

# Study on Flood Propagation in the Upstream of Hanjiang River Using MIKE11 Model

Chao Gao, Tao Bai\*, Wangwang Yang, Jianxia Chang, Sa Zhang

State Key Lab of Northwest Arid Ecology and Hydraulic Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an Shaanxi  
Email: \*baitao@xaut.edu.cn

Received: Mar. 29<sup>th</sup>, 2017; accepted: Apr. 15<sup>th</sup>, 2017; published: Apr. 18<sup>th</sup>, 2017

## Abstract

In order to overcome the shortcomings of artificial error and low precision in the traditional flood routing models, the MIKE11 was used to simulate the flood process of watercourse and analyze the flood propagation time and discharge evolution rule. Taking the upstream of Hanjiang River as an example, the MIKE11 HD flood evolution model and Muskingum method were established, respectively. The results show that the MIKE11 HD not only can be applied to flood simulation in the upstream of Hanjiang River, but also reaches the first-order accuracy. The calculated results confirm the reliability and accuracy of the MIKE11 HD model. By comparing the results of the two models with the measured data, the function relationship between the flow and the propagation time of Ankang-Shuhe hydropower stations are plotted, and the law of flood evolution is revealed. These results provide scientific basis for the safety of downstream flood control, construction of Xunyang reservoir, and operation of cascade reservoirs.

## Keywords

MIKE11 HD, Muskingum Method, Roughness Coefficient Calibration, Flood Propagation, Propagation Time

# 基于MIKE11的汉江上游洪水演进规律研究

高超, 白涛\*, 杨旺旺, 畅建霞, 张飒

西安理工大学, 西北旱区生态水利工程国家重点实验室, 陕西 西安  
Email: \*baitao@xaut.edu.cn

收稿日期: 2017年3月29日; 录用日期: 2017年4月15日; 发布日期: 2017年4月18日

## 摘要

为克服传统的河道洪水演进模型中存在的人为误差和模拟精度低的问题, 引入MIKE11对河道洪水过程进行数值模拟,

作者简介: 高超(1992-)男, 湖北黄石人, 在读硕士, 主要从事水资源系统工程研究。  
\*通讯作者。

分析区间洪水传播时间和流量演进规律。以汉江上游河段为例,分别建立MIKE11HD和马斯京根的洪水演进模型。结果对比表明:MIKE11不仅可应用于汉江流域的洪水模拟,且模拟结果达到了甲级预报精度,计算结果验证了MIKE11模型的可靠性、准确性。将两种模型结果和实测数据进行对比,绘制了安康电站-蜀河电站的流量与传播时间的函数关系,揭示了洪水演进规律。研究成果为实现下游河道防洪、旬阳水库建设、梯级水库调度运行的安全提供科学依据。

## 关键词

MIKE11模型, 马斯京根, 糙率率定, 流量演进, 传播时间

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

河道洪水演进是根据断面的入流条件,以及洪水波的传播、坦化、变形规律,采用各种技术手段求得下断面的出流过程。科学、准确地预报河道洪水传播时间、模拟洪水涨退过程、揭示洪水演进规律,能够尽早地发布洪水警报,使洪水受淹区的居民及时撤离,最大程度地降低洪水灾害。

目前,分析河道流量演进常用马斯京根法。该方法以其简单的模型结构,可靠的模拟效果,成为使用广泛的河道洪水演算的水文学方法。随着科学技术的发展,MIKE11水动力学模型开始进入应用领域。其中MIKE11HD模块根据水力学原理,借助计算机工具数值求解圣维南方程组,在国内外科学研究和工程应用的广泛领域都获得了令人满意的效果,已成为多个国家的标准工具。近年来,国内用马斯京根法和MIKE11模型在不同流域进行了有关河道流量演进规律的研究:严伏朝等[1]利用马斯京根法的正向演算和基于经验的断面流量相关法的反向演算研究渭河下游小流量演进规律;白涛等[2]在分析防凌期流量演进特点的基础上,考虑封开河日期、槽蓄水增量、气温等凌情影响因子提出了分期分河段的混合算法以改进传统演进方法;Rahman等[3]在孟加拉国提斯塔河应用频率分析软件和MIKE11模型确定了不同重现期的设计洪水流量和相应的洪水演进过程;吴天蛟等[4]应用MIKE11软件建立有区间入流的三峡库区水力学洪水演进模型,得到对应的出库流量、坝前水位的模拟值,预报精度达到甲级标准;林波等[5]将MIKE11水动力模型和降雨径流模型(NAM)耦合,应用到三江平原挠力河流域,结果表明MIKE11/NAM模型可以对挠力河流域降雨径流过程进行较好的模拟。

