

基于FBG对简支梁模型跨中挠度测量的研究

高 鹏, 廖帮全*, 季春波, 李宁伟, 翟媛媛, 付连宇

天津工业大学, 物理科学与技术学院, 天津

收稿日期: 2022年3月3日; 录用日期: 2022年4月3日; 发布日期: 2022年4月11日

摘 要

挠度在某种程度上反映了梁的整体竖向刚度和线性变化特征, 挠度检测为评判梁或柱型结构的安全性与耐久性提供重要的依据, 因此测量挠度尤为重要。光纤光栅有着对应变高度敏感的特性, 可以通过谐振波长的漂移量来测量梁的挠度。本文应用光纤布拉格光栅(Fiber Bragg Grating, FBG)对简支梁跨中进行了挠度测量, 研究了梁上不同位置的荷载对梁的跨中挠度的影响。从理论出发论证了荷载施加的位置会对测量结果造成影响, 基于这一点对梁上荷载的不同位置进行了实验研究。实验中以简支梁为例, 基于FBG应变传感器进行了跨中挠度的测量, 实验验证了理论的可行性和正确性, 同时也对实验中产生的误差进行了分析。将梁上荷载位置这一参数引入到研究中来, 相对于常规测量丰富了研究维度, 为今后研究梁的挠度变化提供了一定的理论参考。

关键词

光纤布拉格光栅, 挠度, 简支梁

Research on Mid-Span Deflection Measurement of Simply Supported Beam Model Based on FBG

Peng Gao, Bangquan Liao*, Chunbo Ji, Ningwei Li, Yuanyuan Zhai, Lianyu Fu

School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

Received: Mar. 3rd, 2022; accepted: Apr. 3rd, 2022; published: Apr. 11th, 2022

Abstract

The deflection reflects the overall vertical stiffness and linear variation characteristics of the

*通讯作者。

文章引用: 高鹏, 廖帮全, 季春波, 李宁伟, 翟媛媛, 付连宇. 基于 FBG 对简支梁模型跨中挠度测量的研究[J]. 传感器技术与应用, 2022, 10(2): 146-155. DOI: 10.12677/jsta.2022.102018

beam to some extent, and deflection detection provides important basis for evaluating the safety and durability of beam or column structure, so measuring deflection is particularly important. Fiber grating is highly sensitive to strain. The deflection of the beam can be calculated by the drift of resonant wavelength. In this paper, the fiber Bragg grating (FBG) is used to measure the deflection of the simply supported beam. The influence of load at different positions on mid-span deflection of beam is proposed and studied. It is theoretically demonstrated that the position of the load applied will affect the measurement results. Based on this, different positions of the load on the beam are studied. In the experiment, taking the simply supported beam as an example, the mid-span deflection was measured based on the FBG strain sensor, and the feasibility and correctness of the theory were verified. At the same time, the errors generated in the experiment were analyzed. The load position on the beam is introduced into the study, which enriches the research dimension compared with the conventional measurement, and provides a theoretical reference for the future study of beam deflection change.

Keywords

Fiber Bragg Grating, Deflection, Simply Supported Beam

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

挠度是梁或柱型结构在受力形状发生变化时, 轴线在其垂直方向上的位移[1]。无论是在建筑、桥梁等健康评估方面还是对梁、柱型结构的材料进行弹性模量的测量方面, 挠度在某种程度上反映了梁的整体竖向刚度和线性变化特征, 挠度检测为评判梁或柱型结构的安全性及耐久性提供重要的依据, 因此测量挠度尤为重要。目前挠度测量的传统方式有悬锤法、水准仪直接测量法, 较大地受到桥上桥下环境的影响。新兴的测量方式比如倾角仪法、GPS 遥感法、光电成像法、激光图像法[2], 但设备昂贵, 无法实现对单一位置的桥梁或建筑结构全天候的实时监测, 一些需要通过光学传感的设备会受到大气和天气等环境因素的影响从而使精度降低。随着光纤传感的发展, 对以上问题提供了较好的解决方法。光纤由于其本身的特性可以很好地适用较为复杂的环境, 以及其较高的测量精度可适用于大小型结构的测量[3][4][5]。光纤传感器广泛应用于梁或柱型结构的弯曲[6]和位移[7]的测量以及解决形变与温度交叉问题[8], 目前分布式光纤传感[9]和准分布式光纤传感[10]在梁柱型结构中应用较多, 但其测量技术与成本较为昂贵还无法大范围应用。

