

Using Partial L-Moments for Flood Frequency Analysis in the Northern Shaanxi

Junzhen Wang

Guizhou Dam Safety Observation Center, Guiyang Guizhou
Email: junzicau@163.com

Received: Mar. 26th, 2015; accepted: Apr. 8th, 2015; published: Apr. 14th, 2015

Copyright © 2015 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The northern Shaanxi province suffers serious and frequent flood disasters. In order to provide an efficient and reliable theoretical basis for design of the flood control project in this area, the Partial L-Moments was used for flood frequency analysis based on introducing the principles of Partial L-Moments. The annual maximum flood series of seven hydrologic stations (Jiaokou, Zhaoshiyao, Sudie, Liujia, Zhangjiashan, Zhidan and Shenmu) were used to estimate the parameters of Generalized Extreme Value (GEV) distribution by proposed method. The design floods were calculated and the flood frequency curve was fitted. Then the cumulative of squares error was regarded as an indicator to evaluate the effect and compared with the traditional method of moments. The results show that with censored level F_0 value increases, the relative deviation of the design value is smaller. Partial L-Moments can describe the data better in flood analysis and improve the estimation precision of design floods. Partial L-Moments is a reasonable and effective method and can be used for flood frequency analysis in the northern Shaanxi province.

Keywords

Flood Frequency Analysis, Generalized Extreme Value Distribution, Parameter Estimation, Partial L-Moments

部分线性矩在陕北地区洪水频率分析中的应用

王俊珍

贵州省大坝安全监测中心, 贵州 贵阳
Email: junzicau@163.com

作者简介: 王俊珍(1987-), 女, 助理工程师。现就职单位: 贵州省大坝安全检测中心。研究方向: 水文学及水资源。

收稿日期：2015年3月26日；录用日期：2015年4月8日；发布日期：2015年4月14日

摘要

陕北地区洪水灾害严重且频繁，为了该区水利防洪工程设计建设提供可靠的理论依据，研究部分线性矩在该区洪水频率分析中的应用。本文在介绍部分线性矩原理的基础上，选取陕北交口河、赵石窖、绥德、刘家河、张村驿、志丹及神木7个水文站的洪峰流量资料，将部分线性矩应用于陕北地区洪水序列参数估计中，计算设计洪水值，并拟合洪水频率曲线，利用累积相对偏差平方和评价所得洪水频率曲线对洪峰序列拟合效果，并与普通线性矩法拟合结果进行比较分析。利用部分线性矩和普通线性矩对陕北7个水文站洪水频率进行的分析表明：除了张村驿站外，随着删失值 F_0 的增大，设计值的相对偏差值越小，说明部分线性矩法对高尾部经验点据拟合效果更好，提高了设计值估算精度。因此，是一种合理有效的洪水频率分析参数估计方法，可用于陕北地区的洪水频率计算。

关键词

洪水频率分析，广义极值分布，参数估计，部分线性矩

1. 引言

洪水因暴雨形成，具有突发性，破坏性和危险性，可使村镇、城市及人民生命财产毁于一旦[1]。陕北地区洪水灾害严重且频繁，修建水库和堤防等水利工程是必要的防洪措施。而推求设计洪水是防洪规划和建设的依据[2] [3]。在水利工程中，往往需要推求大重现期的洪水设计值，而设计值可靠与否，会直接影响到工程的安危[4]-[6]。目前，常用的参数估计方法有矩法、适线法、权函数法、概率权重矩法和线性矩法等，这些方法的估计精度及拟合效果优劣各异[7] [8]。譬如，矩法有较大的估计偏差，尤其是对 C_s 的估计；概率权重矩法具有良好的不偏性，但对于 C_s 的抽样误差较大，尤其是短序列；权函数法提高了 C_s 的估计精度，但是权函数属于单参数估计，不能解决均值，特别是 C_v 的估计精度问题；国内通常采用适线法，其中图解适线法可灵活调整参数，但主观任意性较大，结果因人而异；这些方法在一定程度上改善了估计精度，但对于大洪水段设计值拟合效果稍差[9]。因此，20世纪90年代，Bhattarai [10] [11]建议使用部分线性矩(Partial L-Moments)来拟合分布，对于长序列洪水，该法以截取频率分布拟合大流量值，效果良好，使外延的大重现期设计洪水值精度得到提高，且借助于计算机，容易实现计算过程。

