

# Application of the Modified Generalized Likelihood Uncertainty Estimation Method to Hydrological Model Uncertainty Analysis\*

Yanfeng Zheng, Lihua Xiong

State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan  
Email: zhengyanfeng2007@163.com

Received: Mar. 11th, 2012; revised: Mar. 29th, 2012; accepted: Apr. 9th, 2012

**Abstract:** The uncertainty analysis of hydrological models has received increasing attention of hydrological researchers. This paper applies a modified GLUE (generalized likelihood uncertainty estimation) methodology to estimate the prediction bounds of four hydrological models (namely, Xinanjiang model, SMAR model, SIMHYD model, and Tank model) on five sub-catchments in the Hanjiang river basin, respectively. Three indices (namely, containing ratio, average band width, and average asymmetry degree) are adopted to assess the prediction bounds obtained by the modified GLUE. The results show that the modified GLUE methodology can increase containing ratio and reduce average asymmetry degree of prediction bounds significantly.

**Keywords:** Hydrological Model; Uncertainty Analysis; Simulation Errors; Modified GLUE

## 改进的 GLUE 方法在水文模型不确定性分析中的应用\*

郑言峰, 熊立华

武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉  
Email: zhengyanfeng2007@163.com

收稿日期: 2012 年 3 月 11 日; 修回日期: 2012 年 3 月 29 日; 录用日期: 2012 年 4 月 9 日

**摘要:** 水文模型的不确定性评价已经成为水文学者研究的热点问题之一。本文介绍了一种基于水文模型模拟偏差修正的改进 GLUE 方法, 并采用 3 个评价指标(即覆盖率、平均带宽和平均不对称性)评价了分别由该方法求得的 4 个水文模型(即新安江模型、SMAR 模型、SIMHYD 模型和 Tank 模型)依次在汉江流域中的 5 个子流域上的预测区间的不确定性。结果表明, 改进的 GLUE 方法可以显著的提高预测区间的覆盖率以及降低预测区间的不对称性。

**关键词:** 水文模型; 不确定性分析; 模拟偏差; GLUE 改进法

### 1. 研究背景

水文模型的不确定性评价已经成为水文学者研究的热点问题之一。导致水文模型不确定性的主要原因有模型结构的不完善、模型参数的误差以及模型输

入资料的误差等<sup>[1-3]</sup>。为了综合分析以上因素对模型不确定性的影响, Beven 和 Binley 于 1992 年提出了通用似然不确定性估计方法, 即 GLUE 方法<sup>[4]</sup>。该方法将 Monte Carlo 随机取样技术与 Bayesian 理论结合起来, 原理简单, 易于操作。然而, GLUE 方法在很多实际应用中的结果<sup>[5]</sup>表明预测区间的覆盖率远低于给

\*基金项目: 国家自然科学基金重大项目(51190094)和国家自然科学基金(51079098)资助。

定的置信水平。导致这种低覆盖率的原因是多方面的<sup>[5-8]</sup>。熊立华将这些原因归为两类<sup>[9]</sup>：一类因素独立于 GLUE 方法，包括模型结构误差、降雨径流误差以及人类对流域下垫面的影响等客观原因；另一类依赖于 GLUE 方法，包括似然阈值的设定以及模型参数先验分布的假定等主观原因。为了修正第一类因素对 GLUE 方法的影响，熊立华通过引入“模拟偏差曲线”的概念来改进 GLUE 方法，以期能在一定程度上提高预测区间对实测流量的覆盖率，该改进方法记为 MXGLUE<sup>[9]</sup>。

为了研究 MXGLUE 方法在不同水文模型以及不同流域上不确定性评价中的适用性，本文采用了 3 个评价指标(即覆盖率、平均带宽和平均不对称性)评价了分别由该改进方法求得的 4 个水文模型(即新安江模型、SMAR 模型、SIMHYD 模型和 Tank 模型)依次在汉江流域中的 5 个子流域上的预测区间的 uncertainty，并与原始 GLUE 方法的计算结果进行了对比。

## 2. 方法介绍

### 2.1. GLUE 方法

GLUE 方法是在 Hornberger 和 Spear 1981 年提出的 RSA(Regionalized Sensitivity Analysis)方法<sup>[10]</sup>基础上发展起来的。GLUE 方法中的一个很重要的观点是：导致模型模拟结果好坏的不是模型单个参数，而是模型的参数组合。GLUE 方法的主要思路如下：选定模型及似然函数，并设定似然阈值；在预先设定的参数分布取值空间内，利用 Monte Carlo 随机取样获得一定数量的有效参数组(即似然函数值高于似然阈值的参数组)；在给定的置信水平下，求出每个实测流量的预测区间。

