

基于改进最小二乘法的无人机轨迹预测研究

原倩倩, 黄松, 伊卜拉伊木江·亚森

上海理工大学机械工程学院, 上海

收稿日期: 2022年6月13日; 录用日期: 2022年7月14日; 发布日期: 2022年7月20日

摘要

高效精确地对无人机飞行轨迹进行预测是无人机领域的关键技术之一。针对现在无人机飞行轨迹预测方法的预测精度不足的问题, 本文在进行大地坐标与空间直角坐标转换的基础上, 提出一种基于最小二乘的无人机飞行轨迹预测算法, 在无人机的飞行过程中, 该算法能够不间断地更新轨迹数据并拟合飞行轨迹方程, 从而达到对飞行轨迹的精确预测。仿真实验结果表明, 所提出的轨迹预测算法误差可控制在0.5 m以内, 相比较于BP神经网络预测模型, 该算法的可靠性和精度更优。

关键词

无人机, 轨迹预测, BP神经网络, 最小二乘法

Research on UAV Trajectory Prediction Based on Improved Least Squares Method

Qianqian Yuan, Song Huang, Ibulayimujiang Yasen

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jun. 13th, 2022; accepted: Jul. 14th, 2022; published: Jul. 20th, 2022

Abstract

Efficient and accurate prediction of UAV flight trajectory is one of the key technologies in the field of UAV. To address the problem of insufficient prediction accuracy of current UAV flight trajectory prediction methods, this paper proposes a least squares-based UAV flight trajectory prediction algorithm based on the conversion of geodetic coordinates and spatial Cartesian coordinates, which can uninterruptedly update the trajectory data and fit the flight trajectory equation during the flight of UAV, so as to achieve accurate prediction of flight trajectory. The simulation experimental results show that the error of the proposed trajectory prediction algorithm can be controlled within 0.5 m, and the reliability and accuracy of the algorithm is better compared with the BP neural network prediction model.

Keywords

UAV, Trajectory Prediction, BP Neural Network, Least Square Method

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

由于无人机的大量投入与广泛应用, 导致无人机有更大风险闯入重要场所, 对设备及人身安全构成了严重的威胁, 所以对重要场所设置禁飞区且对禁飞区进行规避是必要的。如何通过已知历史位置数据预测无人机的轨迹, 从而实现自主避让禁飞区, 对保护禁飞区的安全具有重要意义。

目前, 国内外研究学者对飞行轨迹的预测已展开了诸多的研究。这些研究主要从神经网络[1]、模型滤波和数据挖掘[2] [3]这几个方面入手, 进而进行轨迹预测算法的研究。文献[4]结合了机器学习的方法和 RM-IMM 的估计方法, 从历史监控数据中训练出基于机器学习的轨迹预测模型, 从中可以得到数据驱动的预测结果; 文献[5]提出了一种用于飞行轨迹预测的受约束的长期内记忆网络, 其模型能够与动态物理限制保持长期依赖性。Baklacioglu T 等[6]利用遗传算法对运输机起飞上升和着陆下降段的轨迹预测模型进行改进, 提升了模型预测精准度; 文献[7]对 Kalman 滤波算法进行了改进, 该算法对预测模型中的系统噪声进行了 4D 运动轨迹估计, 并且相比较于传统的滤波算法, 它的优势在于实时地对系统噪声进行评估, 更有效地提高了轨迹预测的精度。且算法模型简单, 可以稳定地按照环境变化调节自身对环境的适应能力, 但该模型学习时间过长, 在长期进行大量的数据集训练模型时, 没有很好的性能并且预测差值偏大; 文献[8]提出一种在数据挖掘和机器学习的基础上解决船舶轨迹预测问题。该算法通过对 2000 多条历史轨迹信息进行研究, 利用数据挖掘的空间聚类算法对船舶的历史轨迹进行聚类, 分析出这些历史轨迹的分布规律。但这种算法有一定缺陷, 它响应时间较长, 计算量大且需要占用大量内存对历史轨迹信息进行储存, 因此对单架无人机某次飞行进行轨迹曲线预测时并不适用该算法。

以上这些方法虽然都能解决轨迹预测问题, 但也各有不足。IMM 算法是一种需要建立模型的估计预测算法, 可以在移动目标产生多种不同机动时, 通过切换到各自对应的运动模型来匹配移动目标的实际运动状态, 但是也比较容易受到建模误差所带来的影响; 基于 Kalman 滤波的轨迹预测算法虽然能够对目标进行轨迹预测, 但算法需要建模, 而且会产生滤波器发散的问题[9]。而对无人机进行轨迹预测时, 需要考虑到无人机是否会进入禁飞区对设备及人身安全造成威胁。本文分别针对 BP 神经网络预测模型[10] [11]和传统最小二乘法[12]的飞行轨迹预测进行了研究, 同时在传统最小二乘法的基础上, 对获得的离散轨迹点采取下一时刻舍去最末尾的点同时加入最新的轨迹点进行曲线拟合[13], 进而预测出无人机的飞行轨迹。

