

The Calculation of Explosion Load and Transmission Wave Specific Energy on the Different Lithology

Mingshou Zhong*, Yuan Long, Tao Guo, Xingbo Xie, Ge Song

PLA University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu
Email: *zhongms7@126.com, long_yuan@sohu.com

Received: Oct. 11th, 2015; accepted: Oct. 27th, 2015; published: Oct. 30th, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

To study the impact of explosion load and transmission wave specific energy under the different excitation lithology, based on the classical shock wave theory, the calculation model of initial explosive loading parameters of blasting hole was established, when blasting in columnar charge. The detonation waves were simplified to discontinuous surfaces which contain chemical reactions in the calculation model. It made up the weakness of the elastic wave theory which thought stress wave was produced directly in the wall of blast hole. The basic relationship of the detonation wave parameters was explained successfully. Based on the elastic wave theory, the calculation methods of the velocity and press of blasting hole particle when columnar charge blasting was established for different excitation lithology. The functional relationships and the analytical solutions of the transmitted wave specific energy were got by program.

Keywords

Mechanics of Explosion, Explosion Loading, Excitation Lithology, Specific Energy, Elastic Wave

不同岩性条件下孔壁爆炸载荷及透射波比能量计算

钟明寿*, 龙源, 郭涛, 谢兴博, 宋歌

*通讯作者。

解放军理工大学, 江苏 南京

Email: zhongms7@126.com, long_yuan@sohu.com

收稿日期: 2015年10月11日; 录用日期: 2015年10月27日; 发布日期: 2015年10月30日

摘要

为研究不同激发岩性对孔壁爆炸载荷及透射波比能量的影响, 基于经典的冲击波理论, 建立了岩石介质中柱状装药爆炸时孔壁的初始冲击载荷计算模型, 该模型将爆轰波简化为含化学反应的强间断面, 弥补了弹性波理论认为孔壁周围岩石内直接产生应力波的不足, 成功解释了爆轰波参数的基本关系式; 建立了不同激发岩性时柱状装药爆炸的孔壁质点速度和压力随时间变化的计算模型, 编程计算得到其随时间变化的函数关系式和透射波比能量的解析解。

关键词

爆炸力学, 爆炸载荷, 激发岩性, 比能量, 弹性波

1. 引言

碳酸盐岩主要的岩石类型为石灰岩和白云岩, 具有高密度、高速度的岩石物理特征, 震源激发时纵波仅有较少的能量穿透碳酸盐岩, 相当部分能量在水平方向上传播(面波), 穿透碳酸盐岩的能量一些被折射(折射波), 一些穿过较厚的地层达到碳酸盐岩底, 透射和反射的纵波能量相当低[1]。所以, 找到碳酸盐岩激发能量弱的原因, 改进震源激发方式是地震勘探激发效果改善的关键。长期以来, 科研工作者在炸药震源的激发井深、药型、激发位置和测试仪器等方面做了大量的研究工作, 但是未曾在理论上建立化爆震源炮孔孔壁透射波比能量的计算方法。

对柱状装药爆炸后孔壁的初始冲击载荷, 国内科研工作者张奇、宗琦等提出了一套通用的理论计算方法。该计算方法近似用弹性波理论来求解问题, 即认为孔壁周围岩石内直接产生应力波。但是实际上, 在爆轰完成时冲击波波阵面上的压力高达几个甚至几十个 GPa, 远远大于岩石的极限抗压强度, 此时的岩石介质被强烈粉碎, 因此用弹性波理论来求解具有局限性。本文运用经典的冲击波理论, 建立岩石介质中柱状装药爆炸时孔壁质点初始冲击载荷的计算模型。该理论将爆轰波简化为含化学反应的强间断面, 通常称为 Chapman-Jouguet 理论(简称 C-J 理论), 该理论不仅能够定性解释爆轰波传播的物理现象, 而且建立了计算爆轰波参数的基本公式[2]。另外, 本文运用弹性波理论, 建立炮孔不同激发介质的炮孔孔壁质点速度和压力随时间变化的计算模型, 借助 Matlab 编程计算得到其函数关系式, 计算得到透射波比能量的解析解, 并绘制透射波比能量随时间变化的图形进行对比分析。为深入探究碳酸盐岩条件下地震信号能量弱的原因, 以及寻求碳酸盐岩储层中地震勘探激发效果最佳的震源激发方式提供理论参考。

2. 初始冲击载荷计算及分析

地震勘探的震源装药多采用柱状装药, 在讨论柱状装药震源的激发岩性对爆炸透射波比能量的影响时, 首先假设了以下四个条件: (1) 柱状装药处于无限岩石介质内部; (2) 震源装药为轴对称起爆; (3) 震源装药结构是耦合装药; (4) 炮孔堵塞情况良好。