### 2.2. MXGLUE 方法

MXGLUE 方法在 GLUE 方法的基础上引入了“模拟偏差曲线”的概念来修正模拟偏差，以期提高预测区间的覆盖率。MXGLUE 方法的主要步骤<sup>[9]</sup>如下：

1) 选择水文模型，确定每个参数的取值范围，准备必要的水文数据。

2) 定义一个似然函数  $f$ ，设置似然阈值  $TH$ ，确定有效参数组(似然值高于似然阈值的参数组)的个数，记为  $M$ ，每一个有效参数组依次对应一个模拟流量系

列。

3) 使用率定期的数据重复运行模型，并且依次记下有效参数组及相应的似然值  $f(i)$  (第  $i$  个有效参数组对应的似然值)和模拟流量系列，直到得到  $M$  组有效参数。每次运行模型时，模型参数值在其取值范围内随机产生。一般假定模型参数均服从均匀分布。

4) 对于每个模拟流量系列分别构建一条模拟偏差曲线。该步骤又包括以下四步：

a) 将每一个模拟流量系列的  $NQ$  个模拟流量  $Q_s(i, j)$ ， $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq NQ$  从小到大排序，并按值的大小等分成  $N$  个区间。其中， $Q_s(i, j)$  是由第  $i$  组有效参数计算出来的第  $j$  时刻的模拟流量， $NQ$  为率定期流量的个数，第  $m$  个区间记为  $[Q_m, Q_{m+1}]$  ( $1 \leq m \leq N$ )。

b) 对每一个模拟流量系列，分别计算落入第  $m$  个区间的模拟流量之和及相应的实测流量之和，分别记为  $SS_m$  和  $SO_m$ 。

c) 对每一个模拟流量系列，分别计算每个区间的模拟偏差。

$$b(i, m) = 1 \quad (SO_m = 0) \quad (1)$$

$$b(i, m) = \frac{SS_m}{SO_m} \quad (SO_m \neq 0) \quad (2)$$

其中  $b(i, m)$  为第  $i$  个模拟流量系列的第  $m$  个区间的模拟偏差。 $b(i, m)$  的值越接近于 1，该区间的模拟效果越好。

d) 对每一个模拟流量系列，所有区间的模拟偏差构成一条模拟偏差曲线。

5) 估计每个实测流量的预测区间。该步骤又包括以下六步：

a) 计算每个模拟流量的模拟偏差。

$$B(i, j) = b(i, m) \quad (Q_s(i, j) \in [Q_m, Q_{m+1}]) \quad (3)$$

其中  $B(i, j)$  为由第  $i$  组有效参数计算出来的第  $j$  时刻的模拟流量的模拟偏差。

b) 分别对第  $j$  时刻  $M$  个模拟流量的模拟偏差从小到大进行排序，并计算排序之后的模拟偏差的中间值，记为  $B_{\text{median}}(j)$ 。

c) 修正模拟流量。

$$Q'_s(i, j) = \frac{Q_s(i, j)}{B_{\text{median}}(j)} \quad (4)$$

其中,  $Q'_s(i, j)$  为修正之后的第  $i$  个模拟流量系列的第  $j$  时刻的模拟流量。

d) 分别对第  $j$  时刻的  $M$  个修正之后的模拟流量从小到大进行排序, 相应的似然值也随之排序, 排序之后的模拟流量记为  $[Q'_s(k_i, j), f(k_i)]$ ,  $1 \leq k_i \leq M$ 。其中  $k_i$  是第  $i$  个模拟流量排序之后的位置。

e) 对第  $j$  时刻的模拟流量构造一个累计频率曲线 (CDF)。

$$P(k_i, j) = P[Q(j) \leq Q'_s(k_i, j)] = \frac{\sum_{r=1}^{k_i} f(r)}{\sum_{r=1}^M f(r)} \quad (5)$$

f) 对于给定的置信水平  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), 分别计算第  $j$  时刻实测流量的下界预测值  $QL(j)$  和上界预测值  $QU(j)$ , 即内插累计频率曲线概率依次为  $\frac{1-\alpha}{2} \times 100\%$  与  $\frac{1+\alpha}{2} \times 100\%$  处对应的预测值。

### 3. 应用实例

#### 3.1. 实验流域

本文研究了上述方法在汉江流域中的 5 个子流域的应用情况。5 个子流域均为湿润地区, 且资料长度均为 8 年。以前 5 年(共 1827 天)的流域实测平均日降雨、日蒸发和日径流作为率定期, 后 3 年(共 1095 天)的流域实测平均日降雨、日蒸发和日径流作为检验期。流域具体资料见表 1。