2. 坐标转换

在进行曲线拟合之前, 需要先获取无人机的轨迹点坐标。本文通过无人机上的机载 GPS 接收机, 采集一段 WGS-84 坐标系下的飞行轨迹经纬度坐标点。为了保证后续轨迹预测的精确性, 需要对采集到的经纬度进行处理, 将其转变为 CGCS2000 坐标系下的平面直角坐标[14]。

本文研究中, 假定无人机定高飞行, 采集的是二维离散飞行轨迹点, 然后通过七参数法和高斯投影

法将经纬度坐标(B, L)转换为高斯平面坐标(x, y), 此过程中未考虑高程, 但这并不影响结果。通过 MATLAB 编写代码进行坐标转换, 表 1 为通过 MATLAB 进行坐标转换前后的部分数据。

Table 1. Partial data before and after coordinate conversion

表 1. 坐标转换前后的部分数据

轨迹点	该点经度坐标	该点维度坐标	转换后 X 坐标	转换后 Y 坐标
P0	121.551109	31.2708619	41362010.5677	3461911.0524
P1	121.5511254	31.2709528	41362012.2621	3461921.1119
P2	121.5511565	31.271023	41362015.3265	3461928.8575
P3	121.5511932	31.2711014	41362018.9362	3461937.5054
...
P117	121.5600477	31.2722069	41362863.901	3462049.0563
P118	121.5601116	31.2721815	41362869.9505	3462046.1603
P119	121.5602746	31.2721196	41362885.386	3462039.0936

3. 基于 BP 神经网络预测模型的飞行轨迹预测

由于 BP 神经网络模型为单输入单输出数据, 在进行预测时, 选取输入层和输出层的神经元个数均为 1, 根据经验公式 $l = \sqrt{m+n} + \alpha$ 可以计算出隐含层神经元个数在 3~11 个之间, 通过不断改变神经元的数目观察样本均方根误差的变化, 从图 1 可知选取隐含层神经元个数为 7。