2.1. 初始冲击载荷计算模型

因为假设震源装药为轴对称起爆，所以炸药爆炸后冲击波沿着炮孔轴向均匀分布。通常工业炸药的冲击阻抗小于岩石的冲击阻抗，因此在炮孔孔壁处入射一冲击波的同时向爆轰产物中反射一冲击波，如图1所示。图中(1)、(2)区分别为爆轰产物中反射冲击波的波前、波后区。图中(3)、(4)区为岩石中透射冲击波的波后、波前区，透射冲击波和反射冲击波之间存在一界面。

在(1)区，即爆轰产物中，在考虑反射冲击波前、后质点的运动方向，可以得到[3]：

$$v_H - v_x = \sqrt{(P_x - P_H) \left(\frac{1}{\rho_H} - \frac{1}{\rho_x} \right)} \quad (1)$$

式中， v_H 、 v_x 为反射冲击波前、后的质点速度，m/s； ρ_H 、 ρ_x 为反射冲击波前、后介质的密度， kg/m^3 ； P_H 、 P_x 为反射冲击波前、后的压力，Pa； v_m 、 v 为透射冲击波前、后的质点速度，m/s； ρ_m 、 ρ 为透射冲击波前、后介质的密度， kg/m^3 ； P_m 、 P 为透射冲击波前、后的压力，Pa。

根据冲击波的 Hugoniot 方程，则有：

$$e_H - e_x = \frac{1}{2}(P_x - P_H) \left(\frac{1}{\rho_H} - \frac{1}{\rho_x} \right) \quad (2)$$

其中 e_H ， e_x 为反射冲击波前、后气体的内能。由于反射冲击波前后的爆轰产物受到绝热压缩，其等熵方程为：

$$P = A\rho^\gamma \quad (3)$$

相应的能量方程可写成：

$$e = \frac{A}{\gamma-1} \rho^{\gamma-1} \quad (4)$$

式中 A 、 γ 是与炸药有关的常数，对于大多数炸药，一般近似取 $\gamma = 3$ 。将式(3)和(4)代入式(2)可得

$$\rho_x = \rho_H \cdot \frac{(\gamma+1)P_x + (\gamma-1)P_H}{(\gamma-1)P_x + (\gamma+1)P_H} \quad (5)$$

由凝聚炸药的爆轰理论可知，爆轰参数 v_H 、 ρ_H 、 P_H 可表述为[4]：

$$v_H = \frac{D}{\gamma+1} \quad (6)$$

$$\rho_H = \frac{\gamma+1}{\gamma} \rho_e \quad (7)$$

$$P_H = \frac{1}{\gamma+1} \rho_e D^2 \quad (8)$$

式中， ρ_e 炸药的密度， kg/m^3 ； D 为炸药的爆速，m/s。将式(6)~(8)代入式(1)可得：

$$v_x = \frac{D}{\gamma+1} \left[1 - \frac{\frac{P_x}{P_H} - 1}{\sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{P_x}{P_H} + \frac{\gamma-1}{2\gamma}}} \right] \quad (9)$$

