Mechanical Engineering and Technology 机械工程与技术, 2022, 11(5), 534-545
Published Online October 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/met
https://doi.org/10.12677/met.2022.115063

MATLAB可视化技术在工程优化设计中的应用研究

李克勤[1]，姜翠香[2]

[1]湖北工业大学机械工程学院，湖北 武汉
[2]武汉科技大学理学院，湖北 武汉

收稿日期：2022年9月20日；录用日期：2022年10月21日；发布日期：2022年10月28日

摘 要

工程优化设计是在给定的各种约束条件下合理确定各设计参数，从众多的工程设计方案中搜寻到目标为最佳的设计方案，使某项或几项工程设计指标获得最优值。可视化技术随着计算机技术的应用越来越被关注，可视化技术与工程优化设计的结合是近年来的研究热点之一。本文从工程优化设计的可行域、一维优化问题和多维优化问题出发，以案例为依托，结合MATLAB可视化技术开展研究，为解决实际工程问题创造了条件。

关键词

优化设计，可视化技术，一维优化问题，多维优化问题，MATLAB

Visualization Technology on Engineering Optimal Design Based on MATLAB

Keqin Li[1], Cuixiang Jiang[2]

[1]School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan Hubei
[2]College of Science, Wuhan University of Science & Technology, Wuhan Hubei

Received: Sep. 20th, 2022; accepted: Oct. 21st, 2022; published: Oct. 28th, 2022

Abstract

Engineering optimization design is to determine the design parameters reasonably under the given constraints, search for the best design plan from many engineering design plans, and obtain the optimal value of one or several engineering design indexes. With the application of computer

文章引用: 李克勤, 姜翠香. MATLAB 可视化技术在工程优化设计中的应用研究[J]. 机械工程与技术, 2022, 11(5): 534-545. DOI: 10.12677/met.2022.115063

technology, more and more attention has been paid to visualization technology. The combination of visualization technology and engineering optimization design is one of the research hot-spots in recent years. In the paper, visualization technology to optimal design is studied with the feasible domain of engineering optimal design problem, single variable minimization and multi-variable minimization, combined with cases and MATLAB practices, to create conditions for solving practical engineering problems.

Keywords

Optimal Design, Visualization Techniques, Single-Variable Minimization, Multi-Variable Minimization, MATLAB

1. 引言

人类从事的一切生产活动都离不开设计。设计是为满足社会需要进行的一系列创造性思维活动，是把各种先进的科学技术转化为生产力的重要手段，设计就是创新。对工业企业来说，设计决定着企业的命运和前途。因为现代企业的竞争，实质上是产品性能和质量的竞争，而产品的性能和质量主要是通过设计来实现并保证的，如同生物体的基本性态是在其胚胎基因的遗传和重组过程中就确定一样。

工程优化设计是随着计算机技术的迅速发展和广泛应用而产生的一种现代设计方法[1] [2]。工程优化设计是将工程设计问题转化为优化设计问题，利用数学规划方法，借助于计算机高速度、高精度和大存储量的运算处理能力，从满足工程设计要求的一切可行方案中自动寻求最佳设计方案的设计方法。它能够综合处理并最大限度地满足各种不同性质甚至相互矛盾的设计要求，迅速而准确地得到满意的设计结果，且可用于各种工程项目的方案设计和技术设计。

2. 工程优化设计和可视化定义

人们做任何事情都力求用最小的付出得到最佳的效果，这就是优化问题。机械、电气工程设计中，设计者更是希望寻求一组合理的设计参数，使由该组参数所确定的方案既满足各种设计的性能要求，又使其技术经济指标达到最佳，即实现了最优设计[1] [2] [3] [4]。但常规的工程设计仍沿用着众所熟知的经验类比法；由于设计问题的复杂性及设计手段、方法的制约，不可能进行多方案的分析比较，更不可能得到最佳的设计方案。

工程优化设计即是将数学方法和计算机技术应用于工程项目或工业产品的最优设计方案的方法和技术。

工程的设计问题通常是相当复杂的，欲能利用计算机进行优化求解，必须对实际问题加以适当的抽象和简化，即建立便于求解的统一形式——数学模型。数学模型是进行优化设计的基础，根据设计问题的具体要求和条件建立完备的数学模型是优化设计成败的关键[5] [6]。

俗话说“一图胜万语”，在科学研究、工程上有图则一目了然，无图搭配则如隔靴搔痒，很难窥得全貌。

MATLAB 能够为广大科技工作中接受和喜爱的原因，除了其强大的计算功能外，就是它能够提供极其方便的绘图功能，也就是可视化功能。MATLAB 的数据函数可视化可以方便地让用户从一堆杂乱无章

的数据中观察数据间的内在关系，并进而获得数据背后隐藏的物理本质。MATLAB 可以绘制多种类型的二维、三维图形，并可以进行动画演示；利用程序与绘图结合，可以将结果计算以图形显现，有助于了解计算过程以及分析计算结果，这在科学、工程中都非常重要[7]-[12]。

