	50 mm	40 mm	32 mm	25 mm	20 mm
0 mm	0.73	0.73	1.09	1.49	0.80
5 mm	0.18	0.18	0.82	0.51	0.50
10 mm	0.30	0.53	0.28	0.17	1.18
15 mm	0.24	0.86	0.04	0.44	0.95
20 mm	0.63	0.37	0.83	1.46	0.70

由图4可知,随着管材直径的减小,管材圆心的拟合误差逐渐增大。这是由于在固定的角度分辨率下,随着管材直径的减小,单位管材上的扫描点减少,导致获取的管材位置信息减少。此外,由图4还可知,对于白色PVC管材,若其直径不小于20 mm,则相对位置的拟合误差不超过1.5 mm。

### 3.3. 外表面材料对拟合精度的影响

选取6根直径 $d = 32$  mm的管材,紧贴电缆盘底边排列,并使管材外表面的相对距离依次为0 mm, 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm,改变管材的外表面材料,使用角度分辨率 $\theta = 0.1^\circ$ 进行测量,并对测量

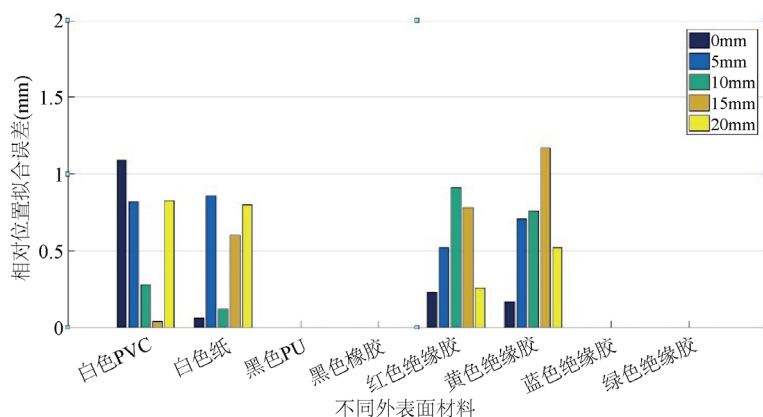
数据进行处理, 其结果图 5 和表 4 所示。同时, 使用传感器对不同外表面材料的反光率进行测量, 结果如图 6 所示。另由传感器说明书知, 测量数据的误差随反光率的降低而增加。

由图 5 和图 6 可知, 对于白色 PVC、白色纸、红色绝缘胶、黄色绝缘胶, 其反光率峰值均在 30% 左右, 而其相对位置的拟合误差均小于 1.5 mm。但对于黑色 PU、黑色橡胶、蓝色绝缘胶、绿色绝缘胶, 其反光率峰值不仅很低, 而且反光率为 0% 的扫描点接近 2/3, 这意味着对于相同直径的电缆, 上述四种外表面材料的测量数据的误差极大, 且单位电缆上的扫描点会缺失近 2/3。

**Table 4.** Relative position fitting errors of different outer surface materials

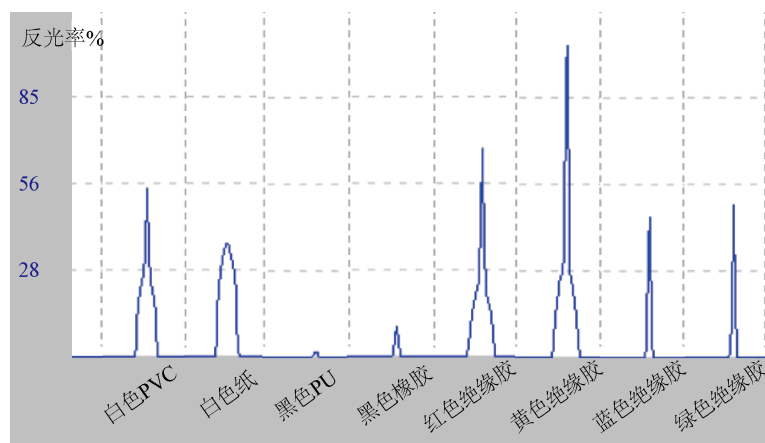
**表 4.** 不同外表面材料的相对位置拟合误差

不同外表 面材料	白色 PVC	白色纸	黑色 PU	黑色橡胶	红色绝缘胶	黄色绝缘胶	蓝色绝缘胶	绿色绝缘胶
不同测试距离								
0 mm	1.09	0.06			0.23	0.17		
5 mm	0.82	0.86			0.52	0.71		
10 mm	0.28	0.12	无法拟合	无法拟合	0.91	0.76	无法拟合	无法拟合
15 mm	0.04	0.60			0.78	1.17		
20 mm	0.83	0.80			0.26	0.52		