光纤传感始于上世纪 70 年代, 自出现以来在诸多领域得到了发展和推广, 广泛用于建筑、机械、电子仪器、航天航空、石油、化工、核工业等诸多领域[11][12]。光纤传感器具有抗电磁干扰, 耐腐蚀, 电绝缘性好等特点, 光纤的体积小, 质量轻, 便于实现传感器的小型化。光纤应变传感器灵敏度高, 分辨率高。传输损耗小, 传输容量大, 可传感器能够复用。以光纤布拉格光栅(Fiber Bragg Grating, FBG)为代表的传感器由于外界环境对 Bragg 波长的调制, 通过监测波峰的漂移量来实现对外界环境变化传感的目的。

2. 简支梁挠度公式推导和仿真

2.1. 简支梁挠度理论

简支梁的两端搁置在支座上, 支座仅约束梁垂直方向的位移, 梁的两端可自由转动[1]。为使整个梁

不产生水平移动，在一端加设水平约束如图 1 中的 A 端，该处的支座称为铰支座，另一端不加水平约束的支座称为滚动支座如图中的 B 端。现有这样一个简支梁材料的弹性模量为 E ，截面的惯性矩为 I ，长为 l ，C 点为跨中位置，D 点处施加荷载以向下的压力 F 来代替集中荷载。设 D 点到左端距离为 a ，到右端距离为 b ，求解梁上任意位置 x 处的挠度，在这里取向下为正，所有的数值都取正值。

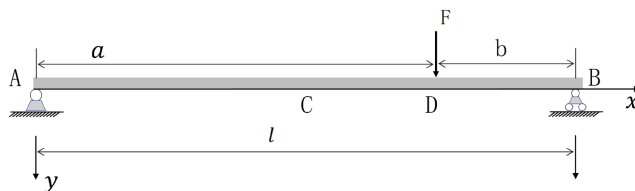


Figure 1. Diagram of simply supported beam

图 1. 简支梁示意图

对于简支梁的挠度公式在材料力学、弹性力学等学科中均已给出这里直接引用。集中荷载位于 AD 段即 $a > b$ 时任意位置的挠度 w_1 为

$$w_1 = \frac{Fb(l^2 - b^2)}{6EI}x - \frac{Fb}{6EI}x^3 \quad (1)$$

集中荷载位于 BD 段即 $a < b$ 时任意位置的挠度 w_2 为

$$w_1 = \frac{Fb(l^2 - b^2)}{6EI}x - \frac{Fb}{6EI}x^3 + \frac{F}{6EI}(x - a)^3 \quad (2)$$

以上两式表示在施加集中荷载后简支梁上任意位置的挠度，以 AD 段为例求得简支梁上最大挠度

$$w_{\max} = \frac{Fb(l^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3}EI} \quad (3)$$

由式(3)可知在 AD 段最大挠度的值会随着集中荷载的位置变化而变化，不是一个确定的值，最大挠度处也不是一个确定的位置。下面计算出简支梁的跨中 C 点，即 $x = l/2$ 处挠度的值为