#### 3.2. 水文模型

本文采用新安江模型、SMAR 模型、SIMHYD 模型和 Tank 模型共 4 个水文模型进行日径流的预报。现将 4 个水文模型简单介绍如下:

新安江模型的核心是蓄水容量曲线, 可适用于湿润地区与半湿润地区, 该模型共有 15 个参数, 且每

一个参数都有很强的物理意义<sup>[11]</sup>。SMAR 模型是一个超渗、蓄满混合模式的概念性水文模型<sup>[12]</sup>, 该模型结构简单, 只有 9 个参数。SIMHYD 模型属于简单集总式模型<sup>[13]</sup>, 同样采用了超渗、蓄满混合产流模式, 可以用于干旱和湿润地区, 该模型参数较少, 只有 7 个参数。Tank 模型又称水箱模型, 由垂直设置的几个串联水箱组成, 模型中的参数并无实际的物理意义, 但是此模型的弹性甚好, 各种大小流域、各种气候和地形条件都可以应用<sup>[14]</sup>, 本文中采用四层水箱模型, 出流边孔采用 2、1、1、1 型, 上三层各有一个下渗孔, 最后一层不下渗。

#### 3.3. 似然函数

模型率定时, 需要定义一个评价模拟流量模拟实测流量好坏的标准, 即似然函数。似然函数必须满足一定的特点: 当模拟系列与实测系列没有相似性时它的值应为 0, 并且相似性越高, 它的值应越大。本文采用纳西效率系数  $R^2$  作为似然函数, 表达式如下所示:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{NQ} (Q_{obs,j} - Q_{sim,j})^2}{\sum_{j=1}^{NQ} (Q_{obs,j} - \overline{Q_{obs,j}})^2} \quad (6)$$

其中,  $Q_{obs,j}$  和  $Q_{sim,j}$  分别表示第  $j$  时刻的实测流量和模拟流量。 $\overline{Q_{obs,j}}$  为率定期实测流量的平均值,  $NQ$  为率定期流量的个数。

#### 3.4. GLUE 方法和 MXGLUE 方法参数取值

GLUE 方法共有 3 个参数, 即似然函数阈值  $TH$ 、有效参数组的个数  $M$ 、置信水平  $\alpha$ 。MXGLUE 方法在 GLUE 方法的基础上增加了一个参数, 即将模拟流量系列划分成的区间个数  $N$ 。每个参数的取值如下:  $TH$  为 0.5,  $M$  为 2000,  $\alpha$  为 0.8,  $N$  为 200。

Table 1. Information of five sub-catchments  
表 1. 研究流域资料

汉江子流域	流域面积(km <sup>2</sup> )	平均日蒸发(mm)	平均日降雨(mm)	平均日径流(m <sup>3</sup> /s)	资料长(年)
灞河	1275	2.01	2.59	18.01	1980~1987
褒河	3415	1.90	2.41	45.84	1980~1987
甲河	5578	3.11	2.25	58.63	1980~1987
天河	1281	2.25	2.31	12.67	1980~1987
牧马河	1224	2.28	3.20	39.30	1980~1987

### 3.5. 预测区间评价指标

为了反映水文模型模拟和预报实测流量的不确定性,每个实测流量的预测结果不应该是单纯的点估计(仅仅一个数值),而应该是给定置信水平下的区间估计。因此,如何有效的评价预测区间的好坏对于综合和客观理解模拟的不确定性问题就变得十分重要。因此,本文选择了3个比较常用的指标从不同的角度来评价预测区间的好坏。它们的定义如下<sup>[15,16]</sup>:

1) 覆盖率( $CR$ )。覆盖率是指预报区间覆盖实测流量数据的比率。它是最常用的预测区间评价指标。 $CR$ 越大,表示预测区间覆盖率越高。

2) 平均带宽( $B$ )。平均带宽是所有实测流量的预测区间上下界差值的平均值。

$$B = \frac{1}{NQ} \sum_{j=1}^{NQ} (QU(j) - QL(j)) \quad (7)$$

符号意义同前。对于指定的置信水平,在保证有较高的覆盖率前提下,预报区间的平均带宽越窄越好。

3) 预测区间不对称程度( $S$ )。

$$S = \frac{1}{NQ} \sum_{j=1}^{NQ} \left| \frac{QU(j) - Q_{obs,j}}{QU(j) - QL(j)} - 0.5 \right| \quad (8)$$