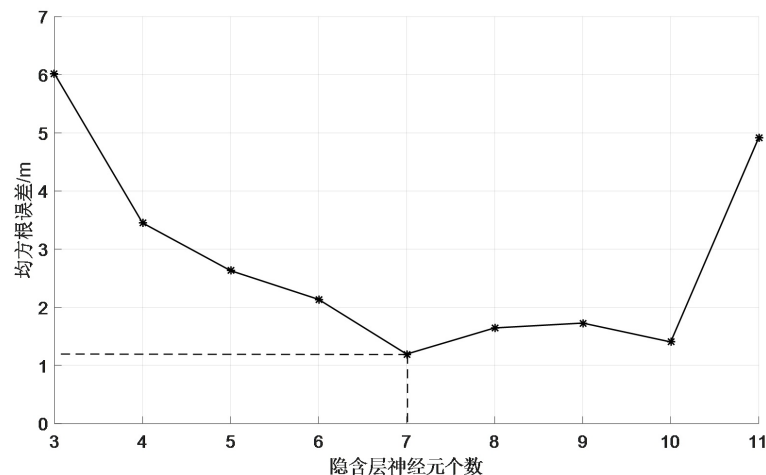


Figure 1. Training results with different number of neurons in the hidden layer

图 1. 隐含层不同神经元个数训练结果

训练模型参数选择如表 2 所示。

Table 2. Training model parameters

表 2. 训练模型参数

参数	实验设置
训练次数	1000
学习率	0.01
训练目标最小误差	0.00001

在进行 BP 神经网络预测时, 使用上文中给出的参数进行训练, BP 神经网络训练结果如图 2 所示。

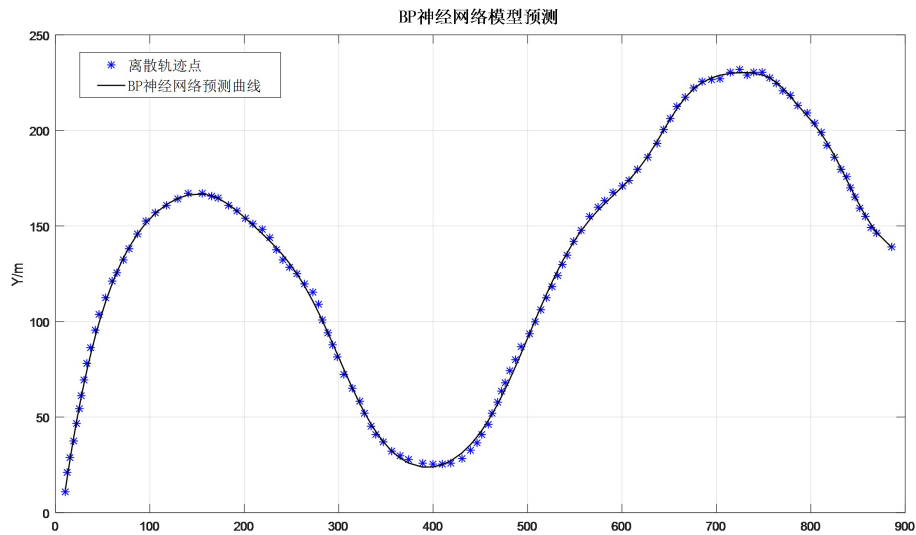


Figure 2. BP neural network training results
图 2. BP 神经网络训练结果

图 3 为 BP 神经网络轨迹预测模型误差。从图中可以看出, BP 神经网络预测的轨迹误差在 5 m 之内, 对于执行任务中的无人机来说, 该误差偏大。

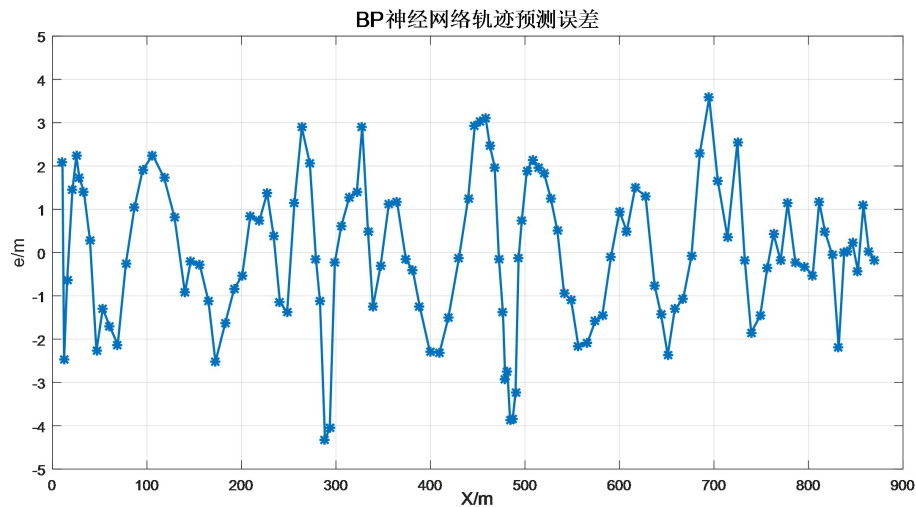


Figure 3. BP neural network trajectory prediction model error
图 3. BP 神经网络轨迹预测模型误差

4. 基于更新轨迹点的最小二乘法飞行轨迹研究

由于 BP 神经网络的预测误差偏大, 本文在传统最小二乘法的基础上, 对获得的离散轨迹点采取下一时刻舍去最末尾的点同时加入最新的轨迹点进行曲线拟合, 从而达到提高预测精确度的效果[15]。基于传统最小二乘法进行的无人机轨迹预测是移动目标单次运动时根据历史轨迹点数据对运动曲线进行预测。轨迹预测流程图如图 4 所示。

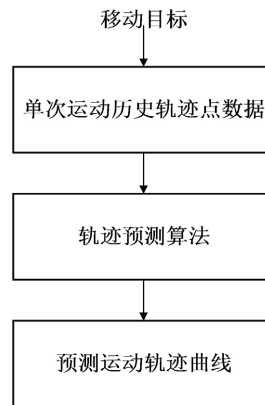


Figure 4. Trajectory prediction flow chart
图 4. 轨迹预测流程图

由 GPS 所测得的离散轨迹点只能表示出无人机当前的运动方向及运动位置。如果可以通过这些轨迹点找出精确地描述无人机的运动曲线函数表达式, 就能够很好地预测出无人机的运动轨迹了。因此, 本文通过无人机 GPS 接收机采集到实时的无人机飞行轨迹点, 然后对数据进行处理后采取更新轨迹点的方法对无人机此时的运动轨迹进行最小二乘法拟合, 不断利用此操作, 反映出无人机下一时刻的运动轨迹。同时将其与传统的最小二乘法和 BP 神经网络预测模型进行比较。

4.1. 曲线拟合多项式阶次选择

首先通过无人机的机载 GPS 接收机获取无人机的离散轨迹点, 本文截取了一组 120 个原始轨迹点的数据集。对该数据集根据经纬度坐标到空间直角坐标的转换关系, 利用 matlab 软件对采集到的 GPS 轨迹点坐标进行数据转换, 为了方便计算, 本文将转换后的平面直角坐标系原点从(0, 0)平移至(41362000, 3461900)处。