$$w_C = \frac{Fb(3l^2 - 4b^2)}{48EI} \quad (4)$$

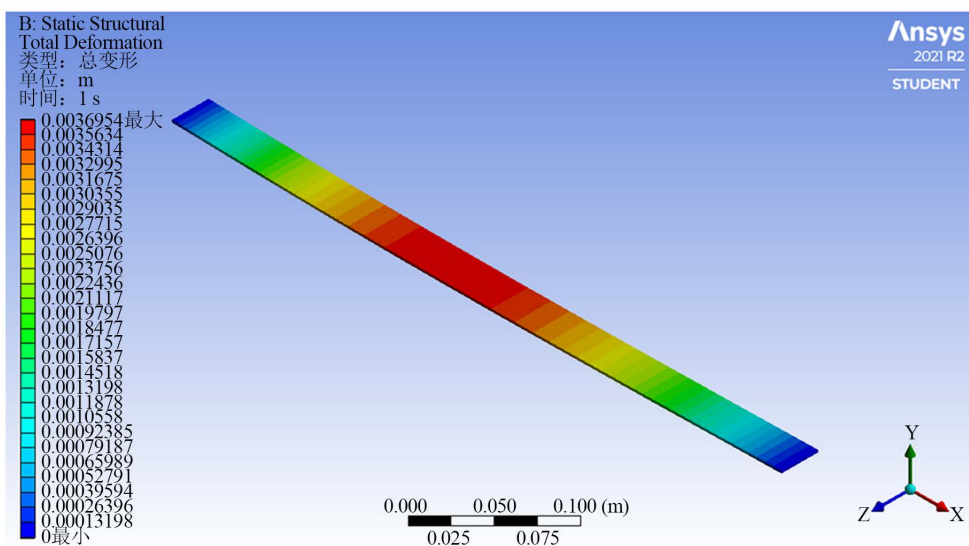
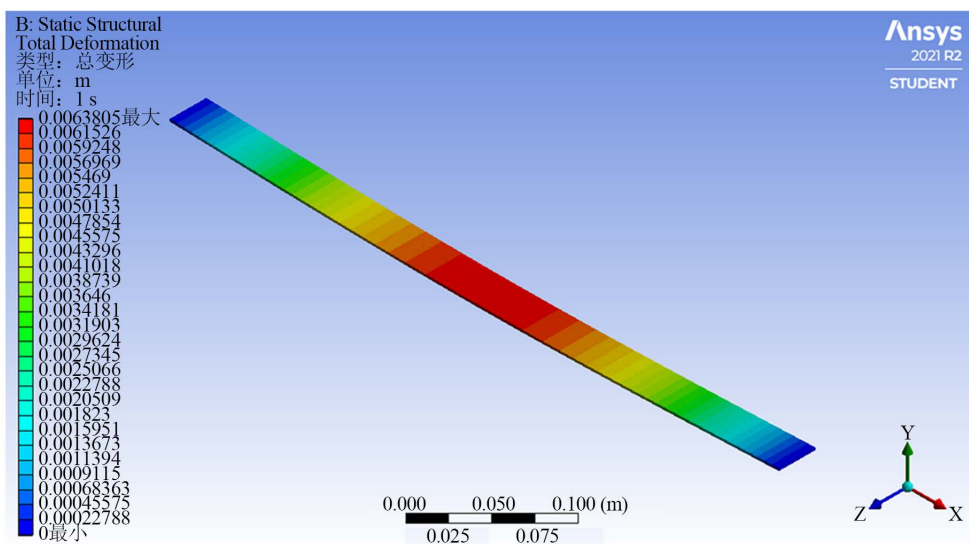
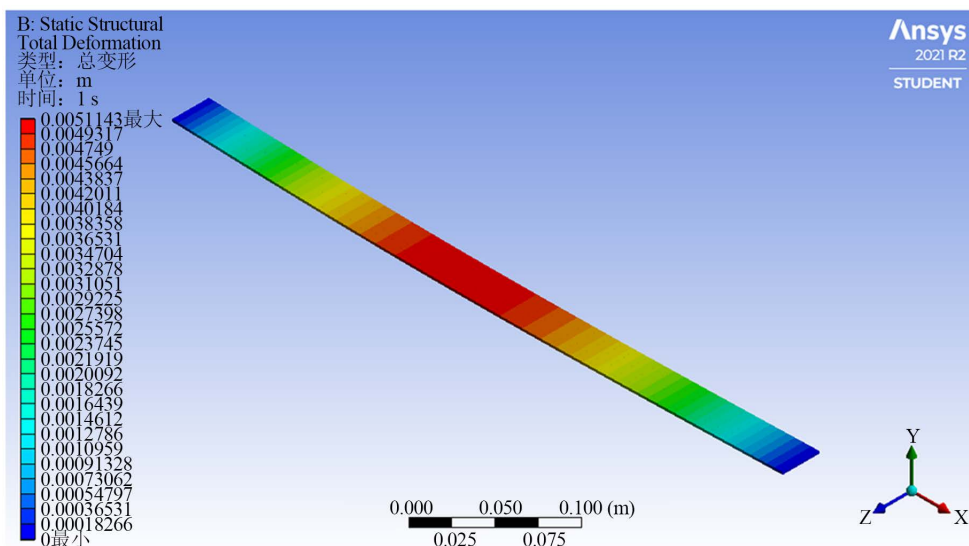
2.2. 简支梁跨中挠度仿真

在这里我们采用有限元分析软件 Workbench 对荷载处于简支梁上不同位置时梁的挠度情况进行分析，模拟参数如表 1 所示。

Table 1. Simulation parameters

表 1. 模拟参数

模拟参数	数值	单位
弹性模量(E)	200	Gpa
简支梁长度(l)	500	mm
简支梁宽度(d)	30	mm
简支梁厚度(h)	2	mm
荷载(F)	9.8	N