汉江是长江最大支流,上游正在建设实施引汉济渭跨流域调水工程,中下游的南水北调中线工程通水两年,累计供水超过60亿 $m^3$ 。加上汉江上游在建的旬阳水电站,汉江上游已成为我国重点水利建设和跨流域调水的核心区域。但针对汉江上游洪水演进规律的研究成果较少,特别是汛期不同量级洪水预报、演进规律的研究少之又少。因此,亟需开展汉江上游河段洪水演进的研究。本文针对当前安康市防洪安全、旬阳水电站建设期的防洪安全、梯级水库群洪水资源化以及汉江上游流域防洪风险面临的实际问题,拟采用MIKE11HD水动力学模型、马斯京根法模拟河道流量演进过程,以获得安康水库不同下泄流量到达下游安康城区、旬阳、蜀河的传播时间;阐明不同遇见期洪水到达下游各断面的传播时间函数关系,揭示区间洪水的传播规律。研究成果对于蜀河电站的防洪预警、合理调度和安康城区防洪撤离、旬阳电站预停施工具有重要的参考价值,可为梯级水库群洪水资源化以及梯级水库的安全调度运行提供科学依据。

## 2. 模型介绍

### 2.1. MIKE11 HD 水动力模型

MIKE11系列软件是由丹麦水动力研究所开发研制,属分布式水文模型,软件的功能涉及范围从降雨、产

流、河流、城市、河口、近海、深海等水文循环的整个过程，目前，MIKE11 软件系列在国内很多水利工程中成功应用，包括长江流域、松花江流域、黄河流域等[6] [7] [8] [9] [10]。本文河道洪水演算主要应用 MIKE11 HD 水动力模块。

### 2.1.1. 模型原理和求解方法

洪水波的演进与变形可用一元非恒定流的基本方程组描述，即圣维南方程组，其连续性和运动方程具如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C^2 AR} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中：A 为过水断面，m<sup>2</sup>；Q 为流量，m<sup>3</sup>/s；t 为时间，s；x 为距离，m；h 为断面平均水深，m；C 为谢才系数，m<sup>1/2</sup>/s；g 为重力加速度，m<sup>2</sup>/s；q 为侧向流入流量，m<sup>3</sup>/s；R 为水力半径，m。

MIKE11 对于一维河道非恒定流的基本方程组式(1)应用 Abbot 六点隐式差分进行求解。河道上横断面(节点)按照水位 - 流量 - 水位的顺序交替布置，如图 1 所示，即 h 和 q 不在同一个计算节点同时出现，q 点总是布置在相邻的 h 点之间，距离可以不相同。然后，在每个时间步长内，利用隐式格式的有限分法交替计算 q 和 h [11]。

在连续方程中，Q 仅对 x 求偏导，所以方程可以写成以 h 为中心的形式，见图 2；动量方程则以 Q 为中心，见图 3。

### 2.1.2. MIKE11 建模流程图

MIKE11 软件内部通过河网文件(.nwk11)、断面文件(.xns11)、边界条件(.bnd11)、模型参数文件(.hd11)和时间序列文件(.dfs0)进行组织和实现文件输入。具体资料主要包括：1) 河网形状；2) 河道和滩区断面数据；3) 模拟边界处水文实测数据，本文采用水位过程和流量过程。具体的建模步骤如图 4 所示。

## 2.2. 马斯京根流量演进模型

马斯京根流量演算法是以运动波理论为基础，主要使用连续方程和简化或是近似处理的动力方程联解。通过线性假定建立槽蓄方程，联合水量平衡方程可得如下流量演算方程[12]

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1 \quad (2)$$

其中：

$$\begin{cases} C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \\ C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \\ C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \end{cases}$$