然后再使这 120 个轨迹点作为拟合采样点, 分别采用二阶拟合多项式、三阶拟合多项式、五阶拟合多项式来拟合无人机的飞行轨迹。仿真结果如图 5 所示。

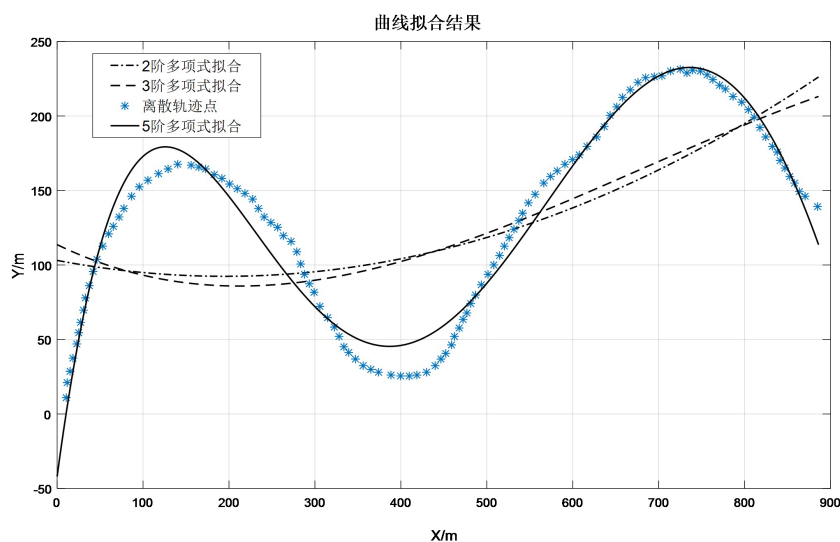


Figure 5. Results of conventional least squares curve fitting
图 5. 传统最小二乘法曲线拟合结果

从图中可以明显的看出，五阶拟合效果更优，因此本文决定在五阶多项式拟合的基础上，对所采集的离散坐标点进行去掉此时最末尾的轨迹点加入下一时刻最新的轨迹点的拟合方法。

4.2. 基于传统最小二乘法的飞行轨迹预测

在得到一组离散数据后，通过选择合适的拟合表达式的待定参数，让数据点的拟合值与实际测量值的残差的加权平方和最小。对于给定一组离散点数据：

$$(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

可以用曲线多项式对这些数据进行描述，函数表达式为：

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (n < m) \quad (2)$$

其中， n 是多项式的阶数。为了确定拟合效果性能，本文通过确定参数 a 的值使拟合多项式与给定的离散数据在的残差 $\delta_i = f(x_i) - y_i$ 的加权平方和达到最小，即：

$$|\delta|^2 = \sum_i^m [y_i - (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n)]^2 \quad (3)$$

采用最小二乘曲线拟合法，根据多元函数求极值，函数在某点有偏导数且为零，可得：

$$\frac{\partial \delta^2}{\partial a_i} = 0 \quad (4)$$

其矩阵形式如下：

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{i=1}^N x_i & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^n \\ \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^n & \sum_{i=1}^N x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{n+n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N y_i \\ \sum_{i=1}^N y_i x_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N y_i x_i^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

求解上述方程，得到系数矩阵 $[a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$ 的唯一解，将 $[a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$ 带入式(3)即可得到多项式的最优解。

根据以上步骤，首先将截取的 120 个原始轨迹点的数据集进行坐标转换后得到一组离散坐标点 $\{(x_i, y_i) \ (i=0, 1, 2, \dots, 119)\}$

在进行公式(2)的求解时，本文选用 5 阶多项式进行曲线拟合，则所需求解的函数表达式为：

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (6)$$

在得到无人机飞行轨迹表达式 $y(x)$ 函数之后，需要确定 $y(x)$ 的系数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 的值。根据公式(3)~(4)求误差平方和对系数得偏导，并且使偏导数为零。可得到下列方程组：

$$\begin{cases} -2 \sum_{i=0}^{119} [y_i - (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_5x_i^5)] = 0 \\ -2 \sum_{i=0}^{119} [y_i - (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_5x_i^5)] x_i = 0 \\ \vdots \\ -2 \sum_{i=0}^{119} [y_i - (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_5x_i^5)] x_i^5 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

由于 6 个未知数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ ，6 个方程，所以此方程组可解。将其整理为正规方程组得：

$$\begin{cases} 119a_0 + a_1 \sum_{i=0}^{119} x_i + a_2 \sum_{i=0}^{119} x_i^2 + \cdots + a_5 \sum_{i=0}^{119} x_i^5 = \sum_{i=0}^{119} y_i \\ a_0 \sum_{i=0}^{119} x_i + a_1 \sum_{i=0}^{119} x_i^2 + a_2 \sum_{i=0}^{119} x_i^3 + \cdots + a_5 \sum_{i=0}^{119} x_i^6 = \sum_{i=0}^{119} x_i y_i \\ \vdots \\ a_0 \sum_{i=0}^{119} x_i^5 + a_1 \sum_{i=0}^{119} x_i^6 + a_2 \sum_{i=0}^{119} x_i^7 + \cdots + a_5 \sum_{i=0}^{119} x_i^{10} = \sum_{i=0}^{119} x_i^5 y_i \end{cases} \quad (8)$$

最后, 通过 MATLAB 对所采集的 120 个离散坐标点进行传统的最小二乘法求解时, 所得出的系数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 的最优解 $[-41.9924, 4.3074, -0.0275, 6.4738e-05, 6.2397e-08, 2.0729e-11]$, 获得的无人机飞行轨迹预测曲线函数表达式为:

$$y(x) = -41.9924 + 4.3074x - 0.0275x^2 + (6.4738e-05)x^3 + (6.2397e-08)x^4 + (2.0729e-11)x^5 \quad (9)$$