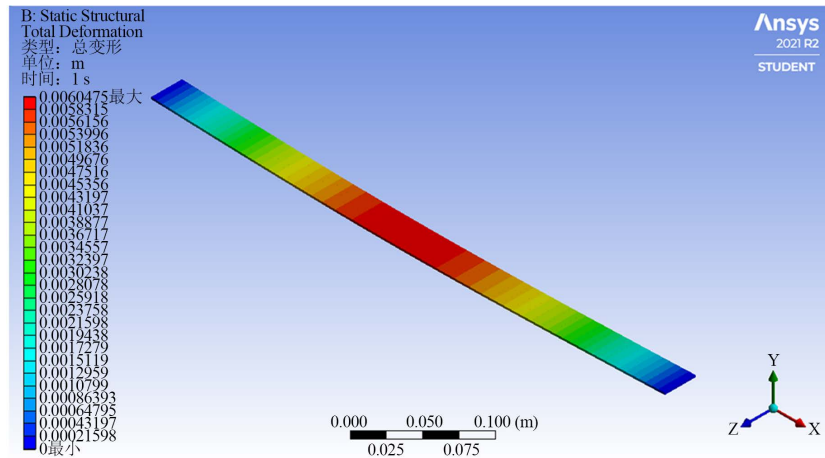


Figure 2. Diagram of simply supported beam
图 2. 简支梁示意图

通过软件模拟得到简支梁的示意图，部分如图 2 所示，图中红色位置表示挠度最大处，蓝色表示挠度最小处，可以发现最大挠度处处于跨中附近，可以看出在 $a > b$ 端上受任意荷载的简支梁，只要挠曲线上没有拐点均可近似的将梁中点的作为最大挠度处。通过以上计算发现，当荷载非常接近简支梁的端点时，简支梁的跨中挠度和最大挠度有 2.6549% 的误差，而当荷载越靠近中点误差越小只有 0.0046% 的误差。跨中是一个特殊位置可以在实验前可以提前测量得知，并不受实验过程中变量的影响，所以将中点看作最大挠度处并将测量点放在跨中位置可大大降低实验中计算难度和测量难度。

可以得到梁上任意位置施加荷载时跨中处的挠度方程，

$a > b$ 时

$$w_1 = \frac{F}{48EI}(-b^3 + 6ab^2 + 3a^2b) \tag{5}$$

$a < b$ 时

$$w_2 = \frac{F}{48EI}(-a^3 + 6a^2b + 3ab^2) \tag{6}$$

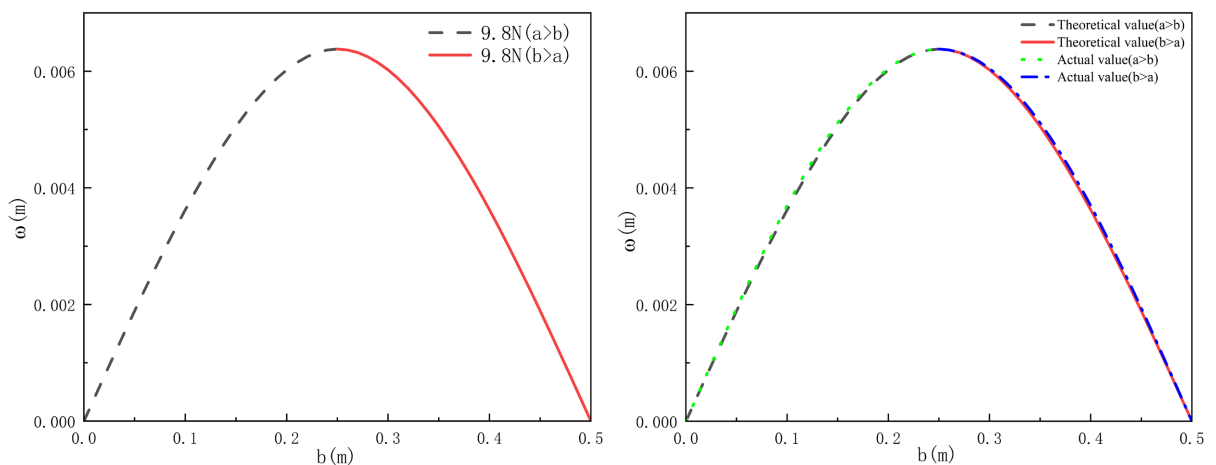


Figure 3. (a) Relationship between load position and mid-span deflection of simply supported beam with 9.8 N load; (b) Comparison between theoretical value and actual maximum deflection of simply supported beam mid-span deflection

图 3. (a) 简支梁荷载为 9.8 N 时，荷载位置与跨中挠度的关系；(b) 简支梁跨中挠度的理论值与实际最大挠度值的对比

根据式(5)和式(6)可以画出跨中位置处挠度的理论值图像如图 3(a)所示, 并与实际最大挠度对比如图 3(b)所示。通过以上两图和计算可知跨中挠度和实际最大挠度相差不大, 在测量时可以用跨中位置的挠度来代替实际最大挠度。