本文选用陕北地区7个水文站洪峰流量序列为例，以部分线性矩法进行洪水频率曲线拟合，进而评价所得洪水频率曲线对序列拟合效果及设计值误差，以期为该区水利建设提供计算依据。

2. 部分线性矩

部分线性矩是用于估计删失样本的参数估计方法。给定一个排序样本 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ ，对于低删失，前4阶部分线性矩分别为

$$\lambda'_1 = \frac{1}{n C_1} \sum_{i=1}^n x_{(i)}^* \quad (1)$$

$$\lambda'_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{n C_2} \sum_{i=1}^n \left({}^{i-1}C_1 - {}^{n-i}C_1 \right) x_{(i)}^* \quad (2)$$

$$\lambda'_3 = \frac{1}{3} \frac{1}{n C_3} \sum_{i=1}^n \left({}^{i-1}C_2 - 2 {}^{i-1}C_1 {}^{n-i}C_1 + {}^{n-i}C_2 \right) x_{(i)}^* \quad (3)$$

$$\lambda'_4 = \frac{1}{4} \frac{1}{n C_4} \sum_{i=1}^n \left({}^{i-1}C_3 - 3 {}^{i-1}C_2 {}^{n-i}C_1 + 3 {}^{i-1}C_1 {}^{n-i}C_2 - {}^{n-i}C_3 \right) x_{(i)}^* \quad (4)$$

其中,

$$x_{(i)}^* = \begin{cases} 0 & x_{(i)} \leq x_0 \\ x_{(i)} & x_{(i)} > x_0 \end{cases} \quad (5)$$

$${}^n C_i = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (6)$$

式中, x_0 为低删失门限值。

3. 广义极值分布及其部分线性矩

广义极值分布(Generalized extreme value distribution, GEV)的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} \exp \left\{ - \left[1 - \frac{k}{\alpha} (x - \xi) \right]^{\frac{1}{k}} \right\}; & k \neq 0 \\ \exp \left\{ - \exp \left[- \frac{1}{\alpha} (x - \xi) \right] \right\}; & k = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其逆函数形式为

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (-\ln F)^k \right]; & k \neq 0 \\ \xi - \alpha \ln(-\ln F); & k = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中, k 为形状参数, α 为尺度参数, ξ 为位置参数。

Wang (1990) [12]提出了 GEV 分布部分概率权重矩, 当 $k \neq 0$ 时, 其表达式为

$$\beta'_r = \left(\xi + \frac{\alpha}{k} \right) \frac{1}{r+1} (1 - F_0^{r+1}) - \frac{\alpha}{k} \frac{\Gamma(1+k)}{(1+r)^{1+k}} P(1+k, -(1+r) \log F_0) \quad (9)$$

式中, $F_0 = F(x_0)$, x_0 为低删失门限值, $P(\cdot)$ 为不完全 gamma 函数, 即

$$P(1+k, -(1+r) \log F_0) = \int_0^{-(1+r) \log F_0} \frac{x^k e^{-x}}{\Gamma(1+k)} dx \quad (10)$$