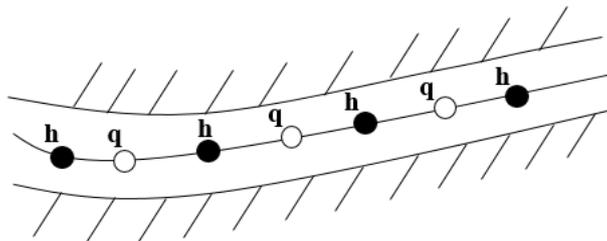


Figure 1. Node arrangement on river reach  
图 1. 计算河道上节点布置

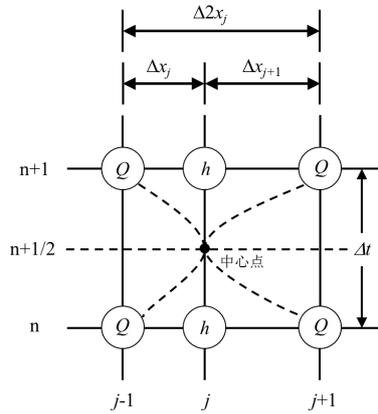


Figure 2. Continuous equation Abbott six-point implicit difference scheme

图 2. 连续方程 Abbott 六点隐式差分格式

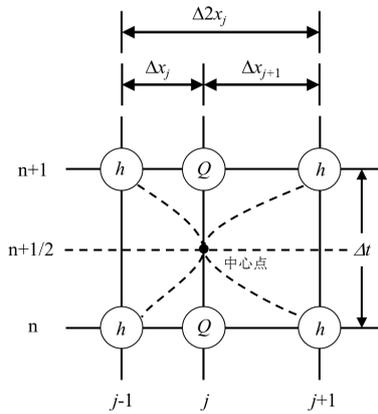


Figure 3. Momentum equation Abbott six-point implicit difference scheme

图 3. 动量方程 Abbott 六点隐式差分格式

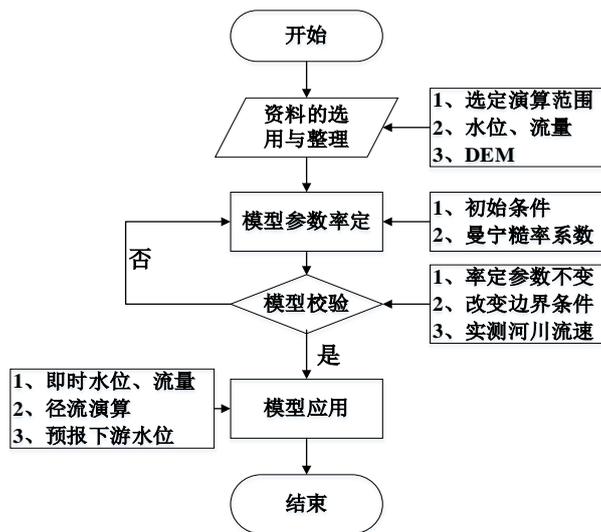


Figure 4. Flow chart for the MIKE11 HD hydrodynamic model

图 4. MIKE11 HD 水动力模型建模流程图

式中： $Q_1$ ， $Q_2$ ， $I_1$ ， $I_2$  分别为研究河段时段始末出流断面流量和时段始末入流断面流量， $K$  为槽蓄曲线坡度， $x$  为流量因子。

### 3. 实例应用

#### 3.1. 区域概况

安康水库位于汉江上游安康市境内，是一座以发电为主，兼顾防洪、航运等综合利用的大型水利枢纽，也是汉江上游梯级水库的龙头水库。坝址位于安康市城西 18 km 处，控制流域集水面积 35,700 km<sup>2</sup>。目前，安康水库至蜀河水库区间河段旬阳处正在兴建汉江上游规划的第五级水电站——旬阳水电站，其位于陕西省旬阳县城南约 2 km，上距已建的安康水电站 65 km，下距蜀河水电站 55 km。本文研究河段为以安康水电站为入流控制断面，以蜀河水电站为出流控制断面的安康\_蜀河河段。安康水库至蜀河水库全长 109.36 km，占汉江干流全河段的 7%，落差 61 m，河床平均比降为 0.06%。

安康至蜀河河段包括月河、黄洋河、坝河、旬河四条支流，支流均设有水文站。已建的水电站有安康电站和蜀河电站，在建的水电站有旬阳电站。由于流域内山高坡陡，岩层透水性差，加之河槽又缺乏良好的调节作用，洪水过程消涨极快，峰形尖瘦、一次洪水过程一般历时 5~7 天。洪水年际变化较大，安康 1983 年实测最大洪峰流量为 31,000 m<sup>3</sup>/s，1966 年最大洪峰流量仅 3500 m<sup>3</sup>/s，前者是后者的 8.7 倍，本流域洪水变差系数较大。洪水季节性特点表现为：夏季强度大、历时短，秋季洪量大、历时长，河段示意如图 5。