符号意义同前。理论上, $S$ 越小,表示预测区间的对称性越好。

## 4. 结果对比

### 4.1. 同一模型在不同流域之间的结果对比

以新安江模型为例,比较了在5个流域上分别按

照 GLUE 方法与 MXGLUE 方法计算的预测区间的性质。计算结果见表 2。

从表 2 可以看出,在 5 个流域上 MXGLUE 方法计算出来的覆盖率( $CR$ )明显比 GLUE 方法的高,不对称性( $S$ )明显比 GLUE 方法的低,但是它的平均带宽( $B$ )普遍比 GLUE 方法的高。也就是说,从  $CR$  和  $S$  这两个指标看, MXGLUE 计算出来的预测区间比 GLUE 方法的相对优良,从  $B$  指标看, MXGLUE 计算出来的预测区间比 GLUE 方法的较差。正如熊立华<sup>[15]</sup>指出的,随着覆盖率的增高,平均带宽也会增大。因此改进的 GLUE 方法在提高覆盖率的同时也在一定程度上增大了平均带宽。此外,从表 2 还可以看出:随着流域平均日径流的增大,预测区间的平均带宽也有增大的趋势。

选用牧马河流域率定期中的 1983 年和检验期中的 1987 年的预测区间图(分别见图 1 和图 2)来比较 MXGLUE 方法与 GLUE 方法计算出来的预测区间的优良性。其结果和表 2 一致。其它 3 个模型在 5 个不同流域之间的结果对比与之相似。

### 4.2. 不同模型在同一流域上的结果对比

以牧马河流域为例,比较了 4 个模型分别按照 GLUE 方法和 MXGLUE 方法计算的预测区间的性质。计算结果见表 3。从表 3 可以看出,不同的模型计算出来的预测区间性质差别较大。与其它 3 个模型相比, SIMHYD 的模拟效果最差。但是经过模拟偏差修正之后,4 个模型的预测区间性质都改善了很多。具体结论同上所述。其它 4 个流域的计算结果也与之相似。

Table 2. Indices of prediction bounds of Xinanjiang model on five sub-catchments  
表 2. 新安江模型在 5 个流域上的预测区间的评价指标

计算方法	模型运行期	指标	灞河	褒河	甲河	天河	牧马河
GLUE	率定期	$CR$	0.67	0.59	0.72	0.67	0.67
		$B(m^3/s)$	27.25	64.05	91.01	17.93	45.52
		$S$	0.59	1.35	0.6	0.77	0.56
	检验期	$CR$	0.67	0.57	0.7	0.6	0.66
		$B(m^3/s)$	18.55	27.55	69.37	11.19	38.39
		$S$	0.72	1.92	0.76	0.92	0.65
MXGLUE	率定期	$CR$	0.81	0.84	0.90	0.85	0.82
		$B(m^3/s)$	30.51	85.18	109.05	22.30	51.41
		$S$	0.32	0.34	0.26	0.29	0.33
	检验期	$CR$	0.84	0.81	0.89	0.81	0.85
		$B(m^3/s)$	21.73	41.81	91.01	15.81	43.39
		$S$	0.32	0.80	0.29	0.35	0.32

