

# 基于MATLAB的近似直线机构的解析分析与实现

李克勤<sup>1</sup>, 姜翠香<sup>2</sup>

<sup>1</sup>湖北工业大学机械工程学院, 湖北 武汉

<sup>2</sup>武汉科技大学理学院, 湖北 武汉

Email: leekeqin@163.com

收稿日期: 2020年12月22日; 录用日期: 2021年1月26日; 发布日期: 2021年2月22日

---

## 摘要

近似直线机构因组成构件少、机构的累积误差小、传动效率高, 在冶金工业和轻工业自动化生产线、物流行业的物料垂直搬运与输送中起到很重要的作用。运用解析法、机构学原理来分析该近似直线机构的运动特性, 分析了不同尺寸案例并在MATLAB软件平台上实现, 为后续的概念设计和方案设计实施提供了便利和基础。

## 关键词

解析分析, 直线机构, 运动学分析

---

# Analysis and Implement of an Approximate Straight-Line Mechanism Based on MATLAB

Keqin Li<sup>1</sup>, Cuixiang Jiang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan Hubei

<sup>2</sup>College of Science, Wuhan University of Science & Technology, Wuhan Hubei

Email: leekeqin@163.com

Received: Dec. 22<sup>nd</sup>, 2020; accepted: Jan. 26<sup>th</sup>, 2021; published: Feb. 22<sup>nd</sup>, 2021

---

## Abstract

Because of less components, small cumulative error and high transmission efficiency, the approximate straight-line mechanism plays an important role in metallurgy industrial and light in-

dustry automatic production line, material vertical handling and transportation in logistics industry. Analytical method and mechanism theory applied to analyze the motion characteristics of the approximate straight-line mechanism. Differential size samples analyzed, implemented by MATLAB, it's convenient for conceptual and scheme design of project.

## Keywords

Analytical Method, Straight-Line Mechanism, Kinematics Analysis

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



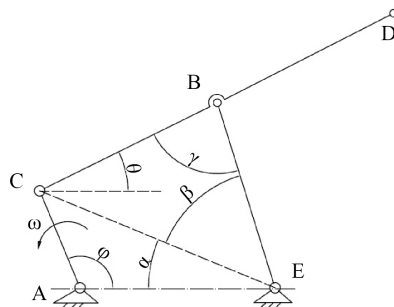
Open Access

## 1. 引言

在平面四杆机构(含曲柄摇杆机构、双摇杆机构)中有一类机构能够实现近似直线运动轨迹,如在港口广泛使用的门座式起重机[1] [2]、物流行业的垂直上下传递输送物料的装置[3],在选矿机械的直线筛分机器、冶金企业轧钢系统中的推钢机的机械传动、工业企业的钢材送入加热炉的送料搬运机械系统[4] [5] [6]中。

## 2. 近似直线机构的运动轨迹分析

机构分析方法在过去普遍使用图解法[4]-[10],随着计算机技术的普及,解析分析法[2] [11] [12]得到了广泛应用。图 1 所示为一近似直线机构,它由曲柄  $\overline{AC}$ 、连杆  $\overline{CB}$ 、摇杆  $\overline{EB}$  和机架  $\overline{AE}$  组成,在满足一定的条件下,连杆  $\overline{CB}$  的延长线的  $D$  点可得到近似直线运动轨迹。



$\alpha$  为铰点  $C$  和铰点  $E$  的连线  $\overline{CE}$  与机架的夹角;  $\beta$  为连线  $\overline{CE}$  与摇杆  $\overline{EB}$  的夹角;  $\gamma$  为连杆  $\overline{CB}$  与摇杆  $\overline{EB}$  的夹角, 此即为该机构的传动角;  $\theta$  为连杆  $\overline{CB}$  (包含其延长线  $\overline{BD}$ ) 与水平线的夹角;  $\varphi$  为曲柄  $\overline{AC}$  与机架  $\overline{AE}$  的夹角(逆时针为正);  $l_{AC}$  为曲柄  $\overline{AC}$  的长度;  $l_{CB}$  为连杆  $\overline{CB}$  的长度;  $l_{EB}$  为摇杆  $\overline{EB}$  的长度;  $l_{AE}$  为机架  $\overline{AE}$  的长度;  $l_{BD}$  为连杆  $\overline{CB}$  延长线的长度。