把 $r=0, 1, 2$ 代入式(9), 可得

$$\beta'_0 = \left(\xi + \frac{\alpha}{k} \right) (1 - F_0) - \frac{\alpha}{k} \Gamma(1+k) P(1+k, -\log F_0) \quad (11)$$

$$\frac{2\beta'_1}{1-F_0^2} - \frac{\beta'_0}{1-F_0} = -\frac{\alpha}{k} \left[\frac{P(1+k, -2 \log F_0)}{2^k (1-F_0^2)} - \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0} \right] \quad (12)$$

$$\frac{\frac{2\beta'_1}{1-F_0^2} - \frac{\beta'_0}{1-F_0}}{\frac{3\beta'_2}{1-F_0^3} - \frac{\beta'_0}{1-F_0}} = \frac{\frac{P(1+k, -2 \log F_0)}{2^k (1-F_0^2)} - \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0}}{\frac{P(1+k, -3 \log F_0)}{3^k (1-F_0^3)} - \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0}} \quad (13)$$

令上式左边为

$$z = \frac{\frac{2\beta'_1}{1-F_0^2} - \frac{\beta'_0}{1-F_0}}{\frac{3\beta'_2}{1-F_0^3} - \frac{\beta'_0}{1-F_0}} \quad (14)$$

则有

$$z = \frac{\frac{P(1+k, -2\log F_0)}{2^k(1-F_0^2)} - \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0}}{\frac{P(1+k, -3\log F_0)}{3^k(1-F_0^3)} - \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0}} \quad (15)$$

当 $F_0 \neq 0$ 时, 给定 k 的取值范围 $-0.5 \leq k \leq 0.5$, 分别令 $F_0 = 0.1 \sim 0.5$, 根据式(15)分别计算各组取值对应的 z 值, 按式(16)拟合曲线, 求得曲线拟合系数如表 1 所示。

$$k = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + a_4z^4 \quad (16)$$

Hosking [13] (1990)给出线性矩与概率权重矩的前 4 阶关系为

$$\lambda_1 = \beta_0 \quad (17)$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (18)$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (19)$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (20)$$

式中, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 为概率权重矩, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 为前 4 阶线性矩, 而部分概率权重矩与部分线性矩有类似的线性关系, 式(14)中 $\beta'_0, \beta'_1, \beta'_2$ 由 $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3$ 代替, 并根据式(17)~式(20)的关系可得

$$z = \frac{\frac{\lambda'_2 + \lambda'_1}{1-F_0^2} - \frac{\lambda'_1}{1-F_0}}{\frac{\frac{1}{2}(\lambda'_3 + 3\lambda'_2 + 2\lambda'_1)}{1-F_0^3} - \frac{\lambda'_1}{1-F_0}} \quad (21)$$

根据式(1)~式(3), 由样本计算 $\hat{\lambda}'_1, \hat{\lambda}'_2, \hat{\lambda}'_3$, 并代入式(21), 可得 z 的估计量 \hat{z} 为

$$\hat{z} = \frac{\frac{\hat{\lambda}'_2 + \hat{\lambda}'_1}{1-F_0^2} - \frac{\hat{\lambda}'_1}{1-F_0}}{\frac{\frac{1}{2}(\hat{\lambda}'_3 + 3\hat{\lambda}'_2 + 2\hat{\lambda}'_1)}{1-F_0^3} - \frac{\hat{\lambda}'_1}{1-F_0}} \quad (22)$$

上式计算出 \hat{z} 值, 由式(16)计算参数 k 的估计值 \hat{k} , 其系数由表 1 查算。式(11)和式(12)可得参数 α, β 的估计值 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ 分别为

$$\hat{\alpha} = -\frac{\hat{k}}{\Gamma(1+\hat{k})} \frac{\frac{\hat{\lambda}'_2 + \hat{\lambda}'_1}{1-F_0^2} - \frac{\hat{\lambda}'_1}{1-F_0}}{\frac{P(1+\hat{k}, -2\log F_0)}{2^{\hat{k}}(1-F_0^2)} - \frac{P(1+\hat{k}, -\log F_0)}{1-F_0}} \quad (23)$$

Table 1. Coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 and a_4 for Equation (16)