3. FBG 对简支梁跨中挠度测量的实验研究

3.1. 简支梁跨中挠度与 FBG 应变关系推导

FBG 的谐振方程 $\lambda_0 = 2n_{eff}\Lambda$, λ_0 为谐振波长, n_{eff} 为光栅的有效折射率, Λ 为光栅的周期。光栅的有效折射率和周期的变化都会引起谐振波长的变化, 因此可以影响有效折射率和周期的物理量如应变或温度都可以通过 FBG 进行测量[13]。对于应变和温度引起的波长变化量 $\Delta\lambda_0$ 可表示为

$$\Delta\lambda_0 = \lambda_0(1 - \rho_e)\Delta\varepsilon + \lambda_0(1 + \xi)\Delta T \quad (7)$$

式中 ρ_e 为光纤的光弹系数对于石英光纤可取 0.217, $\Delta\varepsilon$ 为应变的变化量, ξ 为光纤的热光系数可取 $6.34 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, ΔT 为温度的变化量。

通过进行力学分析得到 FBG 的应变与梁的挠度的关系, 在梁上截取一小段如图 4, 长为 L , 厚为 h , 根据平面假设, 在变形过程中, 变形前为平面的横截面变形后仍保持为平面且与变形后梁的轴线垂直[14][15], 变形后各自绕中轴线相对旋转角度为 θ 。

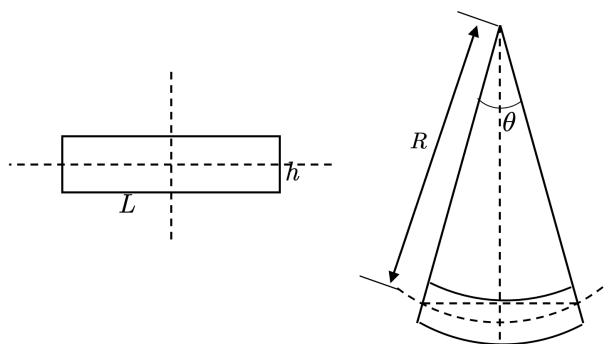


Figure 4. Cross section of beam
图 4. 梁截面图

变形前后中轴线上的长度不变, 中轴线上梁的应变 ε 可以写为

$$\varepsilon = \frac{h}{2R} \quad (8)$$

这里可以假设 FBG 的应变和梁的应变是相等的, 但是在实际中还要考虑光纤本身的半径和粘贴的厚度, 但是这些在测量时并不方便而且在涂抹胶时并不能保证每个部分都是均匀的厚度, 在这里我们可以假设 FBG 的应变为

$$\varepsilon_{\text{FBG}} = k\varepsilon \quad (9)$$

其中的 k 值与光纤半径和粘贴厚度有关[7][16], 简支梁在发生形变时, 对应的跨中位置在竖直方向发生的位移可近似的看作该点的挠度 w , 可通过图 3 进行计算得

$$w = R - R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (10)$$

通过泰勒级数展开并消去影响较小的高阶次项, 使用 FBG 的应变来表达梁的挠度公式

$$w = \frac{\varepsilon_{\text{FBG}} (\Delta L)^2}{4kh} \quad (11)$$

可以发现梁的跨中挠度和 FBG 的应变是正比例关系，且比例系数是和梁本身还有 FBG 的粘贴情况有关，所以上式可以简单的表达为

$$w = \eta \varepsilon_{\text{FBG}} \quad (12)$$

通过实验测量 FBG 的波长漂移量来计算 FBG 的应变，计算应变和跨中挠度的比值来确定两者间的比例系数。

3.2. 准备实验

考虑到 FBG 的栅区的没有涂覆层保护是非常脆弱的，如果栅区弯曲过大会造成 FBG 的损坏，在粘贴时出于保护实验装置的目的将整个栅区都用胶粘贴到梁的底部。FBG 在室温下谐振波长为 1549 nm，栅区长度为 10 mm，光纤类型为 SMF-28e，反射率大于 85%，带宽小于 0.25 nm。

第一步：在简支梁上画出等距的标记，每隔 10 mm 做出标记作为梁上的施力位置。

第二步：粘贴 FBG，先在简支梁上标记出跨中位置，并在距离跨中位置左右各 2 cm 处和上下各 0.5 cm 处粘贴电工胶带，用胶带围出一个 4 cm × 1 cm 的空，将 FBG 栅区中间对准跨中位置，左右两端固定，固定时给 FBG 施加一个很小的预应力，排除由于光栅位置弯曲而带来的误差。使用 AB 胶涂满留出的空，并用刮板刮平 AB 胶，等 AB 胶将要固化时撕去胶带，这样就能留下一个如图 5 的粘贴形状规则厚度均匀的粘贴式 FBG 传感器。