另外，对于已经传入冲击波的岩石介质，因为 $v_m = 0$ ，且 $P_m \ll P$ ，可以忽略，所以根据式(1)有：

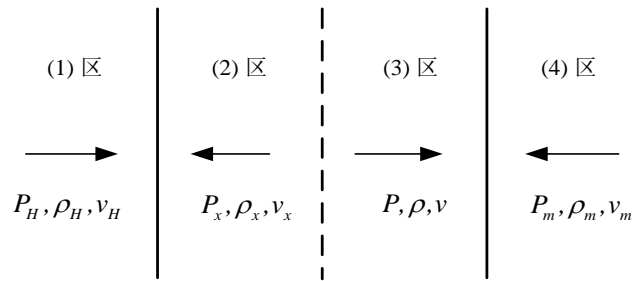


Figure 1. Transmission and reflected shock wave propagation
图 1. 透射、反射冲击波传播

$$v = \sqrt{P \left(\frac{1}{\rho_m} - \frac{1}{\rho} \right)} \quad (10)$$

式中 v 、 P 为岩石中透射冲击波后的质点速度、压力； ρ_m 、 ρ 为透射冲击波前、后岩石密度。在冲击波载荷作用下，岩石的状态方程为：

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^4 - 1 \right] \quad (11)$$

其中： $B = \frac{1}{4} \rho_m C_p^2$ ， C_p 为岩石的纵波波速，m/s。根据界面的连续性条件：

$$P_x = P, \quad v_x = v \quad (12)$$

所以联立(9)~(12)式，使用 MATLAB 编程求解方程组即可计算得到孔壁处的初始参数 P ， v 。

2.2. 计算结果及分析

按照上述计算模型，对几种不同激发方式震源激发时，孔壁的初始参数进行了计算。图 2 和图 3 分别描述了石灰岩和砂岩两种典型的岩石在装药性质不同时孔壁透射冲击波的初始压力 P 和孔壁质点初始运动速度随装药爆速 D 的变化情况；图 4 分别描述了乳化、TNT、RDX 三种炸药在不同岩石中激发时孔壁透射冲击波的初始压力 P 和洞壁质点初始运动速度随岩石波阻抗的变化。其中，几种炸药的密度和爆速如表 1 所示[5]，典型岩石的密度和爆速如表 2 所示[6]。由图 2 和图 3 可知孔壁透射冲击波的初始压力 P 和孔壁质点初始运动速度 v 随装药爆速 D 的增大而增大。由图 4 可知孔壁透射冲击波的初始压力 P 随岩石波阻抗的增大而增大，但是孔壁质点初始运动速度 v 随岩石波阻抗的增大而减小。

3. 爆炸载荷随时间变化的计算及分析

3.1. 计算模型

孔壁获得爆炸初始参数以后开始膨胀运动，由于孔壁变形，有稀疏波传入爆轰产物。在孔壁变形过程中，设某一时刻爆炸产生气体压力为 $P_1(t)$ ，其中 t 是由初始时刻算起的时间。爆炸产生的等熵方程为

$$P = A \rho^\gamma \quad (13)$$

式中 A 为常数。设爆炸空腔在 t 时刻的体积为 $V(t)$ ，爆生产物的密度为 $\rho(t)$ ，所以在 $t + \Delta t$ 时刻的爆炸产物的体积为 $V(t + \Delta t)$ ，密度为 $\rho(t + \Delta t)$ 。由空腔内爆炸产物质量相等原则，可以得到