**Figure 1.** Geometrical relationship of approximate straight-line mechanism

**图 1.** 近似直线机构的几何关系图

为了得到  $D$  点的运动轨迹, 分二种情况讨论:

(1) 曲柄  $\overline{AC}$  在  $0^\circ \sim 180^\circ$  范围内

因曲柄  $\overline{AC}$  可在  $360^\circ$  范围活动, 摇杆  $\overline{EB}$  只在有限范围内摆动, 四边形  $AEBC$  的构型也会发生很大的变化。

此时, 在图 1 中连接铰点  $C$  和铰点  $E$ , 由余弦定理可求得连线  $CE$  的长度  $l_{CE}$ :

$$l_{CE} = \sqrt{l_{AC}^2 + l_{AE}^2 - 2 \cdot l_{AC} \cdot l_{AE} \cos \varphi} \quad (1)$$

式中:  $\varphi$  为曲柄  $\overline{AC}$  的转动角(输入角)。

由三角形  $\triangle ACE$ , 据余弦定理可求得  $\alpha$  角:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{l_{CE}^2 + l_{AE}^2 - l_{AC}^2}{2 \cdot l_{CE} \cdot l_{AE}}\right) \quad (2)$$

再据三角形  $\triangle CBE$ , 由余弦定理可求得  $\beta$  角:

$$\beta = \arccos\left(\frac{l_{CE}^2 + l_{EB}^2 - l_{CB}^2}{2 \cdot l_{CE} \cdot l_{EB}}\right) \quad (3)$$

同理, 可求得该直线机构的传动角  $\gamma$ :

$$\gamma = \arccos\left(\frac{l_{CB}^2 + l_{EB}^2 - l_{CE}^2}{2 \cdot l_{CB} \cdot l_{EB}}\right) \quad (4)$$

传动角  $\gamma$  能很好地说明该水平直线机构的传动特性。

连杆  $\overline{CB}$  (包含其延长线  $\overline{BD}$ ) 与水平线的夹角  $\theta$  可由式(5)求得。

$$\theta = 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) \quad (5)$$

所以, 点  $D$  的轨迹方程即得。

$$\begin{cases} x_D = l_{AC} \cdot \cos \varphi + l_{CD} \cdot \cos \theta \\ y_D = l_{AC} \cdot \sin \varphi + l_{CD} \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (6)$$

(2) 曲柄  $\overline{AC}$  在  $180^\circ \sim 360^\circ$  范围内

当曲柄  $\overline{AC}$  在  $180^\circ \sim 360^\circ$  活动时, 四边形  $AEBC$  的构型变化了, 所以其几何关系发生了较大的变化, 见图 2 所示。

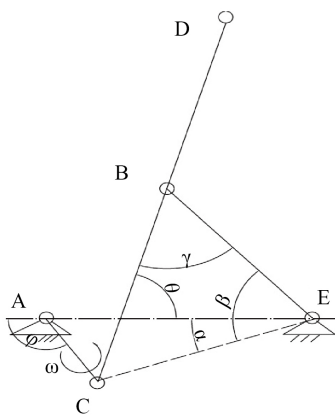


Figure 2. Schematic geometrical relationship of approximate straight-line mechanism

图 2. 近似直线机构的几何关系示意图

由图 2 可知, 此时的夹角  $\theta$  应该由式(7)求解得到。

$$\theta = 180^\circ - (\beta - \alpha + \gamma) \quad (7)$$

点  $D$  的轨迹方程也有变化, 可由式(8)得到。

$$\begin{cases} x_D = l_{AE} - l_{EB} \cdot \cos(\beta - \alpha) + l_{BD} \cdot \cos \theta \\ y_D = l_{EB} \cdot \sin(\beta - \alpha) + l_{BD} \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (8)$$

### 3. 摇杆 $\overline{EB}$ 的摆角分析

摇杆  $\overline{EB}$  虽然只在有限范围内摆动, 但其摆动角  $\psi$  (与水平线的夹角, 逆时针为正) 关系式:

(1)  $\varphi$  在  $0^\circ \sim 180^\circ$  时

$$\psi = 180^\circ - (\alpha + \beta) \quad (9)$$

(2)  $\varphi$  在  $180^\circ \sim 360^\circ$  时

$$\psi = 180^\circ - (\beta - \alpha) \quad (10)$$

### 4. 案例分析

分析案例 1。据文献[3]、[5]的信息有:  $l_{CB} = l_{EB} = l_{BD} = 2.5 * l_{AC}$ ;  $l_{AE} = 2 * l_{AC}$ 。为便于在 MATLAB 软件平台上编程实现, 为方便分析, 取  $l_{AC} = 10$  单位量, 表 1 为分析计算的结论, 其轨迹输出可见图 3 和图 4, 图 5 为其摆角变化, 图 6 为该直线机构的传动角变化。

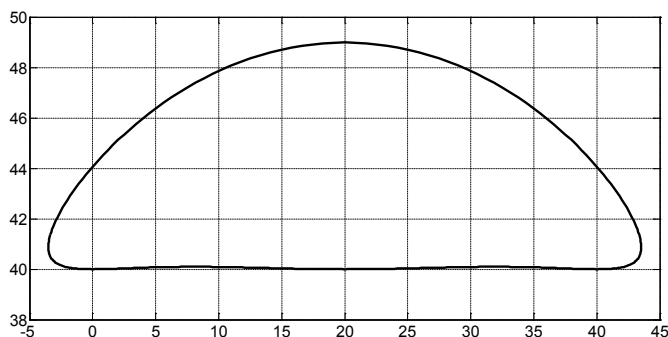


Figure 3. Motion curve of point  $D$  ( $\varphi \in [0^\circ, 360^\circ]$ )

图 3.  $D$  点的轨迹图( $\varphi$  在  $0^\circ \sim 360^\circ$  变化)

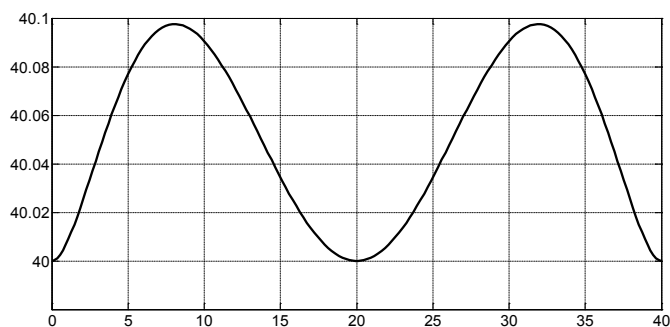


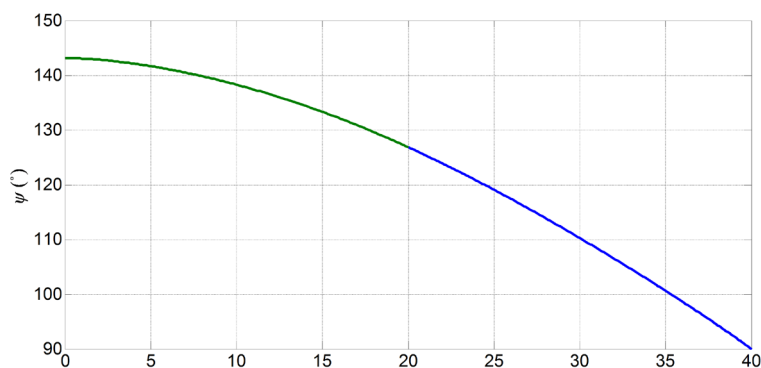
Figure 4. Motion curve of point  $D$  ( $\varphi \in [90^\circ, 270^\circ]$ )

图 4.  $D$  点的轨迹图(直线段,  $\varphi$  在  $90^\circ \sim 270^\circ$  变化)