Figure 5. Pasted FBG sensor

图 5. 粘贴式 FBG 传感器

第三步：搭建简支梁模型，采用悬挂重物的方式来模拟集中荷载在简支梁上的作用。每隔 10 mm 作为一个测量点。

第四步：重物在梁上反复移动，并用砂纸打磨简支梁的边缘使其光滑防止在实验过程中由于悬挂重物的绳子与梁有摩擦力影响绳子的移动从而造成测量误差。

第五步：组装简支梁挠度测量的检测系统，主要实验仪器有放大自发辐射光源 (Amplified Spontaneous Emission, ASE)，可以输出 10 mW 功率波长在 1525~1600 nm 的范围内高稳定的光。光谱仪 (Optical Spectrum Analyzer, OSA)，波长扫描范围为 600~1700 nm，最大波长分辨率为 0.02 nm。以及粘贴好的 FBG 应变传感器。在这里我们使用透射式的传感方式因为透射式相较于反射式可以消除由于光纤端面反射和熔接损耗带来的波形噪声，尽可能地保证波形的完整性更方便观察波长的漂移情况。如图 6 中的连接方式。

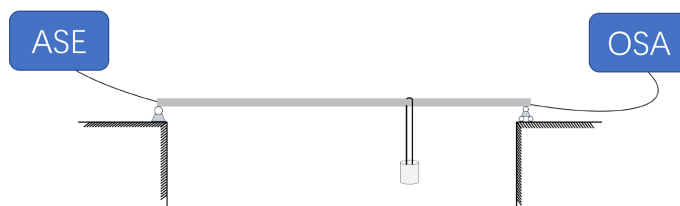


Figure 6. Detection system for mid-span deflection measurement of simply supported beam

图 6. 简支梁跨中挠度测量的检测系统

3.3. 测量实验

实验开始前将实验装置放在同一温度场中两小时以上，这样可以排除实验过程中实验材料温度不均的影响，将光谱仪开机后需预热一小时左右后进行波长校准，防止光谱仪长时间放置对测量结果造成影响。

使用 9.8 N 的荷载在梁上标注的位置进行逐一测量，参考图 1 中的 b 值，荷载从 0 到 500 mm，每间隔 10 mm 进行一次测量得到跨中位置应变的透射光谱图，实验在室内进行温度未发生较大变化，在这里不考虑温度的影响。

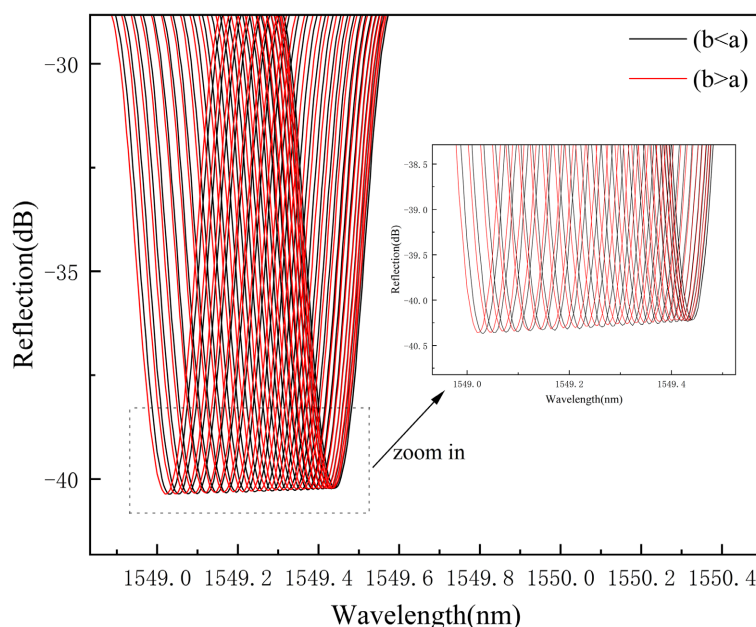


Figure 7. Transmission spectrum of FBG when the load is at different positions on the simply supported beam