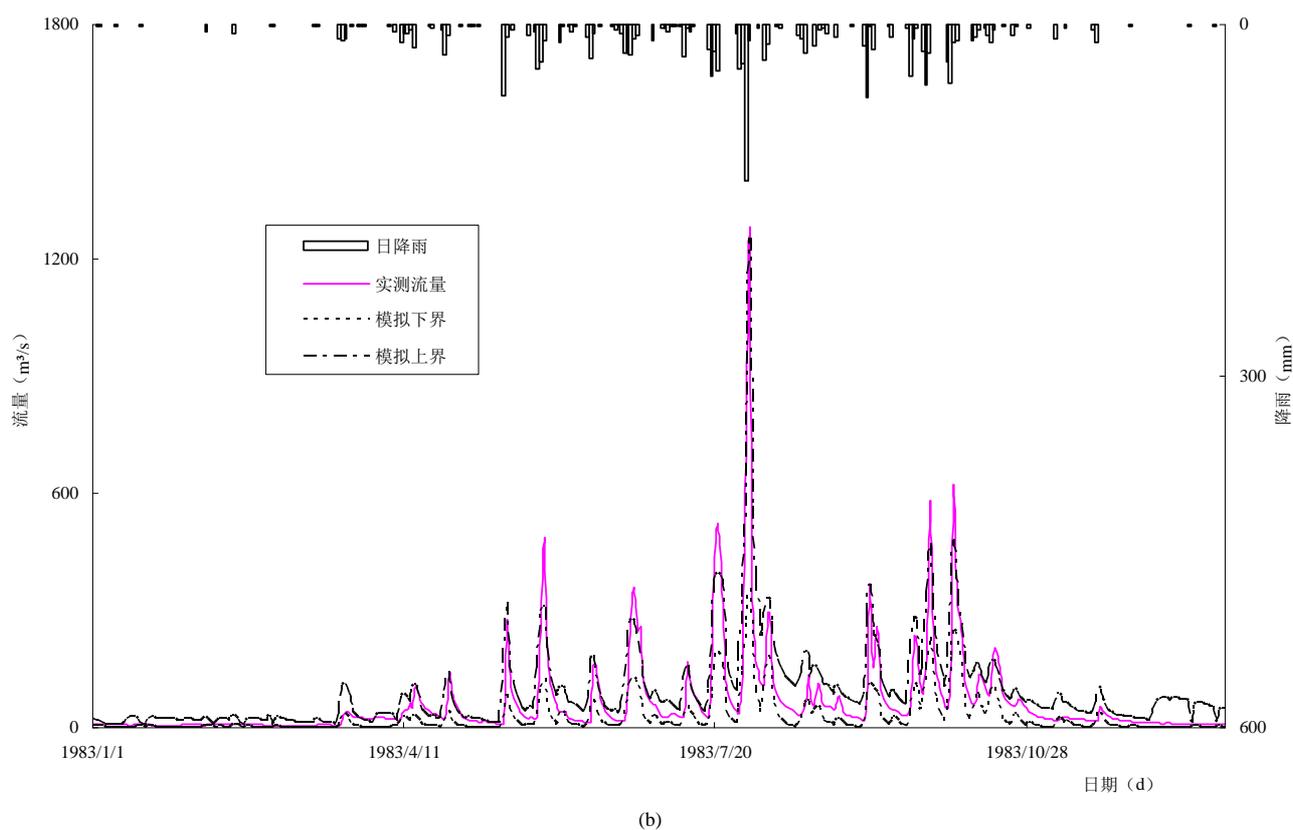
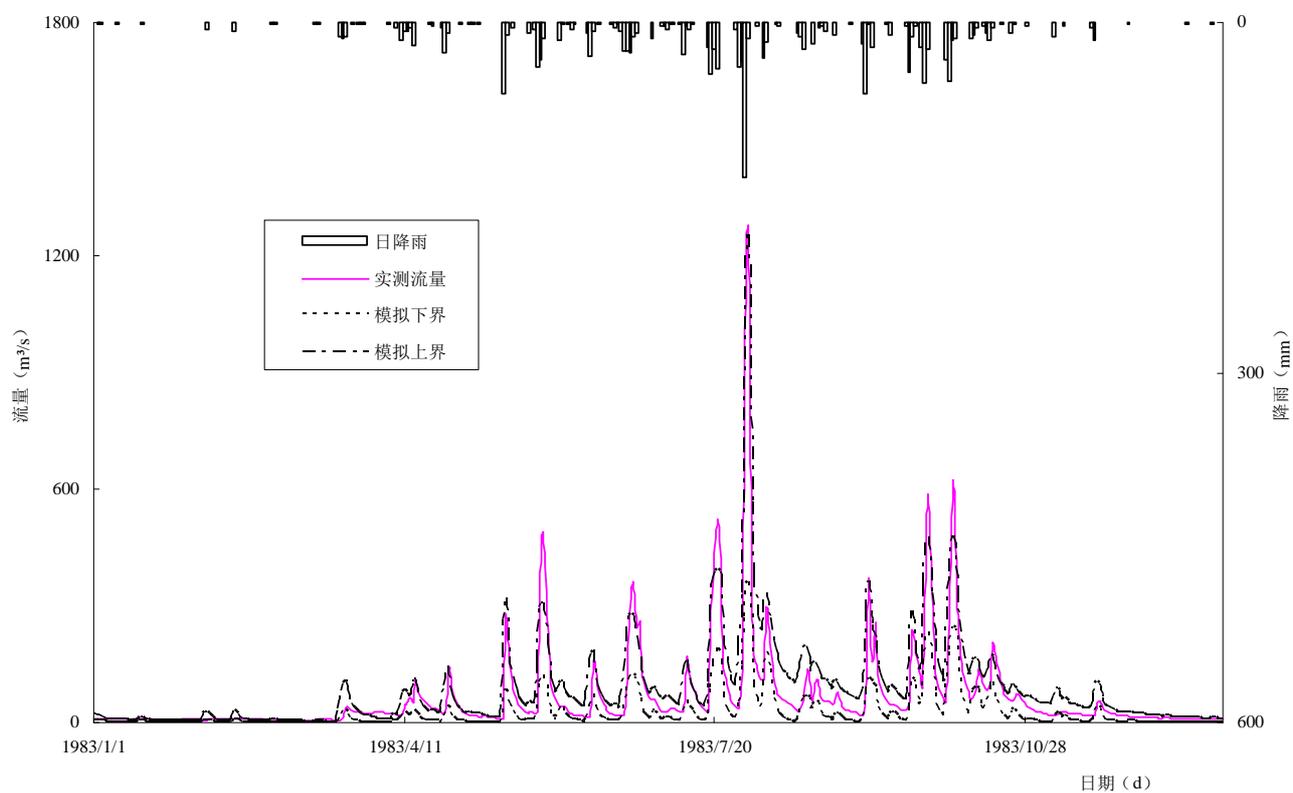