五阶多项式的曲线拟合结果如图 6 所示。

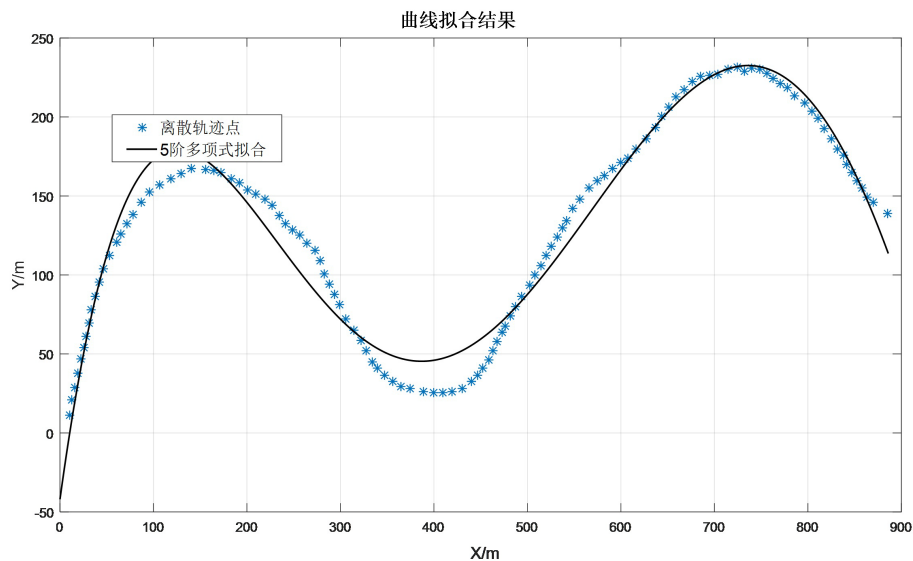


Figure 6. Fifth-order polynomial curve fitting results

图 6. 五阶多项式曲线拟合结果

图 7 为传统最小二乘算法的曲线拟合误差。从图中可以看出, 传统最小二乘算法的轨迹预测误差在 30 m 之内。

4.3. 更新轨迹点最小二乘法预测算法

采用传统的最小二乘法对无人机离散轨迹点进行轨迹拟合时可以看出, 该算法可以反映出无人机大致的飞行轨迹曲线, 也可对未来一段时间无人机的轨迹进行预测, 但是预测误差偏差明显。这是由于未来短时间内的飞行轨迹只与此刻位置和最近一段时间位置信息有关, 与更早的位置信息无关。基于这一思想, 本文在最小二乘法的基础上, 去掉此时最末尾的轨迹点加入下一时刻最新的轨迹点, 即更新轨迹点的方法重新拟合新的轨迹曲线。以此不间断对无人机飞行轨迹进行预测, 保证了更新轨迹点的实时性和准确性。更新轨迹点的最小二乘曲线拟合轨迹预测算法步骤如下:

- 1) 确定无人机飞行轨迹的离散坐标点 $\{(x_i, y_i) \mid i = 0, 1, 2, \dots, m\}$;

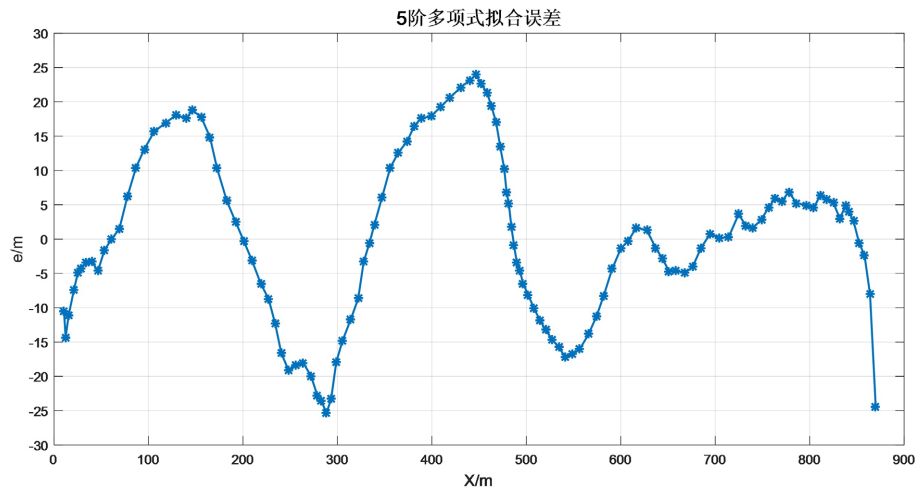


Figure 7. Traditional least squares curve fitting error
图 7. 传统最小二乘法曲线拟合误差

- 2) 根据公式(3)~(5), 利用前 r 个离散坐标点对系数矩阵 $[a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$ 求最优解, 获得该曲线的函数表达式;
- 3) 在第 i ($r \geq 2$) 个轨迹点采样时刻去掉此时最末尾的轨迹点 (x_{i-r}, y_{i-r}) , 加入下一时刻最新的轨迹点 (x_{i+1}, y_{i+1}) 重新拟合出新的曲线;
- 4) 不断重复执行上述(1)、(2)、(3)步骤, 对无人机飞行轨迹进行预测(图 8)。