图 7. 荷载在简支梁上不同位置时 FBG 的透射光谱图

由图 7 中透射光谱图中的 Bragg 峰的变化计算出对应的应变，并和图 1 中简支梁上荷载位置 b 建立关系。通过数据处理软件可以画出简支梁上荷载位置与应变之间的关系如图 8(a)， $a > b$ 时拟合出的曲线 $R^2 = 0.99945$ ，与图 3(a) 中的理论挠度值之间的比例系数为 $1/\eta = 0.05306$ ， $b > a$ 时拟合出的曲线 $R^2 = 0.99786$ ，与理论挠度值之间的比例系数为 $1/\eta = 0.05176$ ，两边存在 0.013 的差值。此外我们又以不同的荷载做了对比试验，分别以 4.9 N、7.35 N、12.25 N 和 14.70 N 的荷载在简支梁上进行实验，通过 Bragg 的波长漂移量计算 FBG 的应变，得到不同荷载下荷载位置与 FBG 的应变的关系如图 8(b) 所示，并根据理论值拟合出相关曲线。将上边结果用表格表示，如表 2 所示。

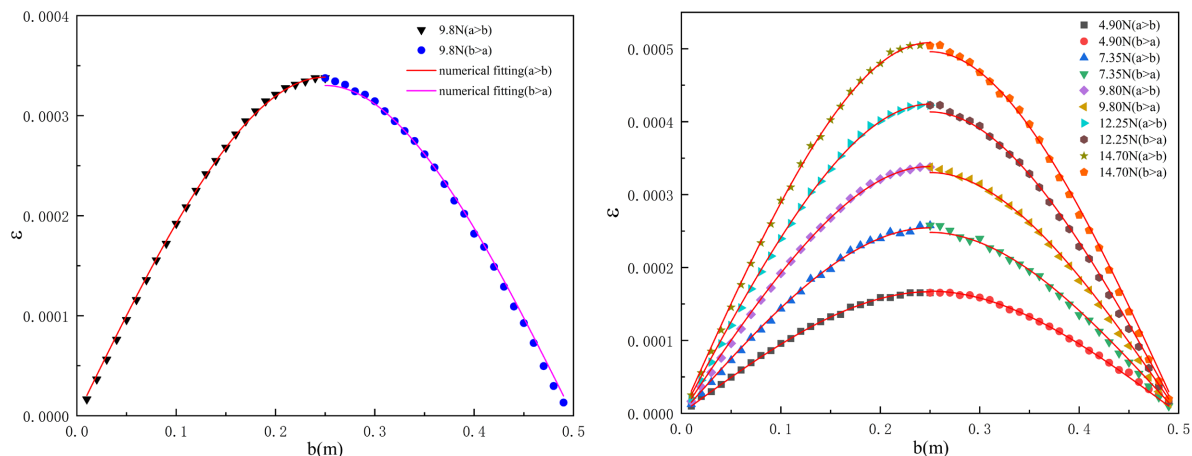


Figure 8. (a) Relationship between load position and FBG strain on simply supported beam; (b) Mid-span deflection and fitting curve of simply supported beam under different loads

图 8. (a) 简支梁上荷载位置与 FBG 应变的关系; (b) 不同荷载下的简支梁跨中挠度和拟合曲线

Table 2. The mid-span deflection measurement experiment of simply supported beam under different loads

表 2. 不同荷载下的简支梁跨中挠度测量实验

荷载重力(N)	比例系数 $1/\eta$ ($a > b$)	R^2	比例系数 $1/\eta$ ($a < b$)	R^2	两边系数差值
4.9	0.02614	0.99930	0.02626	0.99759	0.00012
7.35	0.03988	0.99858	0.03828	0.99639	0.00016
9.8	0.05307	0.99945	0.05176	0.99786	0.00131
12.25	0.06647	0.99939	0.06480	0.99776	0.00167
14.7	0.07968	0.99940	0.07774	0.99781	0.00194

4. 结论

挠度检测为评判梁或柱型结构的安全性及耐久性提供重要的依据, 因此测量挠度尤为重要。光纤光栅有着对应变高度敏感的特性, 可以通过谐振波长的漂移量来计算应变并通过转换用于测量梁的挠度, 此方法具有提高测量精度、保障测量的稳定性的特点。本文应用 FBG 对简支梁和两端固支梁的跨中进行了挠度测量, 并引入了荷载位置这一参量, 通过计算证明了简支梁跨中挠度和实际最大挠度会随着荷载到跨中的距离远近有 2.6549% 到 0.0046% 的误差。在误差允许的范围内适合使用在跨中位置粘贴 FBG 应变传感器的方式进行测量。以 9.8 N 荷载为例, 测量结果计算出 FBG 应变值的数据拟合曲线和跨中理论挠度值曲线的相关度达到 0.99945 和 0.99786, 计算的应变值和挠度的理论值的比例系数分别为 0.05307 和 0.05176, 我们分析引起这一误差的原因其一是在粘贴 FBG 时造成的人为误差, 其二在较靠近跨中的位置测量时谐振波的峰值变化量不大, 光谱仪的测量精度不能区分, 造成了越靠近跨中位置前后间隔的两个点波长漂移量相近或者相同。本次研究证明了荷载位置确实会对简支梁跨中挠度的测量有影响以及在跨中位置安装测量点可以对整个梁进行粗略地监测, 对今后进行挠度测量时安装 FBG 传感器的位置以及进行准分布式测量时安装传感器的距离提供一定的理论参考。

参考文献

- [1] 刘鸿文. 材料力学 I [M]. 北京: 科学出版社, 1973: 183-186.