3. 优化设计问题的可行域的可视化实现

一个可行的设计方案必须满足某些设计限制条件，这些限制条件被称作约束条件，也称为约束函数。凡满足所有约束条件的设计点，它在设计空间的活动范围即称为可行域。可行域也可看作满足所有约束条件的设计点的集合。

某优化问题，其优化数学模型为：

$$\begin{aligned} &\min f(\boldsymbol{X}) = (x_1-2)^2 + x_2^2 \\ &s.t.\ \ g_1(\boldsymbol{X}) = -x_1 + x_2 - 2 \le 0 \\ &\qquad g_2(\boldsymbol{X}) = x_1^2 - x_2 + 1 \le 0 \\ &\qquad g_3(\boldsymbol{X}) = -x_1 \le 0 \\ &\qquad g_4(\boldsymbol{X}) = -x_2 \le 0 \end{aligned} \tag{1}$$

式中：

x_1、x_2——设计变量；

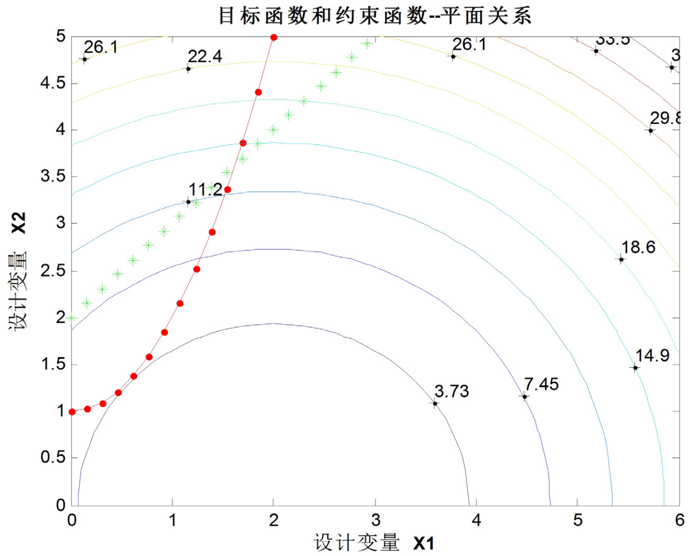
$f(\boldsymbol{X})$——目标函数；

$g_1(\boldsymbol{X})$、$g_2(\boldsymbol{X})$、$g_3(\boldsymbol{X})$、$g_4(\boldsymbol{X})$——约束函数；

$\min f(\boldsymbol{X})$——求解 $f(\boldsymbol{X})$ 的最优值；

s.t.——受约束于。

该优化问题的可行域并不能直接得到，可以借助 MATLAB 编程来达到目的。可行域即为红色曲线、绿色直线和垂直轴所包围的区域范围，如图 1 所示；图 2 所示为该优化问题可行域的三维表达。利用 MATLAB 优化求解得最优值为：$\boldsymbol{X}^* = [\,0.5536, 1.3064]^{\mathrm{T}}$，$f(\boldsymbol{X}^*) = 3.7989$。