Figure 1. Prediction bounds of Xinanjiang model obtained by (a) GLUE; (b) MXGLUE on the Mumahe catchment in 1983  
 图 1. 新安江模型在牧马河流域上分别按(a) GLUE 方法; (b) MXGLUE 方法计算的 1983 年的预测区间

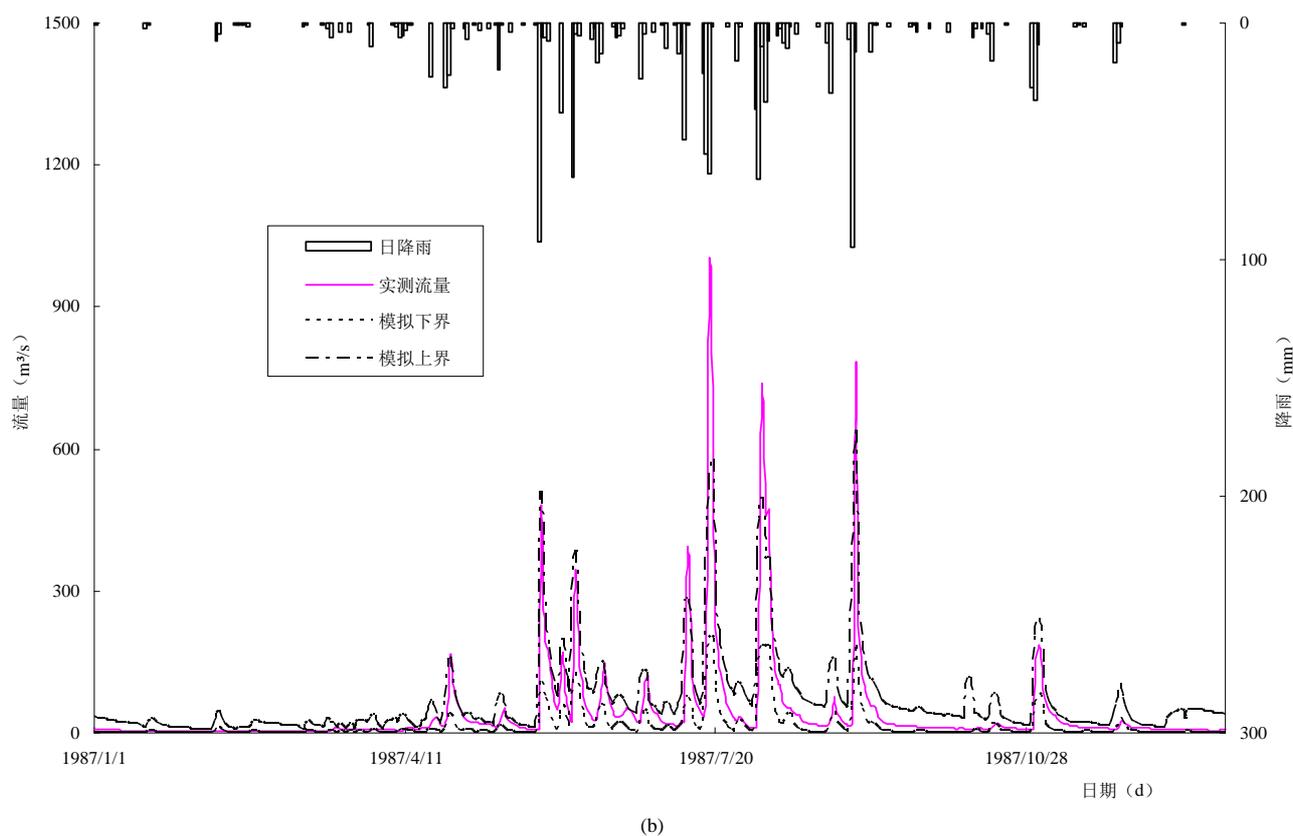
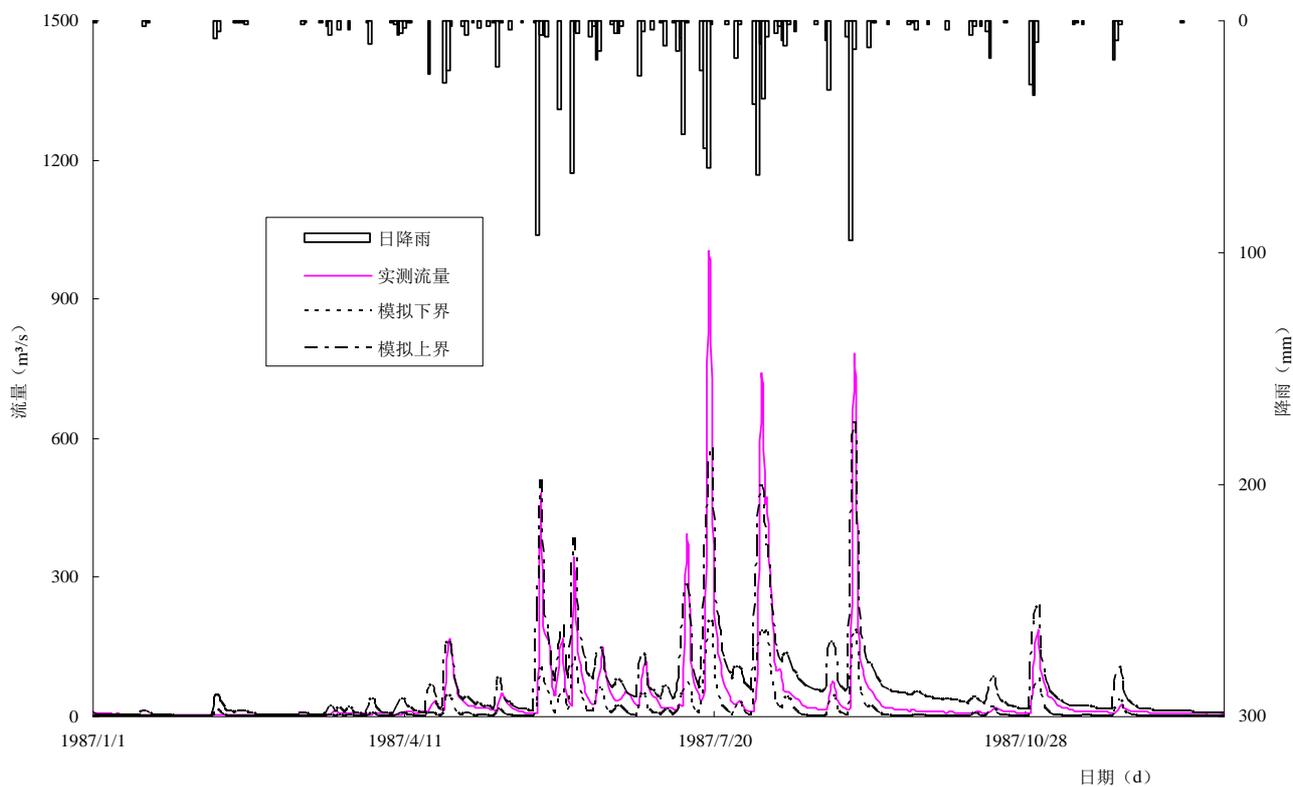