$$\rho(t)V(t) = \rho(t + \Delta t)V(t + \Delta t) \quad (14)$$

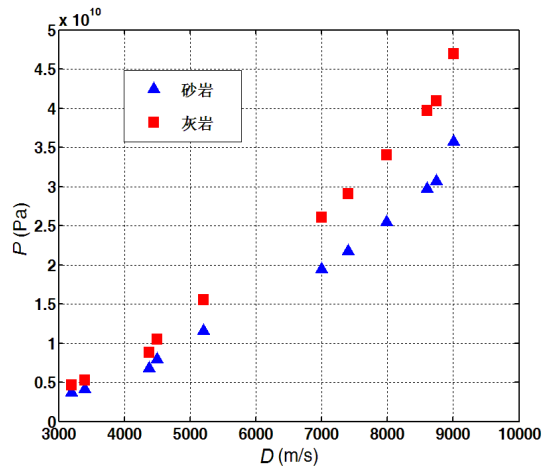


Figure 2. The graph of $P \sim D$
图 2. $P \sim D$ 变化图

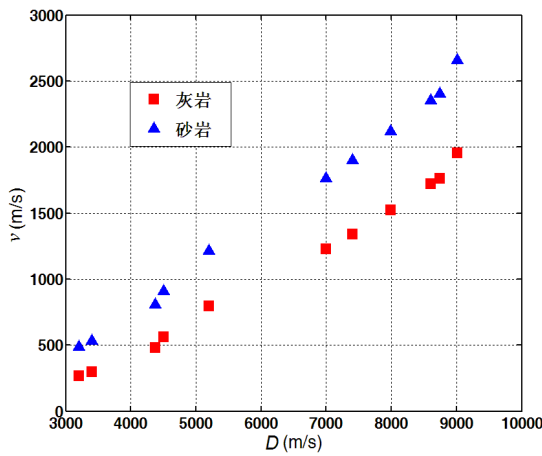


Figure 3. The graph of $v \sim D$
图 3. $v \sim D$ 变化图

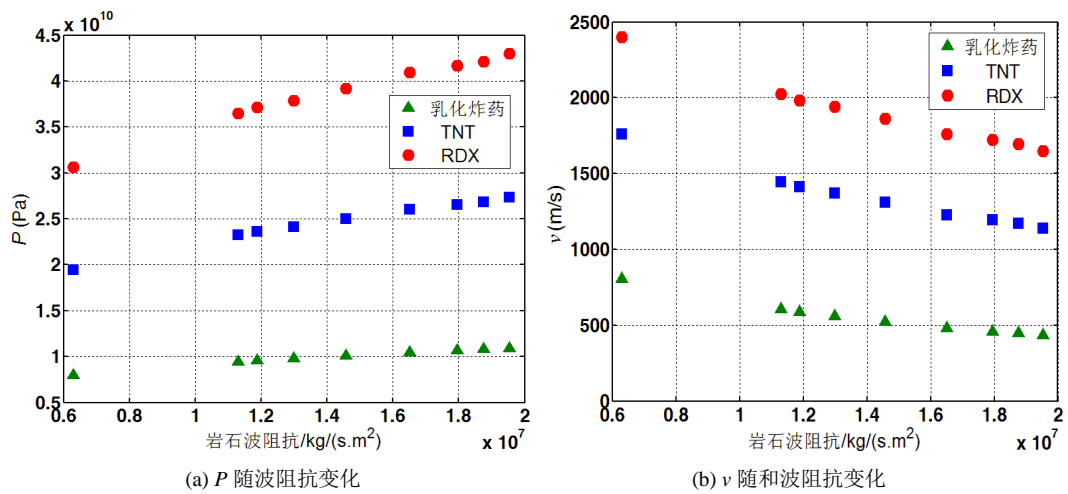


Figure 4. The initial parameters of hole wall with wave impedance change
图 4. 孔壁初始参数随波阻抗变化

Table 1. The parameters of typical explosive

表 1. 典型炸药的性能参数

炸药名称	密度(kg/m ³)	爆速(m/s)
2#岩石铵梯油	1000	3200
1#岩石硝酸铵	1000	3400
1#岩石水胶	1100	4380
2#岩石乳化	1300	4500
铵梯炸药	1600	5200
TNT	1600	7000
特屈儿	1630	7400
B 炸药	1690	7990
太安	1770	8600
RDX	1796	8741
奥克托今	1877	9010

Table 2. The parameters of typical rock

表 2. 典型岩石的性能参数

岩石种类	密度(kg/m ³)	纵波波速(m/s)	波阻抗 [kg/(s·m ²)]
砂岩	2100	3000	6,300,000
花岗岩	2600	4350	11,310,000
大理岩	2700	4400	11,880,000
石英岩	2650	4900	12,985,000
灰岩	2650	5500	14,575,000
玄武岩	2700	5400	14,580,000
辉绿岩	2850	6300	17,955,000
白云岩	2800	6700	18,760,000
辉长岩	3100	6300	19,530,000

轴向长度尺寸变化可以忽略的柱状装药爆炸时, t 时刻爆腔的体积 $V(t)$ 和 $t + \Delta t$ 时刻爆腔的体积 $V(t + \Delta t)$ 分别正比于爆腔半径 $R(t)$ 和 $R(t + \Delta t)$ 的平方, 因此根据式(13)和式(14)可以推出:

$$P_1(t + \Delta t) = P_x(t) \cdot \left[\frac{R(t)}{R(t + \Delta t)} \right]^{2\gamma} \quad (15)$$

式中 Δt 是时间增量, $R(t + \Delta t)$ 和 $R(t)$ 分别是 $t + \Delta t$ 和 t 时刻的爆炸空腔半径。如果 Δt 选的足够小, 则 $t + \Delta t$ 时刻爆炸气体膨胀速度 $v_1(t + \Delta t)$ 可视为 t 时刻的孔壁变形速度 $v_x(t)$ 。在 $t + \Delta t$ 时刻, 由于孔壁变形, 有一稀疏波传入爆生气体, 使得爆生气体的膨胀速度 $v_1(t)$ 迅速增大到孔壁的变形速度 $v_x(t)$, 而爆生气体的压力也相应地由 $P_1(t)$ 变为 $P_x(t)$ 。因为在孔壁变形过程中, 根据压力和质点速度的增量满足如下关系,

$$dP = \rho c dv \quad (16)$$

所以对于爆生气体有

$$v_x(t) = v_1(t) + \int_{P_x(t)}^{P(t)} \frac{dP}{\rho C} \quad (17)$$

根据爆生气体内声速 C 的基本关系

$$C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}, \quad C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad (18)$$

可得

$$\frac{C}{C_1} = \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \quad (19)$$

$$C_1^2 = \gamma \cdot \frac{P_1}{\rho_1} \quad (20)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \left(\frac{P}{P_1} \right)^{1/\gamma} \quad (21)$$

将上述三式代入(2.17)可得

$$v_x(t) = v_1(t) + \frac{2C_1(t)}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_x(t)}{P_1(t)} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right] \quad (22)$$

由声速公式和爆生气体的等熵方程还可得

$$C_1(t + \Delta t) = C_1(t) \cdot \left[\frac{P_x(t)}{P_1(t + \Delta t)} \right]^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \quad (23)$$