图中红色曲线代表 $g_2(\boldsymbol{X})$，绿色直线代表 $g_1(\boldsymbol{X})$

Figure 1. Plane visualization of feasible domain
图 1. 可行域的平面可视化

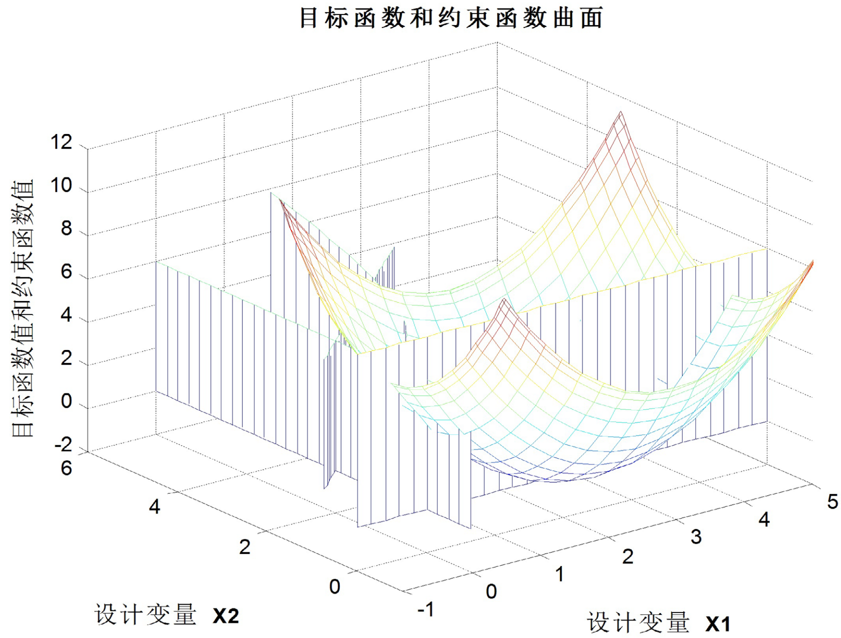


Figure 2. 3-D visualization of feasible domain
图 2. 可行域的三维可视化

4. 一维优化设计问题的求解过程的可视化实现

MATLAB 提供数据及函数的可视化技术，让离散、杂乱的数据以图形的方式，清晰地呈现在学习者和用户面前，便于观察、理解数据之间的扑朔迷离的内在关系。

一维优化问题是求解一元函数 $f(\boldsymbol{X})$ 的极小点和极小值的问题。一维优化问题是多维无约束和约束优化问题的基础；一维优化问题虽然只有一个设计变量，但是目标函数的性态有时特别复杂，很难判断最优解出现的区间，求解十分困难。目标函数的性态要满足“大—小—大”趋势，才能求解得到最优值。

在 MATLAB 软件环境下，只需较简单的操作就可以可视化呈现一维优化问题的求解过程。使用函数 fminbnd 即可完成该项任务，以优化问题：$f(\boldsymbol{X})=\sin(x)+3$ 为案例说明；图 3 为 $f(\boldsymbol{X})=\sin(x)+3$ 的变化趋势图，显然其优化值的区间在[4, 5]区间范围内；图 4 为 fminbnd 求解过程的进化过程。

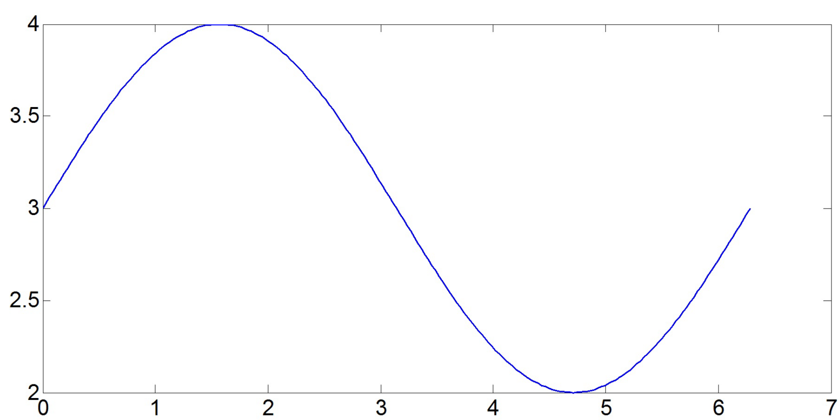


Figure 3. Chart of changing trend of $f(\boldsymbol{X})=\sin(x)+3$
图 3. $f(\boldsymbol{X})=\sin(x)+3$ 的变化趋势图

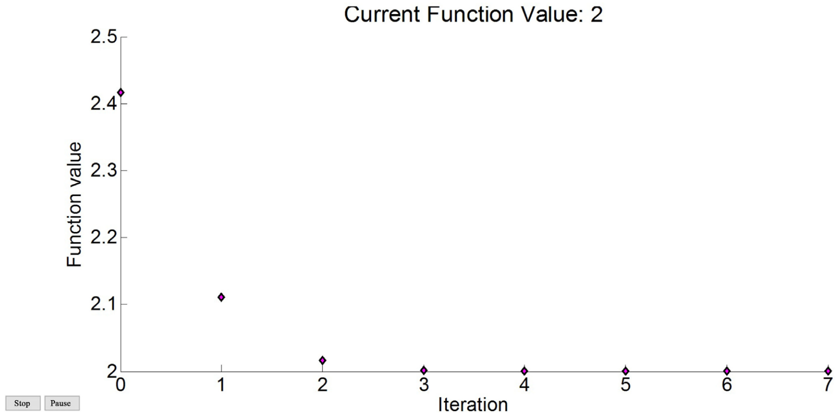


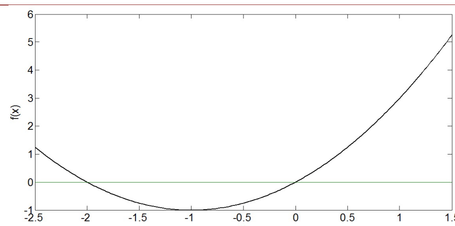
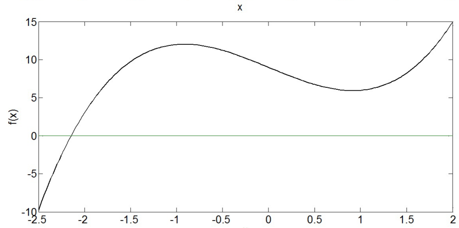
Figure 4. Evolution process of single-variable minimization
图 4. 一维优化问题求解的进化过程