**Table 1.** Results of analysis on two cases

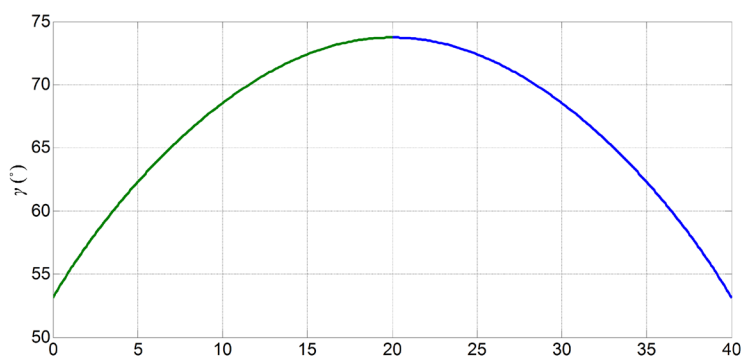
**表 1.** 案例分析的结论

案例 1				案例 2			
曲柄输入角 $\varphi$ (°)	D 点纵坐标	传动角 $\gamma$ (°)	摇杆 $\overline{EB}$ 的摆角 $\psi$ (°)	曲柄输入角 $\varphi$ (°)	D 点纵坐标	传动角 $\gamma$ (°)	摇杆 $\overline{EB}$ 的摆角 $\psi$ (°)
90	40.0000	53.1301	90.0000	90	69.7137	46.5675	94.8488
95	40.0065	55.1025	92.0362	95	69.5943	47.8435	96.0374
100	40.0219	57.0141	94.1334	100	69.5030	49.0848	97.3029
105	40.0411	58.8569	96.2757	105	69.4345	50.2848	98.6324
110	40.0604	60.6230	98.4493	110	69.3843	51.4373	100.0140
115	40.0770	62.3052	100.6416	115	69.3485	52.5363	101.4366
120	40.0892	63.8961	102.8415	120	69.3237	53.5764	102.8903
125	40.0960	65.3890	105.0386	125	69.3070	54.5527	104.3658
130	40.0974	66.7772	107.2237	130	69.2963	55.4603	105.8544
135	40.0934	68.0544	109.3884	135	69.2897	56.2950	107.3484
140	40.0850	69.2148	111.5249	140	69.2858	57.0528	108.8405
145	40.0732	70.2528	113.6261	145	69.2837	57.7300	110.3239
150	40.0593	71.1633	115.6856	150	69.2827	58.3237	111.7926
155	40.0446	71.9419	117.6973	155	69.2823	58.8308	113.2407
160	40.0304	72.5845	119.6560	160	69.2821	59.2490	114.6629
165	40.0179	73.0879	121.5567	165	69.2820	59.5764	116.0543
170	40.0082	73.4494	123.3952	170	69.2820	59.8114	117.4104
175	40.0021	73.6671	125.1674	175	69.2820	59.9528	118.7270
180	40.0000	73.7398	126.8699	180	69.2820	60.0000	120.0000
185	40.0021	73.6671	128.4997	185	69.2820	59.9528	121.2258
190	40.0082	73.4494	130.0543	190	69.2820	59.8114	122.4009
195	40.0179	73.0879	131.5312	195	69.2820	59.5764	123.5221
200	40.0304	72.5845	132.9285	200	69.2821	59.2490	124.5861
205	40.0446	71.9419	134.2446	205	69.2823	58.8308	125.5901
210	40.0593	71.1633	135.4777	210	69.2827	58.3237	126.5311
215	40.0732	70.2528	136.6266	215	69.2837	57.7300	127.4061
220	40.0850	69.2148	137.6899	220	69.2858	57.0528	128.2123
225	40.0934	68.0544	138.6660	225	69.2897	56.2950	128.9466
230	40.0974	66.7772	139.5535	230	69.2963	55.4603	129.6059
235	40.0960	65.3890	140.3504	235	69.3070	54.5527	130.1869
240	40.0892	63.8961	141.0547	240	69.3237	53.5764	130.6861
245	40.0770	62.3052	141.6635	245	69.3485	52.5363	131.0996
250	40.0604	60.6230	142.1737	250	69.3843	51.4373	131.4233
255	40.0411	58.8569	142.5812	255	69.4345	50.2848	131.6524
260	40.0219	57.0141	142.8808	260	69.5030	49.0848	131.7819
265	40.0065	55.1025	143.0663	265	69.5943	47.8435	131.8061
270	40.0000	53.1301	143.1301	270	69.7137	46.5675	131.7187