#### 3.2. MIKE11 模型及其计算结果

##### 3.2.1. 数据处理

本文以汉江流域 DEM 数据为基础资料，应用 ARCGIS10.2 软件建立河网文件底图。通过查阅相关水文手册和水电站实测资料，得到详细的河道断面资料和边界处的小时尺度流量和水位资料。数据资料包括安康电站出库径流资料、安康电站 - 蜀河电站区间支流径流资料、旬阳电站坝址径流资料和蜀河电站坝址径流资料。研究河段为汉江上游安康电站至蜀河电站，区间共计四条支流汇入，分别为月河、黄洋河、坝河和旬河。支流水文站依次为长枪铺、县河口、桂花园和向家坪，安康电站下游 18 km 处设有安康水文站。

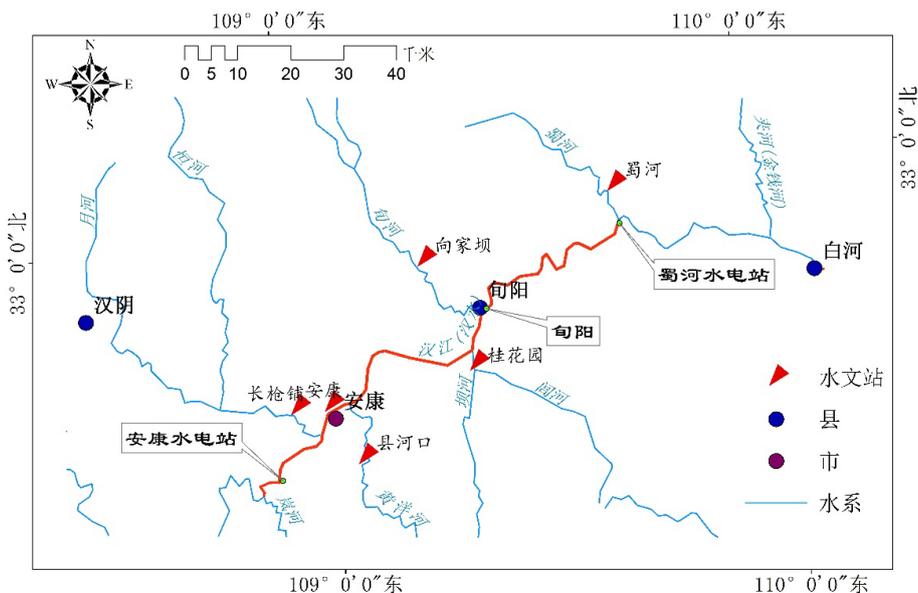


Figure 5. Schematic diagram of the reach of Ankang-Shuhe Hydropower Stations  
图 5. 汉江安康水电站 - 蜀河水电站河段示意图

蜀河电站 2010 年建成, 运行时间较短, 收集到的电站运行资料时间长度为 2010~2014 年。依据河道洪水演算传播时间规律, 同样选取上游安康电站 2010~2014 年的运行资料。

### 3.2.2. 参数率定

MIKE11 作为一维河网水力模型, 在进行河道洪水演算时, 需要对反映河床表面阻水作用的糙率  $n$  值进行参数率定[13]。为确定模型对糙率的敏感程度,  $n$  值设定初值为 0.042, 选取步长值 0.002 依次进行模拟, 选取 20120707、20120907、20100822 三场洪水进行河道洪水演算, 对模型参数  $n$  进行率定, 通过对比安康断面的实测水位和模拟水位, 根据 GB/T22482-2008《水文预报情报规范》[14]计算确定性系数  $D_c$ , 对模拟结果进行评价, 结果如图 6 所示。随着糙率  $n$  值从 0.042 增加到 0.048, 安康断面模拟水位过程不断变化, 在  $n=0.045$  时, 模拟的水位过程和实际水位过程拟合相对较好, 综合确定 0.045 为模型参数糙率的最优值。

确定糙率后, 对模型精度进行验证。设置安康水文站断面为对比断面, 选取 20120907 场次洪水模拟安康水文站断面流量过程, 结果如图 7 所示。

通过分析图 7 得到: MIKE11 HD 模型对安康电站-安康水文站河段的汛期洪水过程的模拟结果和实测较为接近, 模拟洪水过程线与实测洪水拟合较好, 率定的参数能够很好的模拟洪水过程。采用 MIKE11 软件对安康电站-安康水文站河段的汛期洪水过程的模拟和实测较为接近, 模拟洪水流量过程线与实测洪水拟合较好, 能够