MATLAB 程序实现如下：

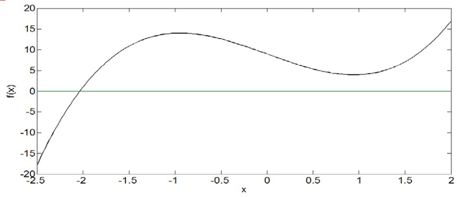
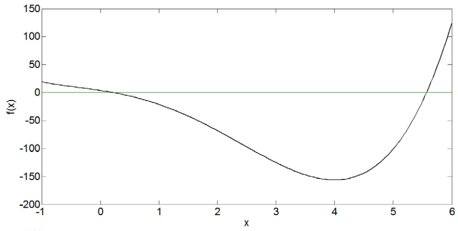
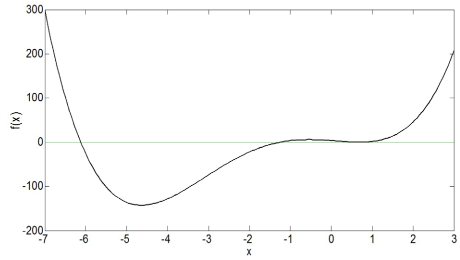
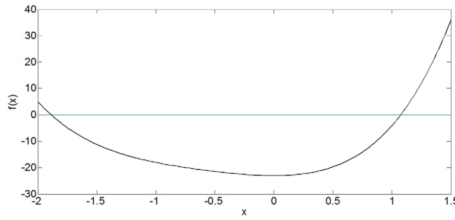
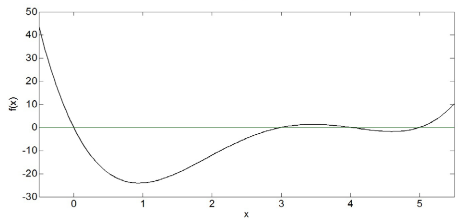
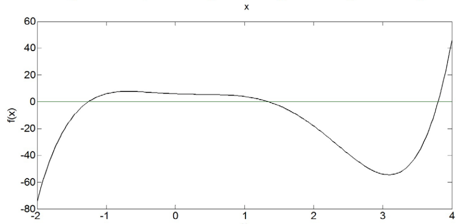
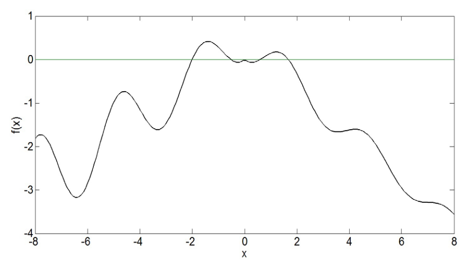
```
%一维优化求解案例
%优化目标函数 sin(x) + 3
figure (1)
x = [0:0.01:2]*pi;      %变量 x 取值范围
y = sin(x) + 3;      %优化问题的目标函数
plot(x, y)           %变化趋势绘图
figure (2)
a = 3;               %区间左端点的值
b = 5;               %区间左端点的值
options = optimset('Display', 'iter', 'PlotFcns', 'optimplotfval');
[x, fval] = fminbnd(@(x) sin(x) + 3, a, b, options)      %一维优化问题求解
```

其它有代表性的一维优化问题的求解结论见表 1。

Table 1. Conclusions for typical single-variable minimization
表 1. 典型的一维优化问题的求解结论

类型	数学表达式	一维优化问题的可视化表达	根(i 为虚数单位)	最优值 x^*
一元二次函数	$f(\boldsymbol{x}) = x^2 + 2x$		−2，0	−1
一元三次函数	$f(\boldsymbol{x}) = 2x^3 - 5x + 9$		−2.1444 1.0722+0.9741i 1.0722−0.9741i	0.9129

Continued

一元三次函数	$f(\boldsymbol{x}) = 3x^3 - 8x + 9$		−2.0349 1.0175 + 0.6626i 1.0175 − 0.6626i	0.9428
一元四次函数	$f(\boldsymbol{x}) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 16x + 4$		0.2278 5.5698 −0.8988 + 1.5314i −0.8988 − 1.5314i	4.0000
	$f(\boldsymbol{x}) = x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 7x + 4$		−6.1225 −1.2687 0.6956 + 0.1764i 0.6956 − 0.1764i	−4.6343 (全域最优值) 0.6854 (局部最优值)
一元四次函数	$f(\boldsymbol{x}) = 3x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 23$		−1.8857 1.0732 −0.7604 + 1.7916i −0.7604 − 1.7916i	2.6645e−015
	$f(\boldsymbol{x}) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$		0，3，4，5	0.9435 (全域最优值) 4.6010 (局部最优值)
一元五次函数	$f(\boldsymbol{x}) = x^5 - 4x^4 + 3x^2 - 2x + 6$	 三次过零点，但是极小值只有一个	−1.2607 1.3479 3.7999 0.0564 + 0.9623i 0.0564 − 0.9623i	3.0877
特别复杂优化函数	$f(\boldsymbol{x}) = (\sin(x))^2 \cdot e^{-0.1x} - 0.5\lvert x\rvert$ 区间[−8, 8]		−2.0074 −0.5198 0.5993 1.6738	−6.4154 (全域最优值) −3.3232 (局部最优值) −0.2512 (局部最优值) 0.2741 (局部最优值) 3.5499 (局部最优值)