**Figure 5.** Result of swing angle  $\psi$  of rocker  $\overline{EB}$

**图 5.** 摇杆  $\overline{EB}$  的摆角  $\psi$  输出图

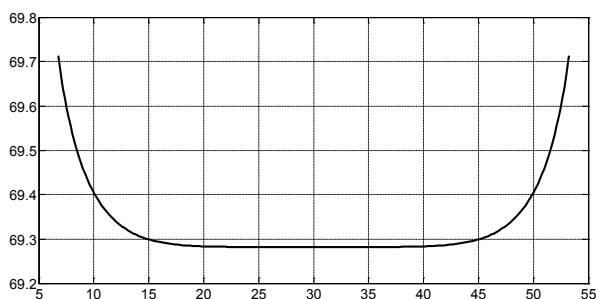


**Figure 6.** Result of transmission angle  
**图 6.** 传动角输出图

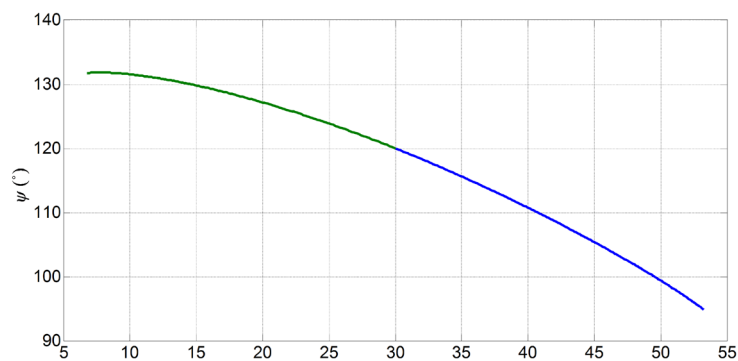
分析案例 2。据文献[6], 其已知数据有:  $l_{CB} = l_{EB} = l_{BD} = 4 * l_{AC}$ ;  $l_{AE} = 3 * l_{AC}$ 。为便于比较, 同样地, 取  $l_{AC} = 10$  单位量。其输出结论如表 1 和图 7~9 所示。

二个案例分析表明:

在同样的曲柄活动范围(即  $\varphi$  在  $90^\circ \sim 270^\circ$  变化), 比较图 4 和图 7, 其  $D$  点的输出直线段的有效区间: 案例 1 的直线段长为 40 单位, 案例 1 的垂直方向差值为 0.0975 单位, 相对差值(垂直方向差值/直线段)0.002438; 案例 2 的直线段长度为 46.4758 单位, 垂直方向差值为 0.4317 单位, 相对差值(垂直方向差值/直线段)为 0.002648; 显然, 案例 1 比案例 2 的要好。要保持较好的直线度值, 案例 2 的活动区间就必须缩小。



**Figure 7.** Motion curve of point  $D$  ( $\varphi \in [90^\circ, 270^\circ]$ )  
**图 7.**  $D$  点的轨迹图(直线段,  $\varphi$  在  $90^\circ \sim 270^\circ$  变化)



**Figure 8.** Result of swing angle  $\psi$  of rocker  $\overline{EB}$   
**图 8.** 摇杆  $\overline{EB}$  的摆角  $\psi$  输出图

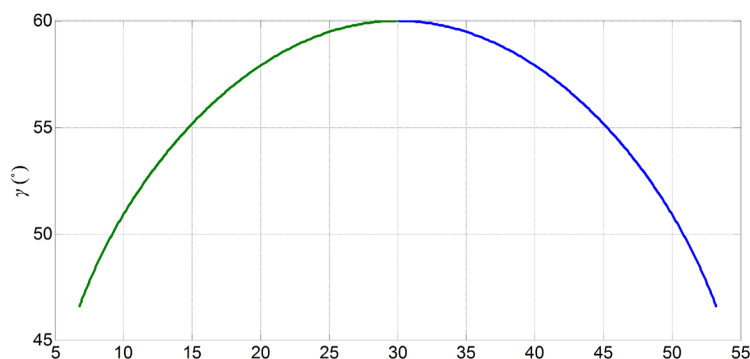


Figure 9. Result of transmission angle  
图 9. 传动角输出图

## 5. 结论

运用解析分析的方法对近似直线机构进行了运动学分析, 得到了该近似直线机构的运动轨迹方程、传动角、摆角等重要信息, 为具体的机构选型与设计打下了坚实基础, 方便项目的概念设计和方案设计实施。

(1) 在同样的曲柄活动范围(即  $\varphi$  在  $90^\circ \sim 270^\circ$  变化), 案例 1 的直线段长的区段比案例 2 的要大一些; 案例 1 比案例 2 的要好。