式中 $C_1(t)$ 是 t 时刻爆生气体的声速； $C_1(t + \Delta t)$ 是 $t + \Delta t$ 时刻爆生气体的声速。

另孔壁岩体内的动量守恒为：

$$P(t) = \rho_{r0} C_p \cdot v(t) \quad (24)$$

质量守恒为：

$$C_p \rho_{r0} = [C_p - v(t)] \rho_{rx} \quad (25)$$

岩石的状态方程为

$$P(t) = B \left[\left(\frac{\rho_{rx}}{\rho_{r0}} \right)^4 - 1 \right] \quad (26)$$

由上述三式可以得到

$$v^2(t) = \frac{P(t)}{\rho_{r0}} \left[1 - \left(\frac{P(t)}{B} + 1 \right)^{-0.25} \right] \quad (27)$$

联立(12)、(22)和(27)式可求出 t 时刻的孔壁压力、孔壁变形速度等随时间变化的规律。

3.2. 计算方法及结果分析

爆生气体等熵指数 γ 是压力 $P_1(t)$ 的函数, 计算中按下列取值: $P_1(t) > 2 \times 10^8$ Pa 时, 取 $\gamma = 3$, $P_1(t) < 2 \times 10^8$ Pa 时, 取 $\gamma = 1.4$ 。计算时, 首先按照论文 1.1 节所述方法求出洞壁透射冲击波初始压力、洞壁初始膨胀速度, 而爆炸空腔半径为

$$R(t) = R_0 + \int_0^t v(t) dt \quad (28)$$

式中 R_0 是爆炸空腔初始半径(即柱状装药半径), 因 $v(t)$ 是未知函数, 因此无法精确求解。如果采用数值积分, 上式可写为

$$R(t) = R_0 + \sum_{i=1}^N \Delta t \cdot v(t_i) \quad (29)$$

式中 $N = t/\Delta t$, 由洞壁质点速度初值 $v(0)$ 和 Δt 求出 $R(\Delta t)$; 由洞壁透射波压力初始值 $P(0)$ 和 Δt 求出 $R(\Delta t)$; 再由洞壁透射波压力初始值 $P(0)$ 和 $R(\Delta t)$ 、 R_0 求出 $P_1(t_1 = \Delta t)$; 另由 $C_1(0) = \frac{3}{4}D$ 和 $P(0)$, $P_1(t_1 = \Delta t)$ 求出 $C_1(t_1 = \Delta t)$; 最后再由 $v_1(t_1 = \Delta t) = v(0)$, 利用(12)、(22)和(27)式求出 $P(t_1 = \Delta t)$ 、 $v(t_1 = \Delta t)$ 和其它洞壁爆炸作用参量, 令 $R = R(t)/R_0$, R 称为空腔比。重复上述计算, 由 $t_1 = \Delta t$ 时刻的有关参量, 进而求出 $t_2 = 2 \cdot \Delta t$ 的有关参量。以此类推, 逐次迭代, 最后求出孔壁内爆炸作用参量 $P(t)$ 、 $v(t)$ 随时间的变化规律。

按照上述计算方法编制了不同岩性三种情况震源激发后孔壁质点压力和质点速度随时间变化的计算程序。计算时 Δt 等于 0.0002 s, 编制程序设置的迭代次数为 20 次, 即分别计算得到不同时间内的 20 个数值, 计算结果作图得到图 5~图 6。

图 5 和图 6 是震源装药为乳化炸药和装药 $R = 0.5$ m 时, 在不同岩石介质中激发的孔壁质点速度和压力参数随时间变化的曲线图, 该激发条件下, 孔壁的质点速度和压力随时间变化的规律是不同的, 孔壁质点速度为硬度较小的砂岩更大, 随着岩石密度增大依次减小; 但是孔壁压力为高密度岩石更大, 随着岩石密度减小而减小。另外, 孔壁质点速度衰减到后期数值大小非常接近, 但是孔壁压力衰减到后期依然是高密度岩石较大。