5. 无约束优化设计问题的求解过程的可视化实现

优化问题的求解是针对复杂的数学极值问题提出的一种有别于数学解析法的数值解法，即不断地迭代循环、达到一定求解精度的解法。实际优化问题求解中，常常会利用检验函数来实现，如俗称的香蕉函数即是。

案例 1：香蕉函数的数学表达式为：

$$\min f\left(\boldsymbol{X}\right)=100*\left(x_2-x_1^2\right)^2+\left(1-x_1\right)^2 \tag{2}$$

式中：

x_1、x_2——设计变量；

$f\left(\boldsymbol{X}\right)$——目标函数；

$\min f\left(\boldsymbol{X}\right)$——求解 $f\left(\boldsymbol{X}\right)$ 的最优值。

香蕉函数的可视表现见图 5 所示。最优值为：$\boldsymbol{X}^*=[1.0000, 1.0000]^{\mathrm{T}}$，$f(\boldsymbol{X}^*)=2.8336\mathrm{e}{-011}$。

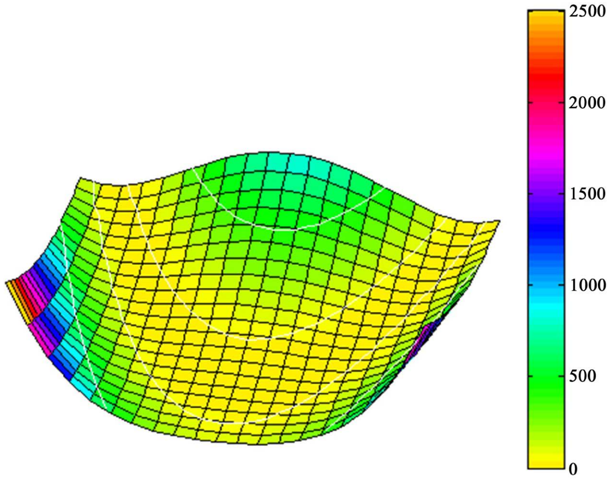


Figure 5. 3-Dvisualization of banana function

图 5. 香蕉函数的三维可视表现图

MATLAB 实现香蕉函数的可视表现的程序：

```
cla reset;        %清除内存
axis off;
x = [−2:.2:2];
y = [−1:.2:3];
[xx, yy] = meshgrid(x, y);
zz = 100*(yy − xx.^2).^2 + (1 − xx).^2;%香蕉函数
hsv2 = hsv;
hsv3 = [hsv2(11:64, :); hsv2(1:10, :)];
surfHndl = surface(x, y, zz, 'EdgeColor', [.8 .8 .8]);%三维曲面图
axis off;
view(10, 55);
colormap(hsv3); %三维彩色图
```

```
hold on;
[c, contHndl] = contour3(x, y, zz + 50, [100 500], 'k');
set(contHndl, 'Color', [.8 .8 .8]);
drawnow
colorbar%色棒
```

其优化求解的过程可视化见图 6 所示。

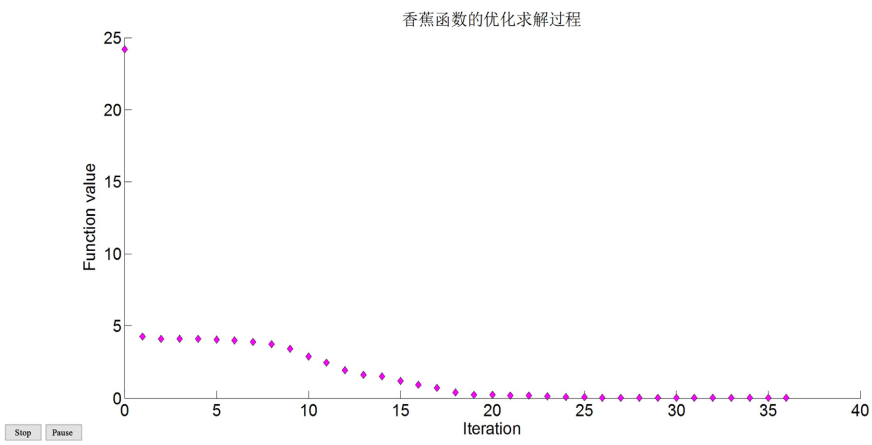


Figure 6. Visualization of optimization of banana function with unconstraint
图 6. 香蕉函数无约束优化求解过程的可视表现