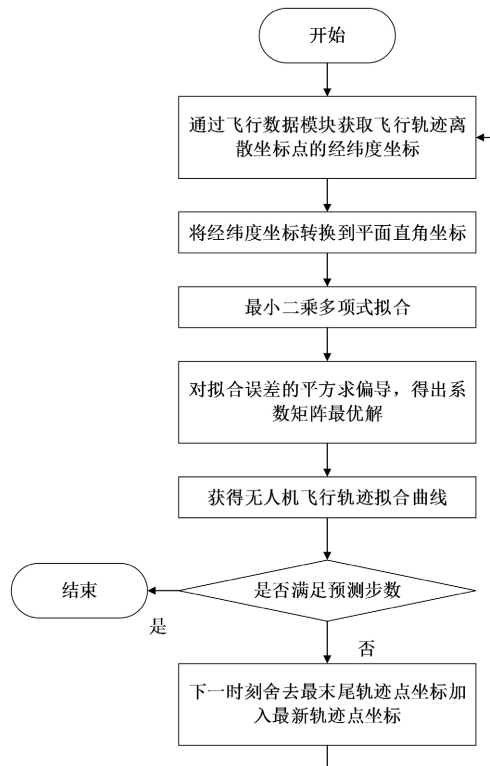


Figure 8. Flow chart of UAV flight trajectory prediction algorithm
图 8. 无人机飞行轨迹预测算法流程图

在进行更新轨迹点重新拟合曲线之前, 需要考虑的问题是在更新轨迹点的过程中, 每一次的轨迹拟合选取几个离散轨迹点可以使运行时间更短, 预测误差更小。上文中选择了 5 阶拟合多项式来拟合无人机的飞行轨迹, 由公式(6)可知离散轨迹点数目需大于多项式阶数, 因此本文分别对 6 个, 8 个, 10 个和 12 个轨迹点数目进行比较, 选取最合适的轨迹点数目进行无人机飞行轨迹拟合。

本文对无人机轨迹预测进行研究的目的是更高效精确地对禁飞区进行规避, 从而保护变电站的设备安全。因此为了更直观地分析四种不同轨迹点数目优劣性, 表 3 给出了运行时间和平均绝对误差的仿真结果。

Table 3. Running time and mean absolute error for different trajectory point items

表 3. 不同轨迹点数目运行时间和平均绝对误差

轨迹点数目	6	8	10	12
运行时间/s	126.82	112.05	105.39	98.29
平均绝对误差/m	0.0011	0.0437	0.1260	0.1669

由上表可以看出, 当轨迹点数目为 6 时, 平均绝对误差最小为 0.0011 m, 但是运行时间最长, 不利于无人机飞行时快速预测轨迹; 当轨迹点数目为 12 时, 运行时间较短为 98.29 s, 但平均绝对误差较大, 使得无人机在飞行轨迹预测中得到的结果准确性低。综合考虑两者的影响, 可以发现轨迹点数目选取 8 时, 运行时间不算太长且平均绝对误差为 0.0437 m, 该误差结果在可接受的范围之内, 对于后期无人机进行禁飞区的规避任务也不会有较大影响。

为了后续更准确地将各算法进行比较, 更新轨迹点的最小二乘法的仿真实验依然使用这 120 个离散坐标点进行, 且该算法对当前时刻之前的 8 个轨迹坐标点进行飞行曲线拟合, 函数表达式设为:

$$p_1(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (10)$$

在去掉此时最末尾的轨迹坐标点 (x_0, y_0) , 加入下一时刻最新的轨迹坐标点 (x_8, y_8) 重新拟合出 (x_7, y_7) 与 (x_8, y_8) 之间的轨迹曲线, 函数表达式设为:

$$p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (11)$$

以此类推, 不断重复, 最终无人机的轨迹曲线表达式由以下分段函数表示:

$$P(x) = \begin{cases} P_1(x) & p_0 \sim p_7 \\ P_2(x) & p_7 \sim p_8 \\ \vdots & \\ P_{113}(x) & p_{118} \sim p_{119} \end{cases} \quad (12)$$

由于在无人机对禁飞区进行规避时, 飞行轨迹预测效果与当前时刻和最近一段时间的轨迹点相关。因此在多段拟合的曲线中, 本文只关注最新一段轨迹的参数, 所求得的 $P_{113}(x)$ 函数的参数 a 的值为 [78492565.9851, -463117.9450, -1.2886, 1092.6514, -1.2886, -1.7903e-07]。分段函数为:

$$P(x) = \begin{cases} -159.0305 + 33.9409x - 2.5079x^2 + 0.0948x^3 - 0.0017x^4 + 1.1497x^5 & p_0 \sim p_7 \\ -94.1679 + 18.8801x - 1.2072x^2 + 0.0422x^3 - 0.0007x^4 + (4.2828e-06)x^5 & p_7 \sim p_8 \\ \vdots & \\ 78492565.9851 - 463117.9450x - 1.2886x^2 + 1092.6514x^3 - 1.2886x^4 + (1.7903e-07)x^5 & p_{118} \sim p_{119} \end{cases} \quad (13)$$