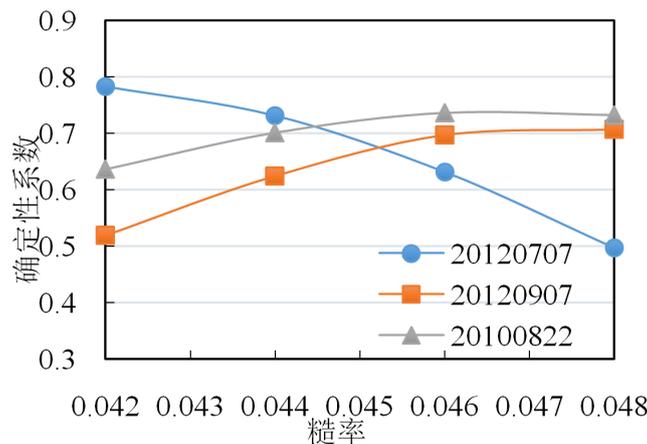


Figure 6. Deterministic coefficient of different roughness

图 6. 不同糙率对应确定性系数

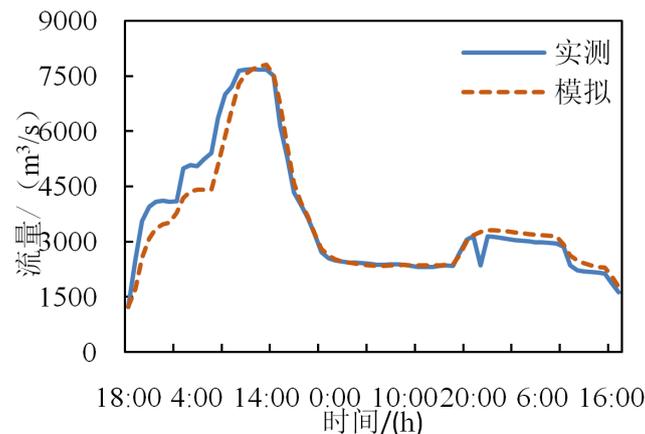


Figure 7. Simulated flood process of 20120907

图 7. 20120907 次洪水模拟过程

很好的模拟洪水过程，且洪水退水段模拟精度高于涨水段模拟精度。

### 3.2.3. 计算结果

由上述 MIKE11 HD 模型的建立和验证可知，MIKE11 HD 模型在河道流量的数值仿真模拟上合理可靠而且精度较高。因此，本文采用上述模型，选取安康电站 - 安康城区河段 8 场不同洪水量级的洪水进行模拟分析，结果见表 1。

通过分析 MIKE11 洪水模拟结果得到：

1) 模拟洪水总量最大误差为 7.26%，最小误差仅为-0.72%，模拟洪峰与实测值最大相对误差为 8.8%，最小值为 1.55%，洪水总量和洪峰值模拟结果与实际比较接近。

2) 因为模型选取的洪水资料为小时尺度，洪峰传达时差均小于 2 h，多数洪水模拟的时差小于 1 h，所以洪峰传达历时结果相对准确。

综合比较得到结论：MIKE11 模型可以很好的应用于研究区河道洪水演进问题中。

### 3.3. 马斯京根模型计算结果

受资料长度的影响，本文采用分段马斯京根数学模型对安康 - 安康城区河段洪水进行模拟，采用洪峰流量、洪量、洪峰时差、确定性系数 4 个指标作为评定预报结果质量的标准分析，结果见表 2。

**Table 1.** MIKE11 HD model flood simulation results

**表 1.** MIKE11 洪水模拟结果

场次	评价项	洪峰流量/(m <sup>3</sup> /s)			洪量/(亿 m <sup>3</sup> )			洪峰时差/(h)	确定性系数
		模拟	实测	误差(%)	模拟	实测	误差(%)		
20110917		19819	20700	-4.26	23.76	25.63	-7.30	<1	0.95
20120901		7234	7480	-3.29	7.68	8.23	-6.88	2	0.94
20120707		14361	13200	8.8	29.67	31.39	-5.48	1	0.95
20120909		8355	8080	3.40	10.99	11.07	-0.72	1	0.97
20140928		6947	6670	4.15	5.90	5.82	1.25	<1	0.98
20140914		3649	3770	-3.22	1.48	1.59	-6.94	<1	0.95
20110707		2764	2650	4.30	1.13	1.06	7.26	<1	0.93
20130722		7799	7680	1.55	9.09	9.32	-2.44	2	0.95