MATLAB 优化求解香蕉函数程序：

```
%香蕉函数的无约束优化求解
clc;        %清屏
banana = @(x)100*(x(2) − x(1)^2)^2 + (1 − x(1))^2;
options = optimset('LargeScale', 'off', 'Display', 'iter', 'PlotFcns', 'optimplotfval');
[x, fval] = fminunc(banana, [−1.2, 1], options)
```

案例 2：复杂的无约束优化问题，其目标函数为：

$$\min f\left(\boldsymbol{X}\right)=x_1^3-x_2^3+3*x_1^2+3*x_2^2-9*x_1 \tag{3}$$

式中：

x_1、x_2——设计变量；

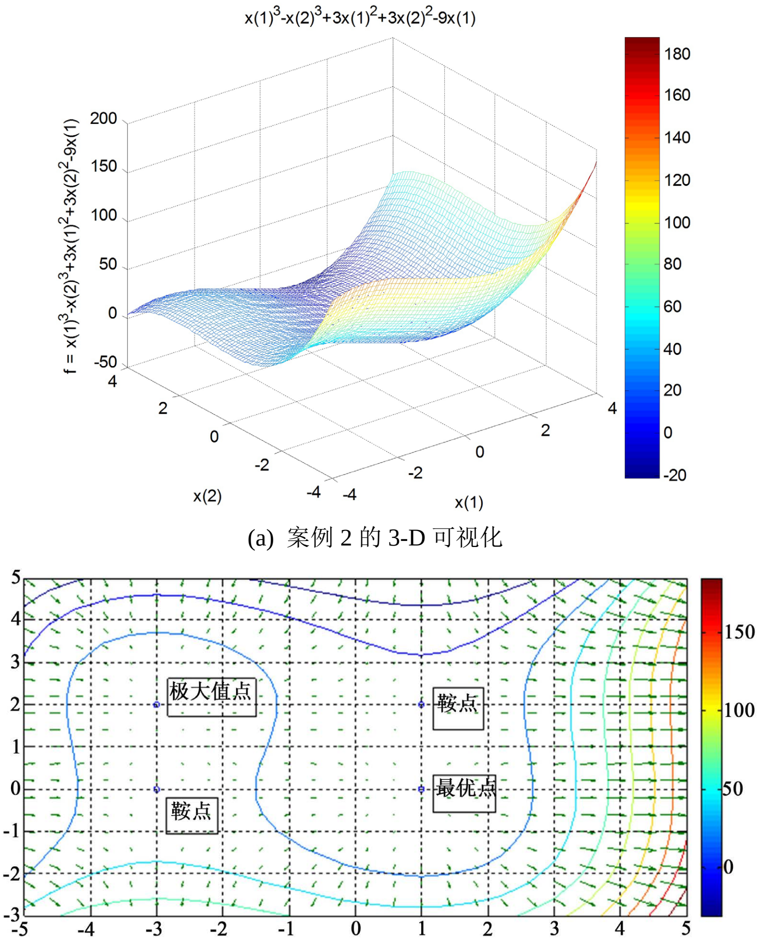
$f\left(\boldsymbol{X}\right)$——目标函数；

$\min f\left(\boldsymbol{X}\right)$——求解 $f\left(\boldsymbol{X}\right)$ 的最优值。

案例 2 有 4 个驻点，给优化求解带来极大困难。在本例的优化求解过程中，只能采用试探法进行。对于具有多个局部优化解的问题求解是非常困难的，此时，借助可视化技术不适为一个可行的和高效的解决问题的手段(见表 2 和图 7)。

MATLAB 优化求解程序：

```
clc;            %清屏
Suanli02 = @(x) x(1)^3 − x(2)^3 + 3*x(1)^2 + 3*x(2)^2 − 9*x(1);    %定义函数句柄
[x, fval] = fminunc(suanli2, [0, 0])     %初始点值[0, 0]可改变，试探求解
```



(a) 案例 2 的 3-D 可视化

(b) 案例 2 的等高线、梯度和极值点

Figure 7. Visualization of case 2
图 7. 案例 2 的可视化表达

Table 2. Conclusions for optimization of case 2
表 2. 算例 2 的优化结论

驻点	*f*(***X***)	是否为优化值	备注
(−3, 0)	27	否	鞍点
(−3, 2)	31	否	极大值点
(1, 0)	−5	是	最优值点
(1, 2)	−1	否	鞍点

6. 约束优化设计问题的求解过程的可视化实现

当香蕉函数增加约束条件后，该优化问题就变为约束优化问题。

$$\begin{aligned} &\min f\left(\boldsymbol{X}\right)=100*\left(x_2-x_1^2\right)^2+\left(1-x_1\right)^2 \\ &s.t.\ \ x_1^2+x_2^2\le 1 \end{aligned} \tag{4}$$