表 1. 不同 F_0 下式(16)的拟合系数

F_0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
0.1	13.5148	-133.8265	412.3274	-540.4704	273.0131
0.2	70.1389	-588.5828	1786.8810	-2400.6486	1230.1124
0.3	251.3598	-2076.7787	6382.7434	-8738.3293	4530.9538
0.4	837.6504	-6936.4160	21519.5359	-29754.5905	15515.7045
0.5	2862.9526	-23750.7247	73940.7745	-102517.6261	53469.4924

$$\hat{\beta} = -\frac{\hat{\lambda}'_1}{1-F_0} + \frac{\hat{\alpha}}{\hat{k}} \left[\Gamma(1+\hat{k}) \frac{P(1+k, -\log F_0)}{1-F_0} - 1 \right] \quad (24)$$

当 $F_0 = 0.0$ 时，部分线性矩转化为普通线性矩。Hosking [13] (1990)推出了 GEV 分布下普通线性矩为

$$\lambda_1 = \xi + \alpha [1 - \Gamma(1+k)]/k \quad (25)$$

$$\lambda_2 = \alpha(1-2^{-k})\Gamma(1+k)/k \quad (26)$$

$$\tau_3 = 2(1-3^{-k})/(1-2^{-k}) - 3 \quad (27)$$

$$\tau_4 = [5(1-4^{-k}) - 10(1-3^{-k}) + 6(1-2^{-k})]/(1-2^{-k}) \quad (28)$$

当 $-0.5 < \tau_3 < 0.5$ 时，三个参数的估计量计算公式分别为

$$\hat{k} = 7.8590C + 2.9554C^2 \quad (29)$$

式中， $C = 2/3(3 + \tau_3) - \ln 2/\ln 3$ 。

$$\hat{\alpha} = \lambda_2 \hat{k} / [(1-2^{-\hat{k}})\Gamma(1+\hat{k})] \quad (30)$$

$$\hat{\xi} = \lambda_1 - \hat{\alpha} [1 - \Gamma(1+\hat{k})]/\hat{k} \quad (31)$$

式中， λ_1, λ_2 可由样本进行计算。

4. 实例应用

本文选取陕北 7 个水文测站的年最大流量资料，经还原处理，资料满足一致性要求，研究 GEV 分布部分线性矩法应用于洪水序列拟合的效果，资料的基本情况如表 2 所示。

4.1. 绘制频率曲线

计算不同 F_0 下各站年最大洪峰流量序列 GEV 分布参数估计值，由式(8)计算洪水设计值，并绘制理论频率曲线拟合图，如图 1 所示。

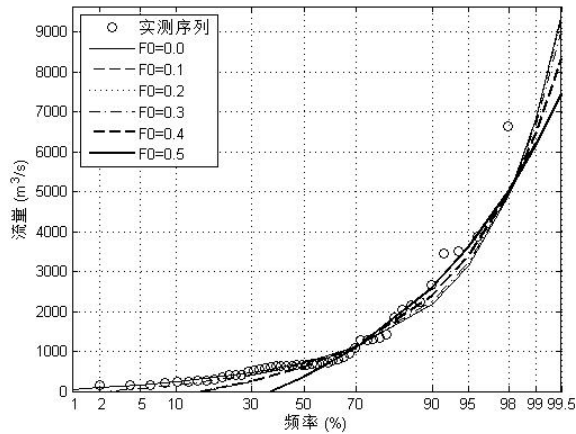
由图 1 看出，7 个测站普通线性矩法($F_0 = 0.0$)对低尾部经验点据拟合结果较好，随着 F_0 值的增大，洪水频率曲线对低尾部经验点据拟合结果变差，高尾部经验点据拟合结果得到显著改善，这表明部分线性矩法对高尾部洪水值拟合效果好。