Figure 2. Prediction bounds of Xinanjiang model obtained by (a) GLUE; (b) MXGLUE on the Mumahe catchment in 1987  
 图 2. 新安江模型在牧马河流域上分别按(a) GLUE 方法; (b) MXGLUE 方法计算的 1987 年的预测区间

**Table 3. Indices of prediction bounds of four hydrological models on the Mumahe catchment**  
**表 3. 4 个模型在牧马河流域上的预测区间的评价指标**

计算方法	模型运行期	指标	新安江	SMAR	SIMHYD	Tank
GLUE	率定期	CR	0.67	0.71	0.19	0.61
		$B(m^3/s)$	45.52	55.65	24.36	53.22
		S	0.56	0.67	66.29	0.52
	检验期	CR	0.66	0.69	0.22	0.71
		$B(m^3/s)$	38.39	46.03	21.64	35.69
		S	0.65	0.86	97.07	0.56
MXGLUE	率定期	CR	0.82	0.94	0.56	0.68
		$B(m^3/s)$	51.41	65.06	62.45	60.16
		S	0.33	0.24	3.97	0.44
	检验期	CR	0.85	0.94	0.61	0.75
		$B(m^3/s)$	43.39	54.89	62.39	42.43
		S	0.32	0.25	6.24	0.55

## 5. 结论

基于 Monte Carlo 随机取样的 GLUE 方法虽然原理简单, 操作方便。但由于其对模型的模拟结果不加选择, 导致模型的模拟误差通过预测区间的形式反映出来, 从而降低了预测区间对实测流量的覆盖率。基于水文模型模拟偏差修正的改进 GLUE 方法能够显著提高预测区间的覆盖率及显著降低预测区间的不对称性。本文运用该改进方法评价了 4 个水文模型(即新安江模型、SMAR 模型、SIMHYD 模型和 Tank 模型)分别在汉江流域中的 5 个子流域上的预测区间的不确定性, 取得了较好的效果。