- [2] 李飞. 桥梁动挠度测量方法的研究[D]: [博士学位论文]. 天津: 天津大学建筑工程学院, 2012.
- [3] Prohaska, J.D., Snitzer, E., Chen, B., *et al.* (1993) Fiber Optic Bragg Grating Strain Sensor in Large-Scale Concrete Structures. *Proceedings of SPIE—The International Society for Optical Engineering*, **1798**, 286-294. <https://doi.org/10.1117/12.141330>
- [4] Fuhr, P.L. and Spammer, S.J. (1998) Fiber Optic Sensor in the Waterbury Bridge. *SPIE*, **3489**, 124-129.
- [5] Magne, S., Boussoir, J. and Rougeault, S. (2003) Health Monitoring of the Saint-Jean Bridge of Bordeaux, France Using Fiber Bragg Grating Extensometers. *SPIE*, **5050**, 305-316. <https://doi.org/10.1117/12.484244>
- [6] Hai, X., Zhang, Y., Shen, L., Qian, J. and Lun, W.Z. (2015) Three Dimensional Curve Reconstruction Based on Fiber Bragg Grating Sensors. 2015 *International Conference on Estimation, Detection and Information Fusion (ICEDIF)*, Harbin, 10-11 January 2015, 377-382.
- [7] Xu, D.S., Yin, J.H., Cao, Z.Z., Wang, Y.L., Zhu, H.H. and Pei, H.F. (2013) A New Flexible FBG Sensing Beam for Measuring Dynamic Lateral Displacements of Soil in a Shaking Table Test. *Measurement*, **46**, 200-209. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2012.06.007>
- [8] Falciai, R. and Trono, C. (2005) Curved Elastic Beam with Opposed Fiber-Bragg Gratings for Measurement of Large Displacements with Temperature Compensation. *IEEE Sensors Journal*, **5**, 1310-1314. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2005.844344>
- [9] Huang, X., Wang, Y., Sun, Y., Zhang, Q., Zhang, Z., You, Z. and Ma, Y. (2017) Research on Horizontal Displacement Monitoring of Deep Soil Based on a Distributed Optical Fibre Sensor. *Journal of Modern Optics*, **65**, 158-165. <https://doi.org/10.1080/09500340.2017.1382594>
- [10] Zeng, B., Zheng, Y., Yu, J. and Yang, C. (2021) Deformation Calculation Method Based on FBG Technology and Conjugate Beam Theory and Its Application in Landslide Monitoring. *Optical Fiber Technology*, **63**, Article ID: 102487. <https://doi.org/10.1016/j.yofte.2021.102487>
- [11] Chan, T.H.T., Yu, L. and Tam, H.Y. (2006) Fiber Bragg Grating Sensors for Structural Health Monitoring of Tsing Ma Bridge: Background and Experimental Observation. *Engineering Structures*, **28**, 648-659. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.09.018>
- [12] Hill, K.O. and Meltz, G. (1997) Fiber Bragg Grating Technology Fundamentals and Overview. *Journal of Lightwave Technology*, **15**, 1263-1276. <https://doi.org/10.1109/50.618320>
- [13] Hill, K.O., Fujii, Y. and Johnson, D.C. (1978) Photosensitivity in Optical Fiber Waveguides: Application to Reflection Filter Fabrication. *Applied Physics Letters*, **32**, 647-649. <https://doi.org/10.1063/1.89881>
- [14] 梁磊, 胡程辉, 戴澍, 杨建宇, 宋志远. 基于 FBG 传感技术的管道曲率监测试验研究[J]. 光电子激光, 2021(5): 499-504.
- [15] Manuvinakurake, M., Gandhi, U., Mangalanathan, U. and Nayak, M. (2018) Design, Fabrication and Testing of Fiber Bragg Grating Based Fixed Guided Beam Pressure Sensor. *Optik*, **158**, 1063-1072. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2017.12.206>
- [16] Li, W.Y., Cheng, C.C. and Lo, Y.L. (2009) Investigation of Strain Transmission of Surface-Bonded FBGs Used as Strain Sensors. *Sensors and Actuators A*, **149**, 201-207. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2008.11.011>