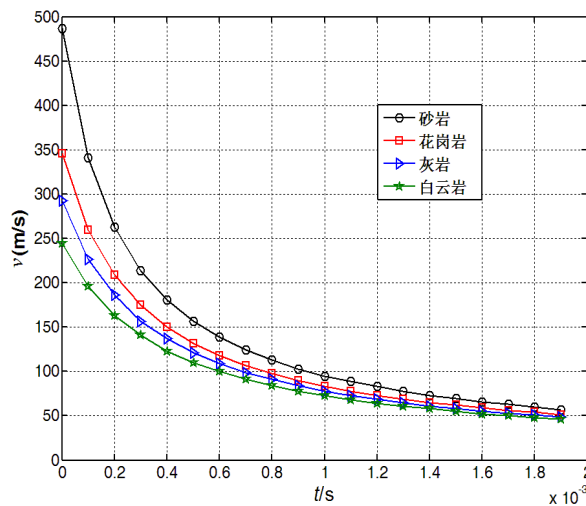
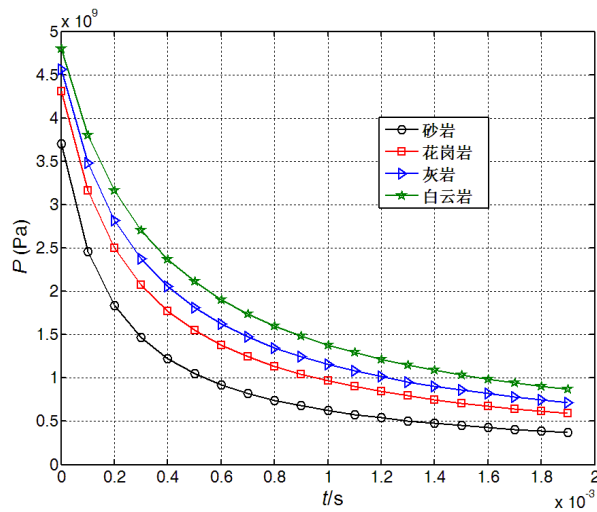


Figure 5. The graph of $v \sim t$
图 5. $v \sim t$ 的变化

Figure 6. The graph of $P-t$ 图 6. $P-t$ 的变化

4. 孔壁透射波比能量计算

4.1. 计算模型

炸药在碳酸盐岩中爆炸后，爆炸能量通过冲击波、应力波和爆炸产生气体作用传递给岩石介质[7]。在爆炸初始阶段，爆炸震源向周围碳酸盐岩释放的能量，只是引起爆炸产物及其周围碳酸盐岩介质运动的炸药化学能的一部分；随后，转变为与爆炸震源一定距离处的碳酸盐岩介质中的能量。它是衡量爆炸有用功的标准，可以用波的能量来表示[8]。根据爆炸力学理论，当应力波通过时，经过单位面积传递给岩石介质的能量，称为比能量，按下式计算[9]

$$E = \int_0^{\tau} p(t)v(t)dt = \rho_0 C \int_0^{\tau} v^2(t)dt = \frac{1}{\rho_0 C} \int_0^{\tau} p^2(t)dt \quad (30)$$

式中： τ 为波的正压作用时间； $p(t)$ 为介质压力的时间变化函数， $p(t) = \rho_0 C v(t)$ ； $v(t)$ 为介质运动速度； ρ_0 为介质初始密度； C 为纵波速度。所以只要能计算得到 $p(t)$ 或 $v(t)$ 的时间函数，便可求取 $E(t)$ 的时间函数。

4.2. 计算方法

为建立孔壁质点速度和压力随时间变量 $v(t)$ 和 $p(t)$ 的近似函数方程式，根据曲线拟合度越接近 1，则预测模型越接近实际，预测的数据可信度就越高的原理，通过比较多项式、混合函数、对数函数、指数分布函数、逆矩阵函数、幂函数等几种曲线回归预测模型[10] [11] (如表 3 所示)的分析结果，得到幂函数的拟合度最好(相关性指数最大)，最符合孔壁质点速度和压力的变化规律。

论文 2.2 节计算得到装药为乳化炸药、 $R = 0.5$ m 时，周围岩石分别为砂岩、花岗岩、灰岩、白云岩时震源在前 0.0002 s 内孔壁质点速度和压力随时间变化的 20 个样本量。图 7 为乳化炸药在灰岩介质中爆炸时计算得到的 20 个孔壁质点速度样本量的回归结果。其中图 7(a)中红线所示使用幂函数为回归预测模型得到的曲线拟合度最高，相关性指数为 0.9999，其它几种回归预测模型得到曲线误差较大。

4.3. 计算结果分析

使用幂函数为曲线回归预测模型得到周围岩石分别为砂岩、花岗岩、灰岩、白云岩时震源激发的孔

壁质点速度的回归方程如图 8 所示, 相关性指数均大于 0.999, 曲线拟合度较好。然后通过(30)式计算得到不同岩性激发时透射波比能量随时间的变化规律, 如图 9 所示。由图可知初始阶段几种岩石条件下的

Table 3. Regression prediction model
表 3. 回归预测模型

函数名称	数学模型
一元二次函数	$y = a + bx + cx^2$
一元三次函数	$y = a + bx + cx^2 + dx^3$
对数函数	$y = a - b \ln(x + c)$
指数分布函数	$y = ax^b$
逆矩阵函数	$y = c + b/(x + a)$
幂函数	$y = y_0 + Ae^{-kt}$
混合函数	$y = a + b^x$