为了验证该预测算法的有效性和可行性，依然采用 Matlab 仿真软件实现对更新轨迹点的最小二乘法代码的编写。拟合曲线如图 9 所示。

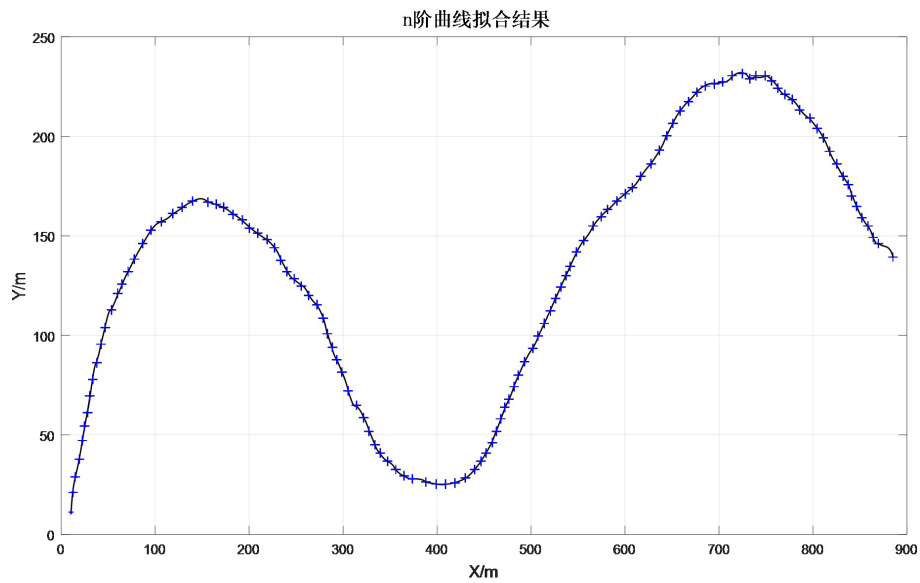


Figure 9. Update the least squares curve fitting results for the trajectory points
图 9. 更新轨迹点的最小二乘曲线拟合结果

图 10 为更新轨迹点最小二乘轨迹预测误差。从图中可以直观地看出，不断更新轨迹点进行最小二乘曲线拟合算法的轨迹预测误差范围不超过 0.5 m。

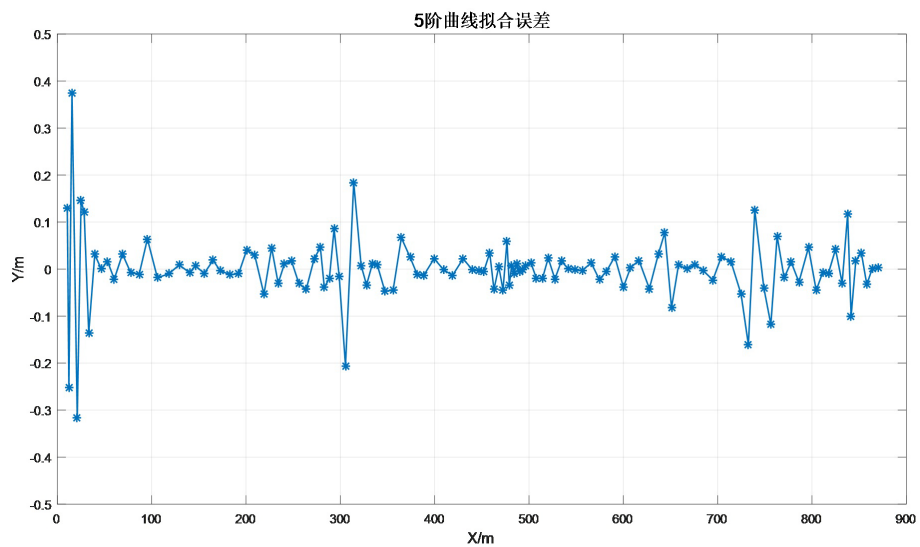


Figure 10. Update the trajectory point least squares trajectory prediction error
图 10. 更新轨迹点最小二乘轨迹预测误差

5. 算法研究对比分析

本文所采用的最小二乘算法、BP 神经网络预测模型和更新轨迹点的最小二乘法误差如图 11 所示。

将三种预测方法的误差进行比较,可以看出:更新轨迹点的最小二乘轨迹预测算法的误差在 0.5 m 以内,明显小于传统的最小二乘法 and BP 神经网络模型预测的误差。