4.2. 拟合效果分析

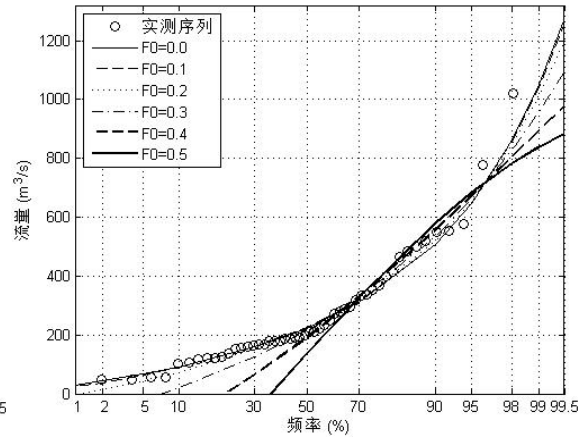
采用累积相对偏差平方和 δ 对上述拟合结果进行定量分析。式(32)为 $P = 50\% \sim 98\%$ 时，对应实测值与设计

Table 2. Lengths of annual maximum flows
表 2. 年最大流量资料系列长度

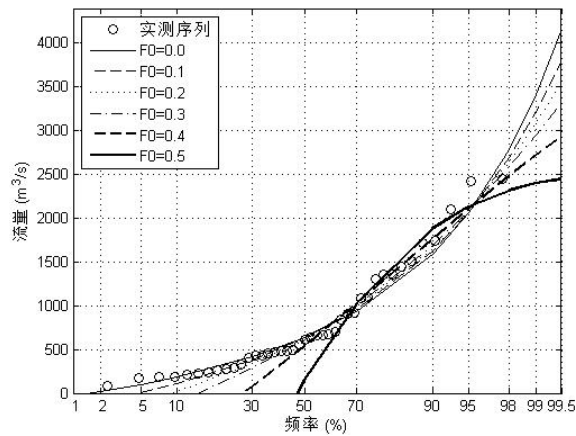
站名	张村驿	赵石窑	绥德	刘家河	张村驿	志丹	神木
起止年份	1963~2003	1954~2003	1963~2003	1959~2003	1963~2003	1964~2003	1956~2003
系列长度/年	41	50	41	45	41	40	48