**Table 2.** Simulated results using Muskingum method

**表 2.** 马斯京根模拟结果分析表

场次	评价项	洪峰流量/(m <sup>3</sup> /s)			洪量/(亿 m <sup>3</sup> )			洪峰时差/(h)	确定性系数
		模拟	实测	误差(%)	模拟	实测	误差(%)		
20110917		13997	12556	11.5	28.0	28.5	-1.8	1	0.92
20120901		7493	7931	-5.5	8.13	8.51	-4.5	<1	0.93
20120707		8223	7301	12.6	10.1	9.1	11.0	1	0.87
20120909		8475	8450	0.3	17.4	17.8	-2.2	1	0.87
20140928		2887	3127	-7.7	2.56	2.92	-12.3	2	0.74
20140914		7061	7214	-2.1	12.9	13.7	-5.8	3	0.81
20110707		5469	6201	-11.8	4	4.23	-5.4	2	0.81
20130722		7581	6903	9.8	11.4	10.5	8.6	<1	0.86

#### 4. 流量传播规律

将上述两种模型计算的传播时间和实测数据进行对比，如图 8 所示。绘制区间流量 - 时间函数关系图，如图 9 所示，得到了不同量级洪水从安康水库到蜀河水库的传播时间方程。考虑两种方法所选洪水场次受资料的尺度和方法限制，故同等量级的洪水场次选取的不完全相同。尽管同等量级选取不同场次洪水进行模拟，但对于洪水传播时间的规律分析的影响可忽略不计。通过比较流量和传播时间关系得到：

通过比较流量和传播时间关系得到：

1) MIKE11 HD 模型演算结果相比马斯京根模型演算结果偏大，实测结果比 MIKE11 HD 模型结果偏大，对于汛期的河道洪水过程，MIKE11 HD 的结果和实测的相关系数约为 0.98，略高于马斯京根法的结果，其计算的洪水传播时间比马斯京根模型更接近实测值。

2) 由于马斯京根模型需要同时知道上下游实测流量过程才能模拟，对资料依赖程度高，而实际中间断面无实测资料，导致马斯京根模型受限。而 MIKE11 模型只需要上下游边界的资料就能计算中间各断面的流量和水位过程，所以 MIKE11 模型的应用更为便捷。