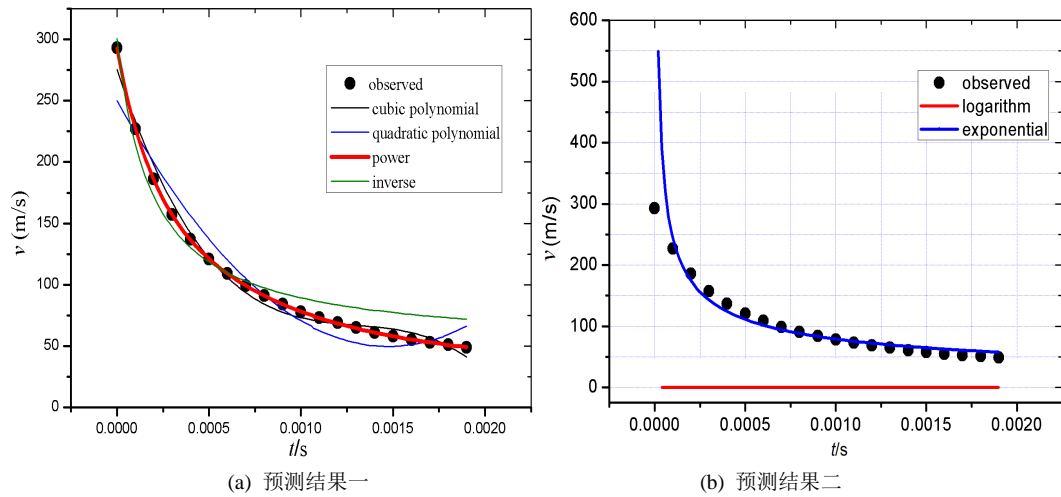
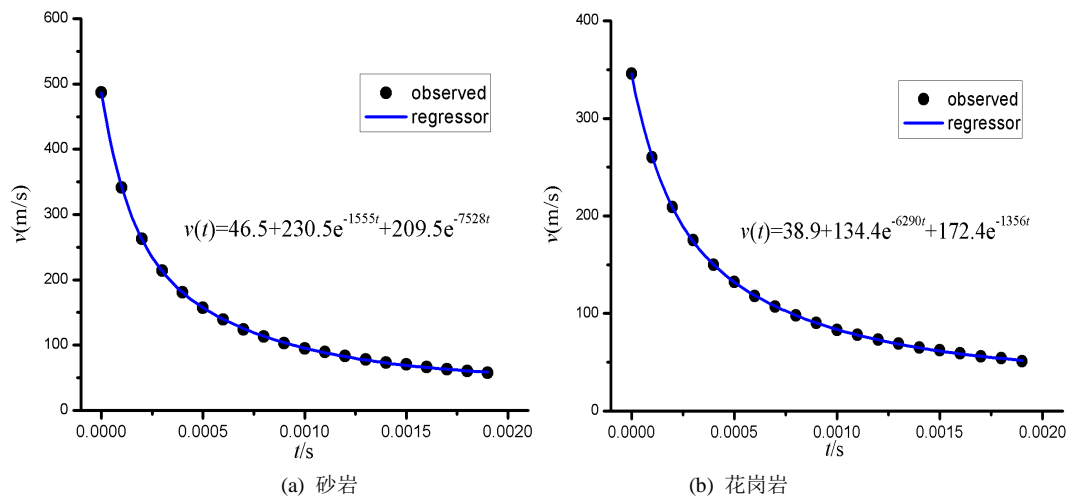