(2) 摇杆  $\overline{EB}$  的摆角输出, 随尺寸的增大而输出相应的变小; 案例 1 优于案例 2。

(3) 传动角的变化趋势也是随尺寸增大而输出变小, 这说明案例 1 的传动性能更佳。

(4) 案例 1 的综合性能比案例 2 更好, 直线度更好一些, 直线段的区域更大。

## 参考文献

- [1] 倪庆兴, 王焕勇. 起重机械[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1990.
- [2] 李克勤. 具有近似水平直线运动轨迹双摇杆变幅机构的运动学分析与计算[J]. 港口装卸, 2002(2): 5-7.
- [3] 陈国华. 机械机构及应用[M]. 第 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2013.
- [4] 杨黎明, 杨志勤. 机构选型与运动设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.
- [5] Ullman, D.G. (2010) The Mechanical Process. 4th Edition, The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
- [6] 黄锡恺, 郑文纬. 机械原理[M]. 第 6 版. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [7] 曹惟庆, 徐曾荫. 机构设计[M]. 第 2 版. 北京: 机械工业出版社, 1999.
- [8] 杨基厚. 机构运动学与动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [9] 李琦, 李华英. 平面连杆机构连杆曲线的直线近似度研究[J]. 轻工机械, 2003(2): 39-41.
- [10] 王忠, 朱洪俊, 廖磊, 等. 瞬心无穷远时近似直线轨迹的四杆机构综合[J]. 机械工程学报, 2007(10): 46-49.
- [11] 钱卫香, 韩建友. 特殊位形下近似直线轨迹连杆机构综合[J]. 机械设计与研究, 2007(3): 40-43.
- [12] Dijkman, E.A. and Smals, A.T.J.M. (1996)  $\lambda$ -Formed 4-bar Linkages Set in a Translation-Position to Design Mechanisms Approximating a Straight Line. *Mechanism and Machine Theory*, **31**, 1033-1042.  
[https://doi.org/10.1016/0094-114X\(96\)84596-4](https://doi.org/10.1016/0094-114X(96)84596-4)

## 附录：程序代码

```

% MATLAB 实现程序
% AC 为曲柄(主动件,  $\varphi$  为输入角)
% C、B、D 在一条直线上; 机架为 AE; 摇杆为 EB
%  $CB=EB=BD=2.5*AC$ ;  $AE=2*AC$ 
% 求 D 点的轨迹
clc;
AC=10;
CB=2.5.*AC;
EB=2.5.*AC;
BD=2.5.*AC;
AE=2.*AC;
phia=[0:2:180]*pi/180; %曲柄输入角在 0 到 180°时
CE=sqrt(AC.*AC+AE.*AE-2.*AC.*AE*cos(phia)); %计算 CE 长度
alph=acos((CE.*CE+AE.*AE-AC.*AC)/(2.*CE.*AE)); % $\alpha$ 
beta=acos((CE.*CE+EB.*EB-CB.*CB)/(2.*CE.*EB)); % $\beta$ 
gama =acos((CB.*CB+EB.*EB-CE.*CE)/(2.*CB.*EB)); % $\gamma$  传动角
sita=pi-(alph+beta)-gama;
gama11= gama*180/pi;
baijiao=(pi-(alph+beta))*180/pi;%摇杆的摆角输出 (°)
xd1=AC.*cos(phia)+(CB+BD).*cos(sita); %D 点的横坐标
yd1=AC.*sin(phia)+(CB+BD).*sin(sita); %D 点的纵坐标
phia1=[180:2:360]*pi/180; %当曲柄输入角在 180°到 360°时
CE1=sqrt(AC.*AC+AE.*AE-2.*AC.*AE*cos(2.*pi-phia1)); %计算 CE 长度
alph1=acos((CE1.*CE1+AE.*AE-AC.*AC)/(2.*CE1.*AE)); % $\alpha$ 
beta1=acos((CE1.*CE1+EB.*EB-CB.*CB)/(2.*CE1.*EB)); % $\beta$ 
gama1=acos((CB.*CB+EB.*EB-CE1.*CE1)/(2.*CB.*EB)); % $\gamma$  传动角
sita1=pi-(beta1-alph1)-gama1; %注意: 几何关系变化
gama11= gama1*180/pi;
baijiao1=(pi-(beta1-alph1))*180/pi; %摇杆的摆角输出 (°)
xd2=AE-EB.*cos(beta1-alph1)+BD.*cos(sita1); %D 点的横坐标
yd2=EB.*sin(beta1-alph1)+BD.*sin(sita1); %D 点的纵坐标
plot(xd1,yd1,xd2,yd2) %绘制轨迹图
grid

```