**Figure 5.** Fitting error of different outer surface materials

**图 5.** 不同外表面材料的拟合误差



**Figure 6.** Reflectivity of different outer surface materials

**图 6.** 不同外表面材料的反光率



由此可见,不同外表面材料对测量精度的影响因素有:测量数据的精度、特征点个数。进一步实验,选取  $d = 50 \text{ mm}$  的白色 PVC、 $d = 52 \text{ mm}$  的黑色橡胶,使用角度分辨率  $\theta = 0.1^\circ$  进行测量。扫描结果显示,对于黑色橡胶表面,单位电缆上会分布 5~6 个扫描点。因而,选定圆心拟合时的特征点个数  $N = 5$ ,对两种外表面材料的扫描数据进行处理,结果如表 5 所示。

对比表 3 和表 5 可知,当特征点个数  $N = 5$  时,白色 PVC 的拟合精度会受到影响,但仅 0 mm 距离拟合精度降低,其余距离相对位置拟合误差均小于 1 mm;同时,对于黑色橡胶,其拟合误差极大,完全无法用于电缆相对位置的判断。

由此可知,参与圆心拟合的特征点个数虽然会影响拟合精度,但影响不大。因此最终影响常见黑色橡胶外表电缆位置拟合精度的主要因素为测量数据的精度。再结合表 1、表 3、图 6 可知,如果要使电缆相对位置的拟合误差小于 1.5 mm,所使用的传感器测量黑色橡胶电缆时的反光率不能小于 30%,随机误差不能大于 7 mm。

**Table 5.** Comparison of fitting precision between white PVC and black rubber  
**表 5.** 白色 PVC 与黑色橡胶拟合精度对比

不同外表面材料	不同测试距离					
	0 mm	5 mm	10 mm	15 mm	20 mm	
白色 PVC	3.27	0.1	0.87	0.46	0.66	
黑色橡胶	27.07	17.99	7.36	10.33	5.25	

## 4. 总结

以上是电缆卷绕过程中对其卷绕状态的监测分析,在目前研究的基础之上提出了半径确定最小二乘圆的二维激光传感器的检测方式。相比于最小二乘圆拟合法,本算法能够更加准确地确定电缆的位置。同时在测量过程中,对于直径在 20 mm 以上,测量长度随机误差小于 7 mm 的黑色橡胶电缆,能够保证其相对位置的拟合误差小于 1.5 mm。但该算法仍有需要改进之处,如对于电缆凸起情况,由于测量点迅速减少,能够检测的电缆直径必须增大;又如实际卷绕中电缆盘不断旋转,如何将算法与卷绕速度进行适配,还缺乏相应实验分析。因而后续还需要继续优化,以提高算法对于不同情况的适应性。

## 基金项目

本论文受到国家级大学生创新创业训练计划项目经费资助,项目编号:201810288045。

## 参考文献

- [1] 王江平,田亮,付忠文,李钦彬.井下设备电缆卷绕装置的改装设计[J].煤矿机械,2011(9):20-21.
- [2] Arai, M. and Hirose, S. (2007) Improved Reel Mechanism to Wind a Cable Uniformly in Spherical Trailer. 2007 *IEEE International Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics*, Rome, 27-29 September 2007, 1-6. <https://doi.org/10.1109/SSRR.2007.4381257>
- [3] 陆海坤,贾彦辉,李聪聪.新型差动电缆卷绕装置研究[J].河北省科学院学报,2012(2):37-40.
- [4] 杨洋,李柯,杨学敬,俞友爱,江涛,顾菁宇.电缆卷绕装置以及车载移动式检测设备[P].中国专利,201710170091.7.2017.03.21.
- [5] 程超,范巍,张静怡.关于电缆卷绕过程的状态监测研究[J].传感器技术与应用,2019,7(3):104-113.
- [6] Shakarji, C.M. (1998) Least-Squares Fitting Algorithms of the NIST Algorithm Testing System. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, **103**, 633-641. <https://doi.org/10.6028/jres.103.043>
- [7] 杜乐普,金印,石宏,李伟楠.半径确定的最小二乘圆拟合法在涡轮机匣检测中的应用[J].沈阳航空航天大学学报,2014,31(2):24-27.

- 
- [8] 刘珂, 周富强, 张广军. 半径约束最小二乘圆拟合方法及其误差分析[J]. 光电子·激光, 2006, 17(5): 604-607.
- [9] 朱嘉, 李醒飞, 谭文斌, 等. 基于圆心约束最小二乘圆拟合的短弧测量[J]. 光学精密工程, 2009, 17(10): 2487-2489.