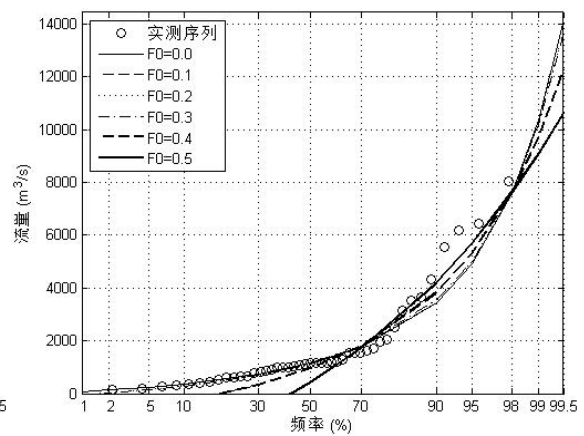
(a) 交口河



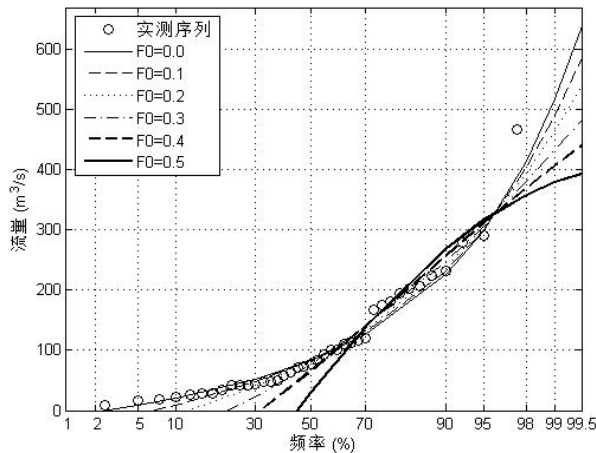
(b) 赵石窑



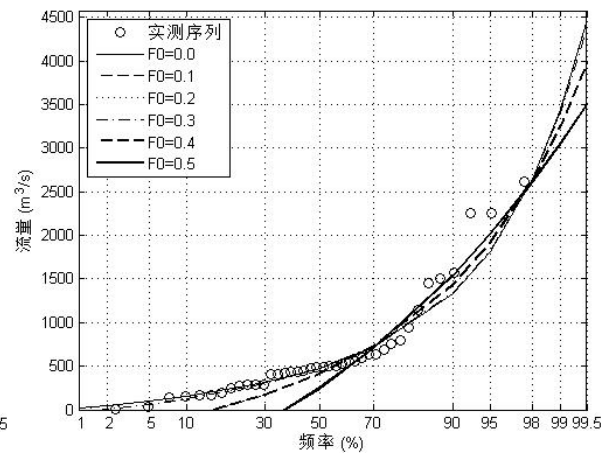
(c) 绥德



(d) 刘家河



(e) 张村驿



(f) 志丹

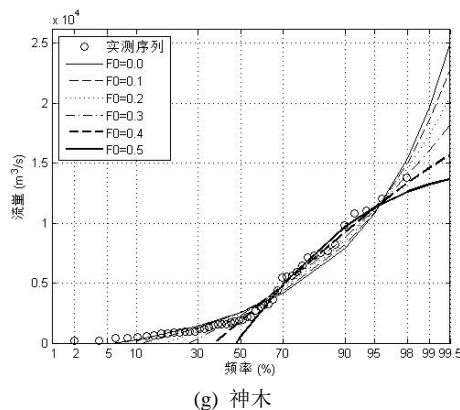


Figure 1. Flood frequency plot of annual maximum flows in northern Shaanxi

图 1. 陕北地区测站洪峰流量频率曲线图

Table 3. Comparison of quantile errors using different F_0

表 3. 不同 F_0 下各站设计值误差比较

站名	F_0					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
交口河	0.03399	0.03351	0.03300	0.02879	0.02045	0.01360
赵石窰	0.00492	0.00468	0.00380	0.00245	0.00148	0.00137
绥德	0.00586	0.00386	0.00271	0.00173	0.00069	0.00061
刘家河	0.02690	0.02689	0.02385	0.02294	0.01393	0.00778
张村译	0.01025	0.00764	0.00559	0.00358	0.00255	0.00271
志丹	0.01759	0.01758	0.01735	0.01568	0.00999	0.00602
神木	0.00934	0.00633	0.00377	0.00188	0.00064	0.00026

值累积偏差平方和的计算公式。

$$\delta = \sum_{i=i|P=50\%}^{i|P=98\%} \left(\frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right)^2 \quad (32)$$

式中, x_i 为实测值; \hat{x}_i 为设计值。计算结果如表 3 所示。

由表 3 可得出, 与普通线性矩($F_0 = 0.0$)相比较, 部分线性矩的设计值偏小。此外, 除了张村驿站, 其它 6 站随着 F_0 的增大, 高尾部设计值计算偏差越小, 即频率曲线与高尾部($P > 50\%$)经验点据越来越接近, 提高了设计值估算精度, 这与图 1 拟合曲线结果相一致。而张村驿站, 在 $F_0 \leq 0.4$ 时, 高尾部经验点据拟合效果与其它 6 站变化趋势相同, 但 $F_0 = 0.5$ 时, 设计值估算偏差变大, 说明并非 F_0 越大越好, 即并非截掉小洪水值越多越好, 而是选择合适的 F_0 值, 可提高设计值估算精度。因此, 通过增大 F_0 值的方式来拟合高尾部洪水值是可行的, 提高了该区设计值估算精度。

5. 结论

本文以陕北地区 7 个水文测站的年最大洪峰流量序列为例, 以部分线性矩法对洪峰序列进行参数估计, 评价其拟合效果及设计值的偏差。结果表明, 部分线性矩法通过增大 F_0 值的方式来拟合高尾部洪水值是可行的, 且随着 F_0 的增大, 高尾部设计值计算偏差越小, 可为研究区防洪工程建设提供理论依据。但并非 F_0 越大越好,