3) 通过 MIKE11 HD 模型计算结果得到了安康 - 蜀河区间流量与传播时间对应的函数关系，通过这个函数

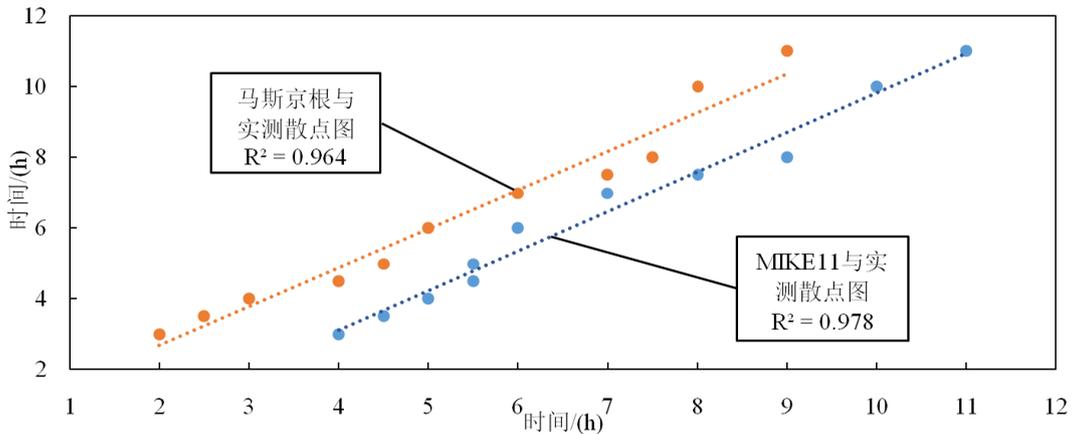


Figure 8. Comparison of Muskingum and MIKE11 HD results

图 8. 马斯京根和 MIKE11 结果比较

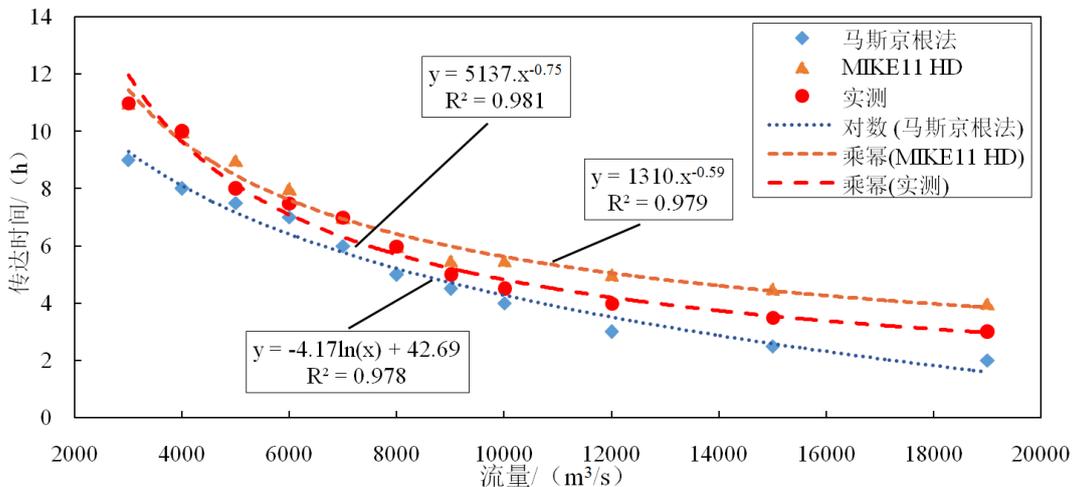


Figure 9. Relationship of interval discharge-time function

图 9. 区间流量 - 时间函数关系

关系可以计算出不同下泄流量在区间内的传播时间。

## 5. 结论

本文分别采用传统的马斯京根模型和 MIKE11 模型对不同量级的安康出库洪水进行模拟, 得到以下结论:

1) MIKE11 模型对场次洪水进行模拟, 模拟得到洪水过程到达安康断面的流量过程, 与实际流量过程进行对比得出该河段 MIKE11 模型的构建合理可靠, 所率定的参数能够反映流域的真实情况, 模拟效果良好。

2) 通过对马斯京根法和 MIKE11 模型模拟的效果进行对比, 结果表明: 两种方法都能够用于预报模拟河段的洪水过程; 但 MIKE11 模型具有明确的物理意义, 准确地反映模拟河段的河道特征, 可以加入溢流堰、涵洞、测站等水工建筑物, 对河道的刻画更加真实、灵活, 与马斯京根模拟对比, MIKE11 模拟的平均确定性系数为 0.95, 优于马斯京根模拟的 0.85, 验证了 MIKE11 HD 模型的优越性, 模拟效果优于马斯京根法, 能够更好地适用于山区河流的河道洪水预报。

3) 得到了洪水在不同断面传播时间和流量的函数关系、各个断面的流量、水位变化的过程, 揭示了洪水在不同断面的演进规律。研究成果为河道洪水预报、汉江上游城市防洪预警、下游水电站的安全运行以及施工提供了技术参考和科学依据。

## 基金项目

国家自然科学基金(51409210, 91325201); 水利部公益性行业科研专项(201501058); 陕西省水利科技计划项目(2016slkj-8, 2017slkj-16), 西安理工大学水利水电学院科研项目(2016ZZKT-15)。