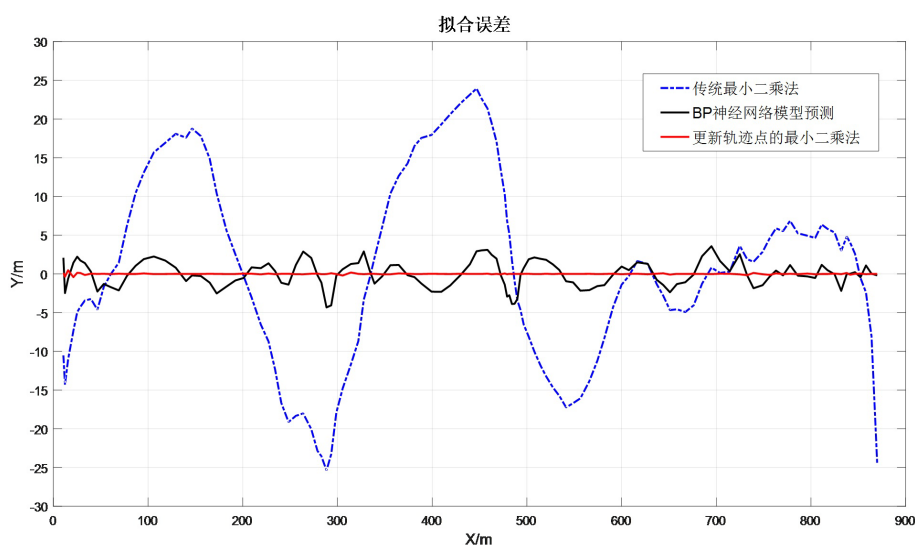


Figure 11. Comparison of the errors of the three prediction methods

图 11. 三种预测方法的误差对比

6. 结束语

随着 GPS 定位在无人机领域的应用,大地坐标与空间直角坐标之间的转换也成为了非常重要的任务,本文实现 WGS84 坐标与 CGCS2000 坐标之间的换算,对无人机今后的研究具有重要意义。同时文章采用基于更新轨迹点的最小二乘曲线拟合的方法对无人机飞行过程中采集的离散坐标点的轨迹进行预测,且将其与传统的最小二乘法及 BP 神经网络预测模型进行对比,通过仿真结果显示,用最小二乘曲线拟合的方法在利用舍去最末尾的坐标点加上最新的坐标点的情况下,具有较高的预测精度,对今后无人机轨迹预测方向具有一定的实际应用价值。

参考文献

- [1] 张宏鹏, 黄长强, 唐上钦, 轩永波. 基于卷积神经网络的无人作战飞机飞行轨迹实时预测[J]. 兵工学报, 2020, 41(9): 1894-1903.
- [2] Qi, L. and Zheng, Z. (2016) Trajectory Prediction of Vessels Based on Data Mining and Machine Learning. *Journal of Digital Information Management*, **14**, 33-40.
- [3] Feng, Z.N. and Zhu, Y.M. (2016) A Survey on Trajectory Data Mining: Techniques and Applications. *IEEE Access*, **4**, 2056-2067. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2553681>
- [4] Choi, H.C., Deng, C. and Hwang, I. (2021) Hybrid Machine Learning and Estimation-Based Flight Trajectory Prediction in Terminal Airspace. *IEEE ACCESS*, **9**, 151186-151197. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3126117>
- [5] Shi, Z., Xu, M. and Pan, Q. (2020) 4-D Flight Trajectory Prediction with Constrained LSTM Network. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **22**, 7242-7255. <https://doi.org/10.1109/TITS.2020.3004807>
- [6] Baklacioglu, T. and Cavcar, M. (2014) Aero-Propulsive Modelling for Climb and Descent Trajectory Prediction Transport Aircraft Using Genetic Algorithms. *The Aeronautical Journal*, **118**, 65-79. <https://doi.org/10.1017/S0001924000008939>
- [7] 王涛波, 黄宝军. 基于改进卡尔曼滤波的四维飞行航迹预测模型[J]. 计算机应用, 2014, 34(6): 1812-1815.
- [8] 任雅奇. 基于 GPS 数据的中国地壳运动速度场模型的建立[D]: [硕士学位论文]. 郑州, 洛阳: 解放军信息工程大学, 2012.

- [9] 徐肖豪, 杨国庆, 刘建国. 空管中飞行轨迹预测算法的比较研究[J]. 中国民航大学学报, 2001, 19(6):1-6.
- [10] Chen, H.X. (2015) Research on Multi-Sensor Data Fusion Technology Based on BP Neural Network. 2015 *International Workshop on Wireless Communication and Network*, Kunming, 21-23 August 2015, 265-269. https://doi.org/10.1142/9789814733663_0006
- [11] 甄荣, 金永兴, 胡勤友, 施朝健, 王胜正. 基于 AIS 信息和 BP 神经网络的船舶航行行为预测[J]. 中国航海, 2017, 40(2): 6-10.
- [12] 李蓓蕾. 多次自适应最小二乘曲线拟合方法及其应用[D]: [硕士学位论文]. 荆州: 长江大学, 2014: 6-25.
- [13] 石凯. 无人机禁飞区预警技术研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2017.
- [14] 骆宗万, 曹良中, 余芳滨, 张雨霏. 基于布尔莎模型两种坐标系转换的实现与应用[J]. 绿色科技, 2022, 24(2): 226-229. <https://doi.org/10.16663/j.cnki.lskj.2022.02.060>
- [15] 张强, 张振标. 基于曲线拟合的机动目标轨迹预测算法研究[J]. 信息化研究, 2018, 44(6): 12-15+30.