式中：

x_1、x_2——设计变量；

$f(\boldsymbol{X})$——目标函数；

$\min f(\boldsymbol{X})$——求解 $f(\boldsymbol{X})$ 的最优值；

s.t.——受约束于。

约束优化问题的求解要困难一些，图 8 是香蕉函数的约束优化求解的可视化过程；其最优值为：$\boldsymbol{X}^* = [0.7864, 0.6177]^{\mathrm{T}}$，$f(\boldsymbol{X}^*) = 0.0457$。

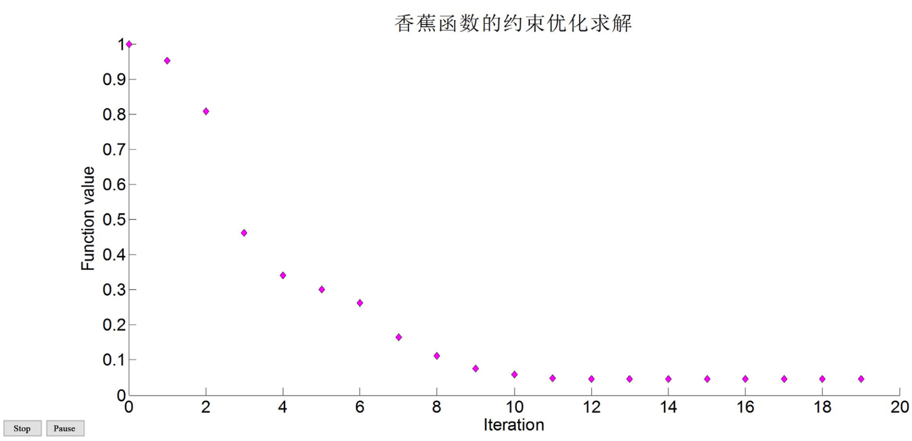


Figure 8. Visualization of optimization of banana function with constraint
图 8. 香蕉函数约束优化求解过程的可视表现

```
%香蕉函数__约束优化求解
clc;            %清屏
x0 = [0 0];     %初始点
banana = @(x)100*(x(2) − x(1)^2)^2 + (1 − x(1))^2;   %定义香蕉函数
options = optimset('LargeScale', 'off', 'Display', 'iter', 'PlotFcns', 'optimplotfval');
[x, fval] = fmincon(banana, x0, [], [], [], [], [], [], @banana2, options)
function [c, ceq] = banana2(x)    %约束条件的子程序
c = x(1).^2 + x(2).^2 − 1;        %不等式约束条件
ceq = [];                  %等式约束条件，本例没有等式约束条件
```

工程应用案例：某箱型盖板的优化问题[13]是一个实际的工程问题，它追求箱型盖板的质量最轻。箱型盖板的问题如图 9 所示，其优化数学模型见式(5)。设计变量的选取：翼板厚度 t_f 为 x_1，盖板高度 h 为 x_2。

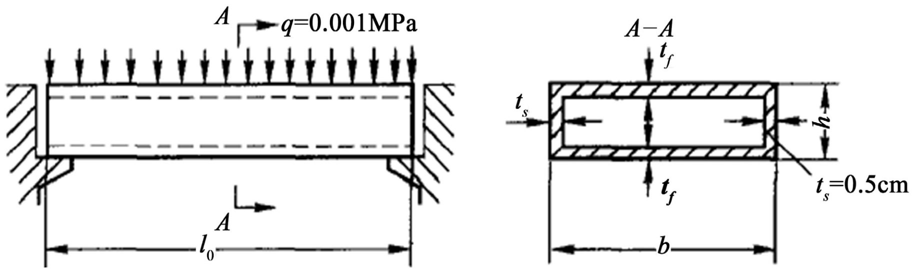


Figure 9. Schematic graph of box-type cover plate
图 9. 箱型盖板示意图

$$
\begin{aligned}
&\min\ f(\boldsymbol{X}) = 120x_1 + x_2 \\
&s.t.\ \ g_1(\boldsymbol{X}) = 1 - 0.25x_2 \le 0 \\
&\qquad g_2(\boldsymbol{X}) = 1 - \frac{7}{45}x_1x_2 \le 0 \\
&\qquad g_3(\boldsymbol{X}) = 1 - \frac{7}{45}x_1^3x_2 \le 0 \\
&\qquad g_4(\boldsymbol{X}) = 1 - \frac{1}{320}x_1x_2^2 \le 0 \\
&\qquad g_5(\boldsymbol{X}) = -x_1 \le 0 \\
&\qquad g_6(\boldsymbol{X}) = -x_2 \le 0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