## 参考文献 (References)

- [1] 严伏朝, 解建仓, 汪雅梅, 等. 渭河下游小流量演进规律研究[J]. 西安理工大学学报, 2010, 26(3): 265-270.  
YAN Fuchao, XIE Jiancang, WANG Yamei, et al. Research on small flow routing law in the downstream of Weihe River. Journal of Xi'an University of Technology, 2010, 26(3): 265-270. (in Chinese)
- [2] 白涛, 黄强, 畅建霞. 防凌期宁蒙河段流量演进的分期分河段混合算法研究[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2014, 35(2): 15-20.  
BAI Tao, HUANG Qiang and CHANG Jianxia. Divided period and reach hybrid algorithm of discharge routing on Ningxia-Inner Mongolia reach in ice prevention period. Journal of North China University of Water Resources and Electric Power (Natural Science Edition), 2014, 35(2): 15-20. (in Chinese)
- [3] RAHMAN, Md. M., ARYA, D. S. and GOEL, N. K. Design flow and stage computations in the Teesta River, Bangladesh, using frequency analysis and MIKE 11 modeling. Journal of Hydrologic Engineering, 2011, 16(2): 176-186.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000299](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000299)
- [4] 吴天蛟, 杨汉波, 李哲, 等. 基于 MIKE11 的三峡库区洪水演进模拟[J]. 水力发电学报, 2014, 33(2): 51-57.  
WU Tianjiao, YANG Hanbo, LI Zhe, et al. Modeling of flood routing for Three Gorges reservoir area based on MIKE11. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 33(2): 51-57. (in Chinese)
- [5] 林波, 刘琪璟, 尚鹤, 等. MIKE11/NAM 模型在挠力河流域的应用[J]. 北京林业大学学报, 2014, 36(5): 99-108.  
LIN Bo, LIU Qijing, SHANG He, et al. Application of coupled MIKE11/NAM model in Naoli River Basin, northeastern China. Journal of Beijing Forestry University, 2014, 36(5): 99-108. (in Chinese)
- [6] 黄琳煜, 聂秋月, 周全, 等. 基于 MIKE11 的白莲泾区域水量水质模型研究[J]. 水电能源科学, 2011, 29(8): 21-24.  
HUANG Linyu, NIE Qiuyue, ZHOU Quan, et al. Study of water quantity and water quality model of Bailianjing region based on MIKE11. Water Resources and Power, 2011, 29(8): 21-24. (in Chinese)
- [7] 孙映宏, 姬战生, 周蔚. 基于 MIKE11 HD 和 NAM 耦合模型在河流施工围堰对防洪安全影响分析中的应用与研究[J]. 浙江水利科技, 2009(2): 30-34.  
SUN Yinghong, JI Zhansheng and ZHOU Wei. Application and research on influence of construction cofferdam on river areas upon flood control safety based on MIKE11 HD and NAM coupling model. Zhejiang Hydraulics, 2009(2): 30-34. (in Chinese)
- [8] 杨洵, 梁国华, 周惠成. 基于 MIKE11 的太子河观 - 稜河段水文水动力模型研究[J]. 水电能源科学, 2010, 28(11): 84-87.  
YANG Xun, LIANG Guohua and ZHOU Huicheng. Study on hydrology and Hydrodynamic Model in Guanying-Shenwo section of Taizihe River based on MIKE11. Water Resources and Power, 2010, 28(11): 84-87. (in Chinese)

- [9] 王庆改, 赵晓宏, 吴文军, 等. 汉江中下游突发性水污染事故污染物转移扩散模型[J]. 水科学进展, 1998, 19(4): 500-504.  
WANG Qinggai, ZHAO Xiaohong, WU Wenjun, et al. Advection-diffusion models establishment of water-pollution accident in middle and lower reaches of Hanjiang river. *Advances in Water Science*, 1998, 19(4): 500-504. (in Chinese)
- [10] 初祁, 彭定志, 徐宗学, 等. 基于 MIKE11 和 MIKE21 的城市暴雨洪涝灾害风险分析[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2014, 50(5): 446-451.  
CHU Qi, PENG Dingzhi, XU Zongxue, et al. Risk analysis of urban flooding by using MIKE11 and MIKE21. *Journal of Beijing Normal University (Natural Science)*, 2014, 50(5): 446-451. (in Chinese)
- [11] 薛天柱. 洪水演算方法在白龙江河段洪水预报中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 兰州: 兰州大学, 2013.  
XUE Tianzhu. Application research of flood routing method in Bailong River flood forecasting. Lanzhou: Lanzhou University, 2013. (in Chinese)
- [12] 苏茂林, 枯水流量演进方法及其应用[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2006, 34(3): 267-271.  
SU Maolin. Low water discharge routing method and its application. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2006, 34(3): 267-271. (in Chinese)
- [13] 戴文鸿, 高嵩, 张云, 等. HER-RAS 和 MIKE11 模型河床糙率应用比较研究[J]. 泥沙研究, 2011(6): 41-45.  
DAI Wenhong, GAO Song, ZHANG Yun, et al. Comparison of Manning roughness factor simulation by HER-RAS and MIKE11 models. *Journal of Sediment Research*, 2011(6): 41-45. (in Chinese)
- [14] GB/T 22482-2008, 水文情报预报规范[S].  
GB/T 22482-2008, Standard for hydrological information and hydrological forecasting. (in Chinese)