Figure 7. The predictions of typical models
图 7. 典型模型的预测结果



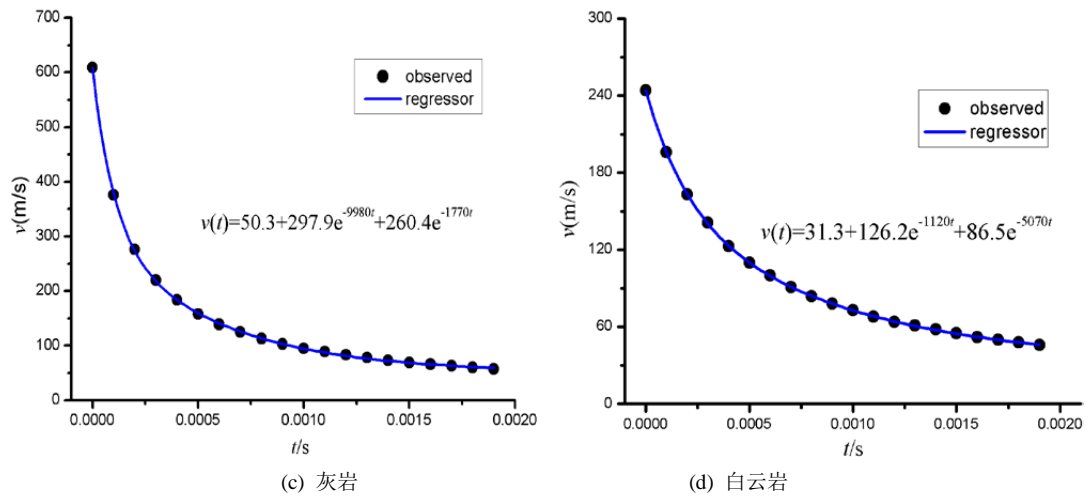


Figure 8. Regression results of particle velocity

图 8. 孔壁质点速度的回归结果

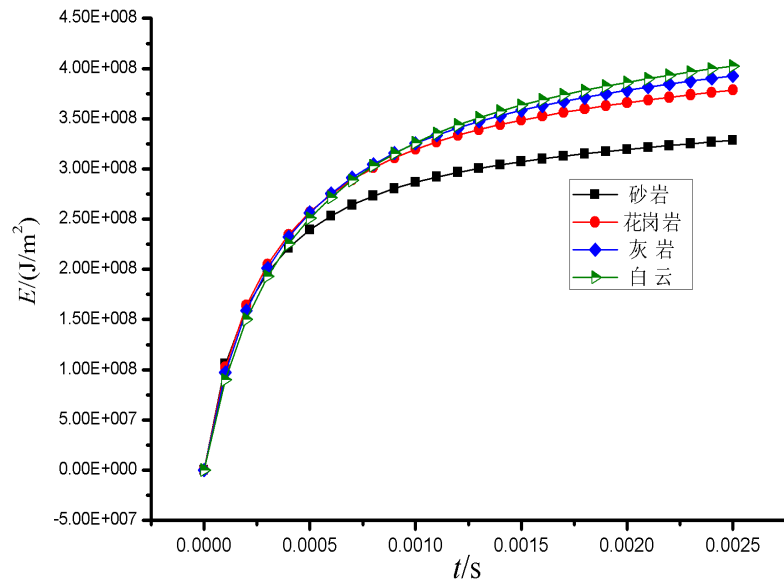


Figure 9. The graph of the transmitted wave specific energy

图 9. 透射比能量的变化曲线

透射波比能量大较接近,但是波阻抗较大的岩石激发时增长速度更快,其透射比能量大小依次为白云岩、灰岩、花岗岩、砂岩。因此结论是岩层的波阻抗越大,激发时透射波比能量就越大。

5. 结论

(1) 运用经典的冲击波理论,建立岩石介质中柱状装药爆炸时孔壁质点初始参数的计算模型,该计算模型将爆轰波简化为含化学反应的强间断面,弥补了弹性波理论认为孔壁周围岩石内直接产生应力波的不足,成功解释了爆轰波参数的基本关系式。

(2) 研究得到:初始阶段波阻抗较小的岩石激发透射比能量大,但是后期波阻抗较大的岩石激发透射比能增长速度快,一定时间后,其值超过波阻抗较小的岩石,且岩石密度越大,透射波比能量越大。

(3) 该理论计算模型同样可以预测不同药性和药量时爆炸地震波能量在岩体中的传播规律,是实验方

法的有益补充, 对于改进灰岩中震源激发方式, 提高激发能量提供了重要的理论参考。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(51304218, 51339006, 51208508)。

参考文献 (References)

- [1] 李仲远 (2009) 南方碳酸盐岩地区地震采集技术方法探讨. *天然气工业*, **6**, 33-36.
- [2] 王光祖, 张运生 (2005) 冲击波和爆轰波的共异性. *超硬材料工程*, **2**, 14-17.
- [3] 叶序双 (2003) 爆炸力学基础(上). 解放军理工大学工程兵工程学院, 南京.
- [4] 孙锦山, 朱建士 (1995) 理论爆轰物理. 国防工业出版社, 北京.
- [5] 吕春绪, 等 (2003) 工业炸药理论. 兵器工业出版社, 北京.
- [6] 钮强 (1990) 岩石爆破机理. 东北工学院出版社, 沈阳.
- [7] 赵颜军, 傅菊根 (2004) 不同装药结构条件下爆炸能量的理论计算. *安徽理工大学学报*, **3**, 37-39.
- [8] 韩红强 (2006) 柱状装药结构下水垫层厚度与爆破作用时间的数理分析和模拟试验. 硕士论文, 太原理工大学, 太原, 36-37.
- [9] 高金石, 张奇, 编著 (1993) 爆破理论与爆破优化. 西安地图出版社, 西安.
- [10] 同济大学计算数学教研室编 (2009) 现代数值计算. 人民邮电出版社, 北京.
- [11] 吴汪友, 孙秋高 (2011) 曲线拟合度分析法在公路货运回归预测中的应用. *海南大学学报*, **1**, 49-52.