正如熊立华<sup>[15]</sup>指出的, 随着覆盖率的增高, 平均带宽也会增大。因此改进的 GLUE 方法在提高覆盖率的同时也在一定程度上增大了平均带宽。此外, 作者还发现: 随着流域平均日径流的增大, 预测区间的平均带宽也有增大的趋势。因此, 如何在提高覆盖率的同时有效的降低预测区间的平均带宽将是一个具有挑战性的难题。

## 参考文献 (References)

[1] 卫晓婧, 熊立华. 改进的 GLUE 方法在水文模型不确定性研究中的应用[J]. 水利水电快报, 2008, 29(6): 23-25.  
 WEI Xiao-jing, XIONG Li-hua. Application of the modified generalized likelihood uncertainty estimation method to hydrological model uncertainty analysis. Express Water Resources & Hydropower Information, 2008, 29(6): 23-25. (in Chinese)

[2] 舒畅, 刘苏峡, 等. 新安江模型参数的不确定性分析[J]. 地理研究, 2008, 27(2): 343-352.  
 SHU Chang, LIU Su-xia, et al. Uncertainty analysis of Xinanjiang model parameter. Geographical Research, 2008, 27(2): 343-

352. (in Chinese)

[3] 卫晓婧, 熊立华, 等. 融合马尔科夫链 - 蒙特卡洛算法的改进通用似然不确定性估计方法在流域水文模型中的应用[J]. 水利学报, 2009, 40(4): 464-480.  
 WEI Xiao-jing, XIONG Li-hua, et al. Application of Markov Chain Monte Carlo method based modified generalized likelihood uncertainty estimation to hydrological models. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40(4): 464-480. (in Chinese)

[4] BEVEN, K. J., BINLEY, A. M. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. Hydrological Processes, 1992, 6: 279-298.

[5] MONTANARI, A. Large sample behaviors of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) in assessing the uncertainty of rainfall-runoff simulations. Water Resources Research, 2005, 41: 13.

[6] BEVEN, K. J. A manifesto for the equifinality thesis. Journal of Hydrology, 2006, 320(1-2): 18-36.

[7] PAPPENBERGER, F., BEVEN, K. J. Ignorance is bliss: Or seven reasons not to use uncertainty analysis. Water Resources Research, 2006, 42: 8.

[8] MONTANARI, A. What do we mean by uncertainty? The need for a consistent wording about uncertainty assessment in hydrology. Hydrological Processes, 2007, 21: 841-845.

[9] XIONG, L., O'CONNOR, K. M. An empirical method to improve the prediction limits of the GLUE methodology in rainfall-runoff modeling. Journal of Hydrology, 2008, 349(1-2): 115-124.

[10] HORNBERGER, G. M., SPEAR, R. C. Approach to the preliminary analysis of environmental systems. Journal of Environmental Management, 1981, 12: 7-18.

[11] 詹道江, 叶守泽. 工程水文学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.  
 ZHAN Dao-jiang, YE Shou-ze. Engineering hydrology. Beijing: China Water Power Press, 2000. (in Chinese)

[12] 王光生, 夏士淳. SMAR 模型及其改进[J]. 水文, 1998, (增刊): 28-30.  
 WANG Guang-sheng, XIA Shi-zhun. SMAR model and its modification. Journal of China Hydrology, 1998, (Supplement): 28-30. (in Chinese)

[13] 王国庆, 王军平, 等. SIMHYD 模型在清涧河流域的应用[J]. 人民黄河, 2006, 28(3): 29-30.  
 WANG Guo-qing, WANG Jun-ping, et al. Application of SIMHYD model in basin of Qingjian river. Yellow River, 2006, 28(3): 29-30. (in Chinese)

[14] 徐宗学, 等. 水文模型[M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
 XU Zong-xue, et al. Hydrological Model. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)

- [15] XIONG L., WAN M., WEI X., et al. Indices for assessing the prediction bounds of hydrological models and application by generalised likelihood uncertainty estimation. *Hydrological Sciences Journal*, 2009, 54(5): 852-871.
- [16] 董磊华, 熊立华, 万民. 基于贝叶斯模型加权平均方法的水文模型不确定性分析[J]. *水利学报*, 2011, 42(9): 1065-1074.
- DONG Lei-hua, XIONG Li-hua and WAN Min. Uncertainty analysis of hydrological modeling using the Bayesian Model Averaging Method. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, 42(9): 1065-1074. (in Chinese)