应选择合适的 F_0 值, 可提高设计值估算精度。

参考文献 (References)

- [1] 李桃英. 陕西省灾害性洪水类型及成因分析[J]. 水文, 2004, 4(24): 39-42.
LI Taoying. The types of disastrous floods in Shaanxi Province and the concerned genetic analysis. Hydrology, 2004, 4(24): 39-42. (in Chinese)
- [2] 谢平, 李析男, 许斌, 等. 基于希尔伯特 - 黄变换的非一致性洪水频率计算方法: 以西江大湟江口站为例[J]. 自然灾害学报, 2013, 1(22): 85-94.
XIE Ping, LI Xinan, XU Bin, et al. Hydrological frequency calculation method of inconsistent flood series based on Hilbert-Huang: A case study of Dahuangjiangkou station of Xijiang River. Journal of Natural Disasters, 2013, 1(22): 85-94.
- [3] 詹道江, 徐向阳, 陈元芳. 工程水文学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2011: 1-282.
ZHAN Daojiang, XU Xiangyang, CHEN Yuanfang. Engineering hydrology. Beijing: China Water Power Press, 2011: 1-282. (in Chinese)
- [4] 王俊珍, 宋松柏. 基于高阶线性矩法的洪水设计值研究[J]. 水力发电学报, 2014, 6(33): 33-42.
WANG Junzhen, SONG Songbai. Application of higher-order L-moments for flood quantile estimation. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 6(33): 33-42. (in Chinese)
- [5] 王俊珍, 宋松柏. 具有历史洪水资料的期望矩法参数估计研究[J]. 水力发电学报, 2014, 33(2): 8-18.
WANG Junzhen, SONG Songbai. Expected moments algorithm method for parameters estimation with consideration of historical flood. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 33(2): 8-18. (in Chinese)
- [6] 董闯, 宋松柏. 群智能优化算法在水文频率曲线适线中的应用[J]. 水文, 2011, 31(2): 20-26.
DONG Chuang, SONG Songbai. Application of swarm intelligence optimization algorithm in optimization fitting of hydrologic frequency curve. Journal of China Hydrology, 2011, 31(2): 20-26. (in Chinese)
- [7] 邓育仁, 丁晶, 韦雪艳. 水文计算中的模糊优化适线法[J]. 水电站设计, 1995, 11(4): 43-47.
DENG Yuren, DING Jing, WEI Xueyan. Fuzzy optimal curve fitting method in frequency analysis. Design of Hydroelectric Power Station, 1995, 11(4): 43-47. (in Chinese)
- [8] 谢平, 郑泽权. 水文频率计算有约束加权适线法[J]. 武汉水利电力大学学报, 2000, 33(1): 49-52.
XIE Ping, ZHENG Zequan. A constrained and weighted fitting method for hydrologic frequency calculation. Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 2000, 33(1): 49-52. (in Chinese)
- [9] 周芬, 郭生练, 肖义, 等. P-III 型分布参数估计方法的比较研究[J]. 水电能源科学, 2003, 21(3): 10-13.
ZHOU Fen, GUO Shenglian, XIAO Yi, et al. Comparative study on parameter estimation methods of Pearson type III distribution. Water Resource and Power, 2003, 21(3): 10-13. (in Chinese)
- [10] BHATTARAI, K. P. Partial L-moments for the analysis of censored flood samples. Hydrological Sciences, 2004, 49(5): 855-868.
- [11] WANG, Q. J. Using partial probability weighted moments to fit the extreme value distributions to censored samples. Water Resources Research, 1996, 32(6): 1767-1771.
- [12] WANG, Q. J. Estimation of GEV distribution from censored samples by method of partial probability weighted moments. Journal of Hydrology, 1990, 120(1-4): 103-114.
- [13] HOSKING, J. R. M. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. Journal Royal Statistical Society, 1990, 52(2): 105-124.