式中：

x_1、x_2——设计变量；

$f(\boldsymbol{X})$——目标函数；

$\min f(\boldsymbol{X})$——求解 $f(\boldsymbol{X})$ 的最优值；

$g_1(\boldsymbol{X})$、$g_2(\boldsymbol{X})$、$g_3(\boldsymbol{X})$、$g_4(\boldsymbol{X})$、$g_5(\boldsymbol{X})$、$g_6(\boldsymbol{X})$——约束函数；

s.t.——受约束于。

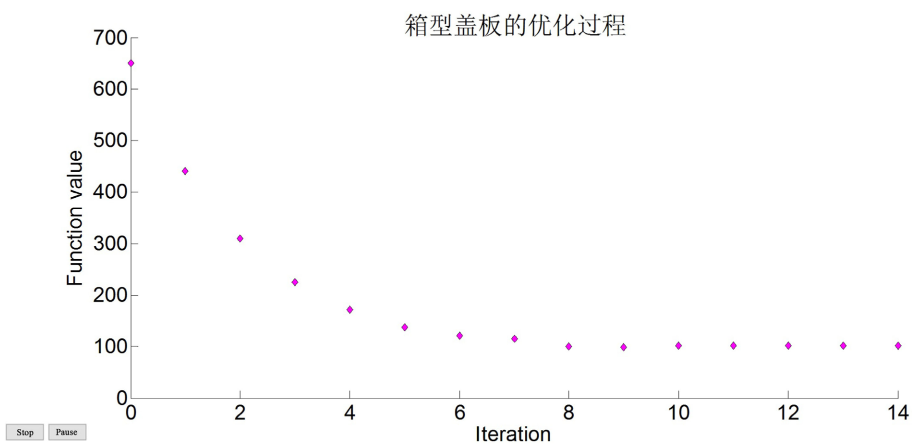


Figure 10. Visualization of optimization of box-type cover plate
图 10. 箱型盖板优化求解过程的可视表现

图 10 为该工程问题的 MATLAB 优化求解的可视化过程。在 MATLAB 软件平台求解其最优值为：$\boldsymbol{X}^*$ = [0.6332, 25.3264]T，$f(\boldsymbol{X}^*)$ = 101.3056。

MATLAB 求解程序：

```
clc;    %清屏
x0 = [5, 50];    %箱形盖板优化问题的初始值
options = optimset('LargeScale', 'off', 'Display', 'iter', 'PlotFcns', 'optimplotfval');
[x, fval, exitflag, output] = fmincon(@xiangxingYH01, x0, [], [], [], [], [], [], @xiangxingYH02, options)
%目标函数子程序 xiangxingYH01.m
function f = objfun(x)
f = 120*x(1) + x(2);    %优化设计的目标函数
%约束函数子程序 xiangxingYH02.m
```

```
function [c, ceq] = confun(x)
c = [1 − 0.25*x(2);
     1 − (7/45)*x(1)*x(2);
     1 − (7/45)*x(1)^3*x(2);
     1 − (1/320)*x(1)*x(2)^2;
     −x(1);
     −x(2)];   %不等式约束条件
ceq = [];   %等式约束，[]表示无等式约束条件
```

7. 结论

工程优化设计问题的求解会遇到许多困难，第一步是要正确理解优化设计问题的数学模型；其次，借助 MATLAB 的强大可视化功能，对理解优化设计问题的可行域表达、一维优化问题求解、无约束优化求解和约束优化问题的求解极为实用；同时，对于具有多个局部优化解的工程优化问题求解是非常困难的，借助 MATLAB 可视化技术不适为一个可行的和高效的解决问题的手段。

参考文献

[1] 李元科. 工程最优化设计[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2019.
[2] 杨挺. 优化设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2014.
[3] 邓效忠, 竺志超. 机械优化设计[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2015.
[4] 陈玉英, 严军, 许凤, 等. Matlab 优化设计及其应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2017.
[5] 李克勤. 基于 CDIO 理念的机械优化设计课程教学实践[J]. 科教导刊, 2015(31): 128-129.
[6] 李克勤, 刘小鹏. 基于 MATLAB 的二级圆柱斜齿轮减速器优化[J]. 湖北工学院学报, 2003(2): 41-42.
[7] 刘加海, 金国庆, 季江民, 等. MATLAB 可视化科学计算[M]. 第 2 版. 杭州: 浙江大学出版社, 2014.
[8] 周群益, 马传秀, 罗汉, 等. MATLAB 可视化高等数学(上册) [M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2016.
[9] 马传秀. MATLAB 可视化高等数学(下册) [M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2017.
[10] 周群益, 侯兆阳, 刘让苏. MATLAB 可视化大学物理学[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2015.
[11] 李克勤, 姜翠香. 吉布斯现象的 MATLAB 实现[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2006(3): 269-270.
[12] 李克勤, 姜翠香. 基于 MATLAB 的近似直线机构的解析分析与实现[J]. 机械工程与技术, 2021, 10(1): 44-51.
[13] 陈立周, 俞必强. 机械优化设计方法[M]. 第 4 版. 北京: 冶金工业出版社, 2014.